10-11 класс

1. **Условие.** Один год на далекой планете составляет T=456.789 ее солнечных суток. Одни солнечные сутки на этой планете равны s = 20 земных часов, причем планета вращается вокруг своей оси в сторону, противоположную движению по орбите. Чему равны звездные сутки на этой планете?

   Решение. Год с солнечными и звездными сутками связан уравнением синодического движения. Поскольку направление вращения вокруг светила и своей оси у планеты не совпадает искомое уравнение примет вид

   $$\frac{1}{s}=\frac{1}{T}+\frac{1}{t} \quad .$$

   Здесь t — звездные сутки планеты. Из условия известно, что $T = 456.789 \cdot s = k \cdot s$. Тогда

   $$\frac{1}{t}=\frac{1}{s}-\frac{1}{T}=\frac{1}{s}-\frac{1}{ks}=\frac{(k-1)}{ks}$$

   $$t=\frac{k}{(k-1)}s=20{,}0439^h=20^h2^m40^s$$

   Рекомендации для жюри. Данная задача оценивается из 4 баллов. Ученик должен понимать, для правильного вычисления звездных суток необходимо сравнивать угловые скорости обращения планеты вокруг звезды и вращения планеты вокруг своей оси, или, что тоже самое, использовать уравнение синодического движения (1 балл). Правильная запись уравнения синодического движения или эквивалентного ему уравнения оценивается в еще 1 балл. Правильное вычисление ответа оценивается в 2 балла.

2. **Условие.** Каким должен быть максимальный наклон лунной орбиты, чтобы раз в месяц на Земле наблюдались солнечные затмения? Будут ли при таком наклоне раз в месяц происходить теневые лунные затмения? Орбиты Земли и Луны считайте круговыми.

   Решение. Для того, чтобы произошло Солнечное затмение, надо чтобы центр Луны на небе находился от эклиптики на расстоянии не дальше, чем сумма угловых радиусов луны и Солнца: $\rho_л + \rho_с$. Такое наклонение орбиты необходимо для регулярного наблюдения солнечных затмений наблюдателем в центре Земли. При перемещении по поверхности Земли видимые положения Луны и Солнца смещаются по отношению к положению далеких звезд и друг к другу. Это явление называется суточный параллакс. Горизонтальный параллакс Луны (угол, под которым виден радиус Земли с Луны) равен 0.95º = 57′. Горизонтальный параллакс Солнца почти в 400 раз меньше и его можно не учитывать. Таким образом, наклон лунной орбиты не должен превышать

10-11 класс

$$i=\rho_л+\rho_с+\pi\approx 15.5'+16.0'+57.0'=88.5\approx 1.48°$$

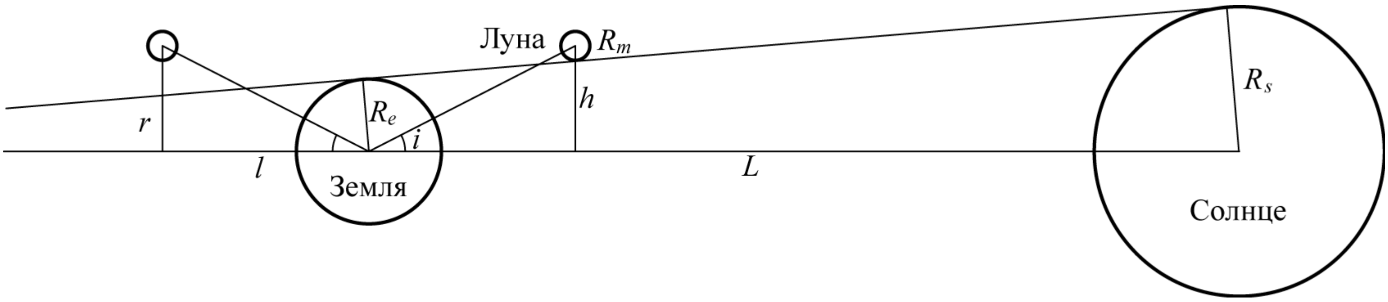
Радиус земной тени на расстоянии Луны равен

$$r=R-l\rho_c=4590\,км.$$

Здесь R — радиус Земли, l — расстояние до Луны. Ее угловой радиус получается равным

$$\gamma=arctg\frac{r}{l}=0.69°\approx 41'$$

Ближайший к эклиптике край диска Луны может отстоять от нее до расстояния 88.5′ - 15.5′ = 73′. Значит теневые лунные затмения будут наблюдаться не каждый месяц.



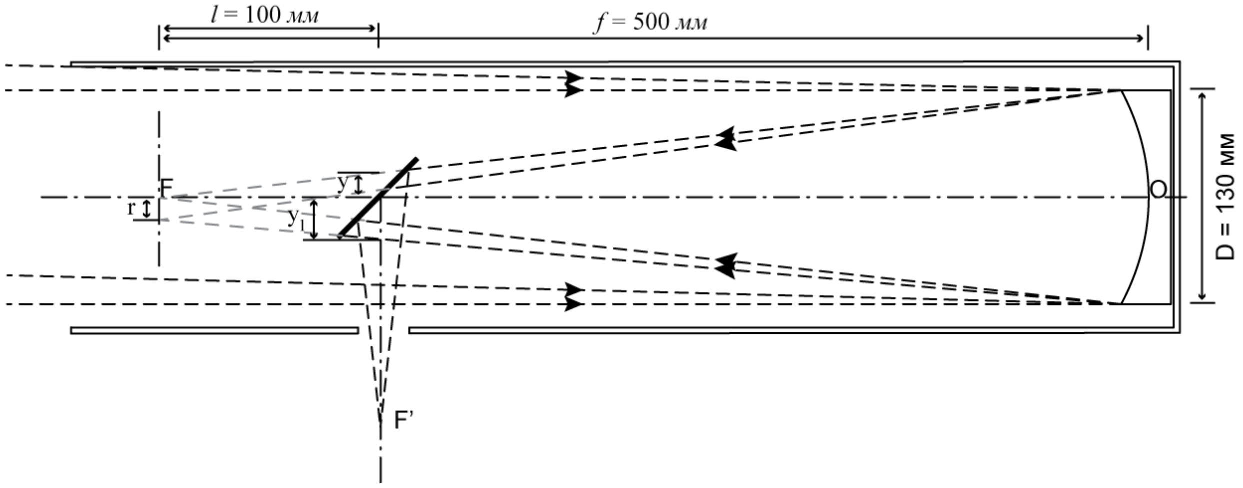
Последний вывод можно получить и более простым путем. Для этого, достаточно начертить на одном рисунке условия возникновения полного лунного и частного солнечного затмения. Видно, что для того, чтобы попасть в конус земной тени, Луне необходимо находиться ближе к эклиптике, чем в момент частного солнечного затмения.

Рекомендации для жюри. Данная задача оценивается из 8 баллов. Один балл выставляется, если участник олимпиады правильно понимает условие наступление частного солнечного затмения. Еще один балл выставляется за вычисление (по отдельности или в составе более сложного) наклонения лунной орбиты в геоцентрическом случае. Значение углового размера Солнца и Луны можно принять равным — это не считается ошибкой. Учет параллакса оценивается в два балла. Решение задачи относительно лунных затмений оценивается в 4 балла. Если участник решает задачу, вычисляя размер земной тени и т. д., то за вычисление линейного размера земной тени он получает 2 балла. Далее нужно определить либо угловой размер тени, либо максимальное удаление Луны от плоскости эклиптики. Это действие оценивается в 1 балл. Окончательный вывод приносит последний балл. Если при вычислении наклонения орбиты не был учтен параллакс Луны, либо сделана иная «смысловая» ошибка в решении, то последний балл не выставляется.

3. **Условие.** Телескоп системы Ньютона имеет диаметр главного зеркала 130 мм, фокусное расстояние 500 мм и максимальный размер не виньетированного трубой (т. е. не затененного трубой) поля зрения 1°. Плоское вторичное (диагональное)

зеркало выносит фокус на расстояние 10 см от главной оптической оси системы. Оцените, на сколько звёздных величин ослабляется принимаемый свет вследствие экранирования от вторичного зеркала.

Решение. Принципиальная схема телескопа системы Ньютона изображена на рисунке.



Параллельный пучок лучей от далекого объекта отражается в главном зеркале и собирается в фокусе. Для удобства на пути сходящихся лучей ставится плоское зеркало, которое выносит фокус за пределы трубы телескопа, где можно установить, например, окуляр для визуальных наблюдений. Очевидно, что вторичное зеркало затеняет главное зеркало, из-за чего не него попадает меньше света, чем могло бы попасть в отсутствие вторичного.

На первый взгляд, вторичное зеркало должно выбираться таким образом, чтобы перехватывать все лучи, отраженные главным зеркалом и собирающиеся в главном фокусе. Тогда оно будет вырезать из всего падающего потока кружок радиусом

$$y=\frac{lD}{2f}=\frac{100\,мм\cdot 130\,мм}{2\cdot 500\,мм}=13\,мм$$

Но эта формула работает только для светил, расположенных на оптической оси. Свет идущий от светил расположенных на краю поля зрения частично минует такое вторичное зеркало. Т. е. вторичное зеркало должно быть больше.

Обратим внимание, что при поле зрения 1° изображения объектов будут расположены в фокальной плоскости в кружке радиуса $r=F\cdot tg(0.5^{\circ})=4.4\,мм$. Тогда вторичное зеркало должно перехватить не только все лучи в конусе, с вершиной в фокусе, а все лучи в более широком усеченном конусе. Из соотношений для подобных треугольников получаем уравнение

$$\frac{y_1-r}{l}=\frac{D/2-r}{f} \quad .$$

После несложных преобразований получаем радиус затеняемого кружка

10-11 класс

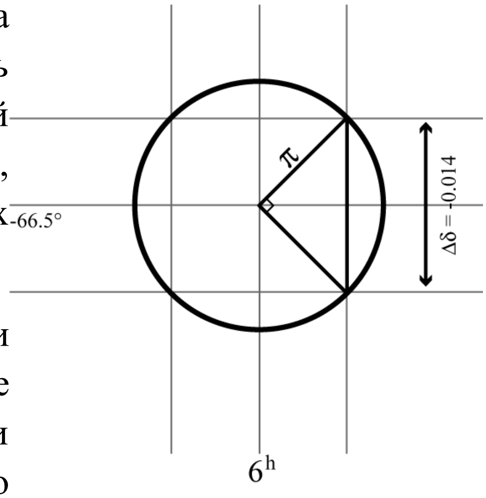
$$y_1 = r + \frac{(D/2 - r)l}{f} = 4.4\ мм + \frac{(65\ мм - 4.4\ мм)\,100\ мм}{500\ мм} = 17\ мм$$

Искомое ослабление можно найти следующим образом:

$$\Delta m = -2{,}5 lg\left(1 - \frac{4y_1^2}{D^2}\right) = 0.08^m$$

Рекомендации для жюри. Данная задача оценивается из 8 баллов. Знание принципиальной схемы телескопа Ньютона оценивается в 2 балла. Если для определения размера диагонального зеркала используются только осевые лучи, то эти вычисления оцениваются не более, чем 2 баллом. За учет наклонно падающих лучей оценка может составлять до 4 баллов. Вычисление уменьшения звездной величины оценивается в 2 балла

4. **Условие.** За три месяца положение некоторой звезды из-за параллакса изменилось на 0.014″ по склонению, а по прямому восхождению не изменилось. Найдите расстояние до этой звезды от Земли. Экваториальные координаты звезды: δ = -66.5°, α = 6ч.



Решение. В течение года из-за параллакса звезда опишет на небе небольшой эллипс. Большая полуось этого эллипса равна величине параллакса данной звезды. Для звезд, расположенных на эклиптике, эллипсы вырождаются в отрезки, а в полюсах эклиптики, наоборот, превращаются в окружности.

Координаты заданной звезды совпадают с координатами южного полюса эклиптики, т. е. параллактическое смещение звезды происходит по окружности. За три месяца звезда прошла дугу этой окружности, равную 90°. Длина хорды, опирающейся на эту дугу, задана в условии. Отсюда легко посчитать радиус окружности:

$$\pi = \Delta\delta/\sqrt{2} = 0{,}0099''.$$

Наконец, находим расстояние до звезды:

$$d = 1/\pi = 1/0.0099'' \approx 100\ пк$$

Рекомендации для жюри. Данная задача оценивается из 8 баллов. Участник олимпиады должен указать, что звезда находится в полюсе мира, где параллактическое смещение происходит по окружности (2 балла). Если параллактическое смещение по окружности было выбрано без обоснования эти баллы не выставляются. Второй шаг решения состоит в понимании того, что за три месяца звезда переместилась только на четверть оборота и два ее положения соответствуют концам хорды параллактического кружка (2 балл). Вычисление величины параллакса оценивается в 2 балла. Наконец, за определение расстояния начисляется 2 балла. Неправильное вычисление расстояния, когда за величину параллакса принимается данное в условии значение 0.014″, выставлять не более 2 баллов.

5. **Условие.** После просмотра фильма «Интерстеллар» многие люди стали критиковать его за некоторые «ляпы» с точки зрения физики. Одним из таких «ляпов» было то, что главный герой мог находиться вблизи сверхмассивной черной дыры, которая не оказала на него никакого влияния, тогда как, согласно мнению критикующих, он должен был погибнуть из-за приливных сил со стороны черной дыры. Так ли это? Какое приливное ускорение испытает человек массой 80 кг и ростом 180 см, находящийся вблизи горизонта событий черной дыры с массой 10^7 масс Солнца? Считать, что человек может выдерживать длительное время перегрузки не более 10 g.

Решение. Рассмотрим самый «критический» случай. Человек падает в черную дыру и достиг уже ее гравитационного радиуса r_g. Пусть M — масса черной дыры, а h — рост человека. Тогда между ногами и головой человека, если он падает вертикально, существует разница ускорений:

$$\Delta g = \frac{GM}{r_g^2} - \frac{GM}{(r_g+h)^2} = \frac{GM}{r_g^2}\left[1-\left(1-2\frac{h}{r_g}\right)\right] = 2\frac{GMh}{r_g^3}$$

Здесь мы учли малость величины h/r_g и воспользовались приближенной формулой $(1+x)^n = 1+nx$, справедливой при малых x. Гравитационный радиус черной дыры вычисляется по формуле

$$r_g = 2\frac{GM}{c^2} \quad ,$$

где c — скорость света. Тогда

$$\Delta g = \frac{hc^6}{4G^2M^2} = 1.84\cdot 10^{-4}\, м/с^2$$

Итого, человек испытывает ускорение равное примерно 0.00002g, что, очевидно, не опасно. Значит, на более далеком расстоянии приливные силы от этой черной дыры также не опасны.

Рекомендации для жюри. Данная задача оценивается из <u>8 баллов</u>. Вывод формулы для приливного ускорения (Δg) оценивается в 4 балла. Участник олимпиады может знать эту формулу. В этом случае он так же получает эти 4 балла. Оценка величины приливного ускорения должна происходить на каком-либо разумном расстоянии. В случае удачного выбора вычисление ускорения оценивается в 2 балла. Окончательный вывод о безопасности оценивается в 2 балл.

10-11 класс

6. **Условие.** Определите, во сколько раз гравитационное красное смещение для излучения Бетельгейзе больше или меньше, чем для Солнца? Масса Бетельгейзе равна 17 масс Солнца, радиус – 800 радиусов Солнца.

Решение. По определению, красное смещение равно разности излученной и лабораторной длин волн, отнесенной к лабораторной длине волны:

$$z=\frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda_0}=\frac{\nu_0-\nu}{\nu} \quad .$$

Здесь учтено, что $\lambda = c\ \nu^{-1}$. Откуда берется изменение частоты (или длины волны)?

Для преодоления поля притяжения звезды квант света, как и любое материальное тело, должен израсходовать часть своей энергии. Как известно, энергия кванта ε зависит от его частоты ν как $\varepsilon = h\nu$. Пусть частота кванта в момент излучения равна ν_0, а в момент приема — ν. Тогда уравнение сохранения энергии принимает вид:

$$h\nu=h\nu_0-\frac{GMm_0}{R}$$

Здесь h – постоянная Планка, G — гравитационная постоянная, M и R – масса и радиус звезды, m_0 — масса кванта в момент излучения. Формула Эйнштейна позволяет связать массу и энергию кванта:

$$\varepsilon_0=m_0c^2=h\nu_0 \quad \text{, откуда} \quad m_0=h\nu_0/c^2 \quad .$$

Тогда уравнение сохранения энергии приобретает вид

$$\nu=\nu_0-\frac{GM\nu_0}{Rc^2}=\nu_0\left(1-\frac{GM}{Rc^2}\right)$$

Подставив полученное выражение в уравнение для определения красного смещения, получим:

$$z=\frac{\nu_0}{\nu}-1=\frac{1}{1-\frac{GM}{Rc^2}}-1\approx 1+\frac{GM}{Rc^2}-1=\frac{GM}{Rc^2}$$

Здесь мы учли, что для обеих звезд второе слагаемое в знаменателе много меньше 1 и применили приближенную формулу $(1+x)^n=1+nx$, справедливую при малых x.

Осталось сравнить красные смещения от Солнца и Бетельгейзе

$$\frac{z_C}{z_B}=\frac{M_C}{M_B}\cdot\frac{R_B}{R_C}=\frac{M_C}{17\,M_C}\cdot\frac{800\,R_C}{R_C}\approx 47$$

Итого, гравитационное красное смещение для Солнца почти в 50 раз больше.

10-11 класс

Примечание. Для решения задачи допустимо сразу применять формулу для гравитационного красного смещения, как в упрощенном виде для слабых полей (в решении выше), так и релятивистскую $z=\left(1-r_g/R\right)^{-1/2}-1$, где r_g — гравитационный радиус.

Рекомендации для жюри. Данная задача оценивается из <u>8 баллов</u>. Вывод формулы для гравитационного красного смещения оценивается в 4 балла. Участник олимпиады может знать эту формулу (в классическом или релятивистском виде). В этом случае он так же получает эти 4 балла. Применение формулы оценивается в 3 балла. Еще один балл присуждается за окончательный вывод.

7. Условие. Солнце еще на протяжении 5 миллиардов лет будет светить как звезда главной последовательности, постепенно увеличивая свою светимость на 10% каждый миллиард лет.

Солнце еще на протяжении 5 миллиардов лет будет светить как звезда главной последовательности, постепенно увеличивая свою светимость на 10% каждый миллиард лет.

7.1. Определите светимость Солнца перед превращением его в красный гигант (в единицах современной светимости L_0).

7.2. Как далеко сдвинется зона жизни (зона обитаемости) в Солнечной системе к концу жизни Солнца? Принять текущие границы зоны жизни 0.8 — 1.1 а.е.

7.3. Текущая потеря массы Солнцем примерно $5\cdot10^{-12}$ масс Солнца в год. Если предположить, что рост темпа потери массы будет таким же как и рост светимости, какую часть массы Солнце потеряет до превращения в красный гигант?

7.4. Сравните полученный результат с изменением массы Солнца за счет явления дефекта массы в термоядерных реакциях.

Стадия красного гиганта для Солнца продолжится на протяжении 100 миллионов лет пока постепенно не рассеется вся оболочка звезды, а Солнце не превратится в белый карлик массой 0.6 современной массы Солнца.

7.5. Определите скорость потери массы Солнцем (в массах Солнца в год) на этом этапе.

7.6. Определите, во сколько раз изменился радиус орбит уцелевших планет

Решение.

7.1. Светимость Солнца растет со временем в геометрической прогрессии со знаменателем 1.1. Пусть $t_0 = 10^9$ лет. Тогда светимость Солнца зависит от времени как

$$L(t)=1.1^{t/t_0}\cdot L_0$$

а за 5 миллиардов лет она возрастет до $L(t)=1.1^5\cdot L_0\approx1.6\,L_0.$

10-11 класс

7.2. Границы зоны жизни определяются из величины эффективной температуры на поверхности планеты. Для того чтобы эта температура оставалась неизменной необходимо, чтобы освещенность планеты сохранялась. Поскольку освещенность E равна

$$E=\frac{L}{4\pi r^2}=const\,,$$

то $r \sim L^{1/2}$, а новые границы будут от 1 а.е. до 1.4 а.е.

7.3 Темп потери массы также возрастает в геометрической прогрессии.

$$\dot{M}(t)=1.1^{t/t_0}\cdot\dot{M}_0$$

В общем виде задача оказывается довольно сложной и требует интегрирования. Те, кто владеют таким математическим аппаратом, должны получить формулу для потери массы в виде

$$M(t)=\frac{\dot{M}_0 t_0}{\ln 1.1}\left(1.1^{t/t_0}-1\right)$$

За 5 млрд. лет солнце потеряет всего лишь около 0.032 M_0.

Можно найти решение приближенно. Например, вычислить средние значения $\dot{M}$ для каждого прошедшего миллиарда лет и считать, что каждый миллиард лет потеря массы проходила с одинаковым (средним) темпом.

Еще один вариант решения, заметить, что

$$1.1^{t/t_0}=(1+0.1)^{t/t_0}\approx 1+0.1\,t/t_0$$

Тогда можно считать, что Солнце теряет массу равноускоренно и

$$M(t)\approx\dot{M}_0 t+\frac{0.1\dot{M}_0}{t_0}\frac{t^2}{2}\approx 0.032\,M_0$$

7.4. Для ответа на этот вопрос надо рассчитать, какая полная энергия будет излучена Солнцем за 5 млрд. лет. Эта задача решается также как и предыдущая, а ответ будет $E = 7.7\cdot 10^{43}$ Дж. Энергия в Солнце вырабатывается за счет превращения водорода в гелий. Так как $E = M_r c^2$, то M_r и есть та масса, которая «пропала» при слиянии четырех протонов в одно ядро гелия. Тогда

$$M_r=\frac{E}{c^2}=8{,}6\cdot 10^{26}\,кг=4.3\cdot 10^{-4}\,M_0$$

Видим, что потеря массы солнечным ветром в три раза больше.

7.5. Средняя потеря массы Солнцем на стадии красного гиганта составляет

$$0.4 / 10^8 = 0.4\cdot 10^{-8}\,M_0/\text{год}.$$

7.6. Если бы солнце потеряло 0.4 своей массы мгновенно, то планеты перешли бы на сильно вытянутые орбиты. Но при медленной потере массы, при заметном изменении массы Солнца происходит за время, сильно превышающее орбитальный период планет, последние будут медленно отодвигаться от Солнца по спирали. В каждый момент

10-11 класс

времени планеты будут оставаться на почти круговой орбите. Если вещество будет вытекать радиально, то момент импульса планет не изменится. Тогда момент импульса равен

$$mvR = m\sqrt{\frac{GM}{R}}R = m\sqrt{GMR},$$

а закон сохранения импульса можно записать в виде

$$M_0 R_0 = MR,$$

$$R = \frac{M_0}{M}R_0 = \frac{R_0}{0.6} \approx 1.7\,R_{0.}$$

Таким образом радиусы орбит планет вырастут в 1.7 раза.

Рекомендации для жюри. Задача оценивается из 24 баллов.

7.1 оценивается из 3 баллов.

7.2 вывод связи между расстоянием до зоны жизни и светимостью — 2 балла. Вычисление положений каждой из границ — по 1 баллу. (максимально за эту часть 4 балла)

7.3 вычисление массы точным или любым приближенным, но учитывающим заданное увеличение темпа потери массы, способом — 4 балла.

7.4 вычисление полной излученной энергии оценивается, также как и предыдущее вычисление потери массы из 4 баллов. Определение дефекта массы оценивается еще двумя баллами.

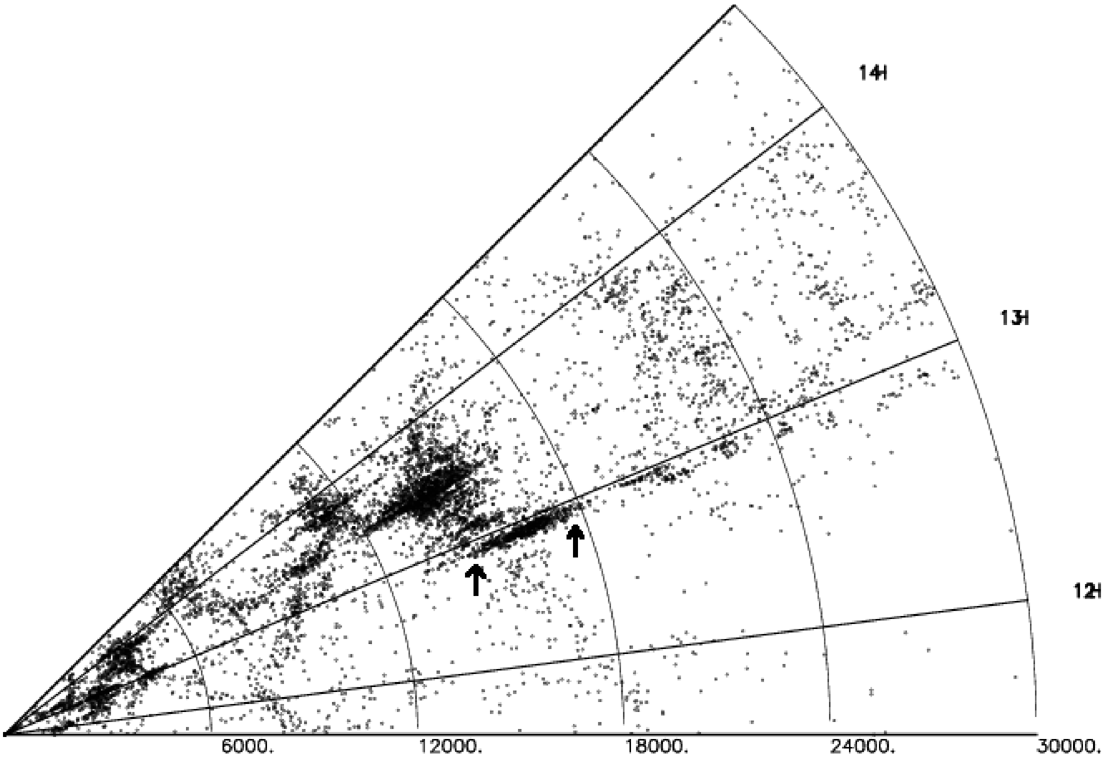
7.5 оценивается 1 баллом

7.6 здесь участник олимпиады должен прийти к выводу, планеты будут двигаться по туго закрученным спиралям (1 балл). За применение закона сохранения импульса (2-го закона Кеплера) начисляется 4 балла. Окончательный ответ стоит еще один балл. Если вместо движения по спирали участник олимпиады решил, что орбита изменится так, как будто масса Солнца изменилась мгновенно, то, при правильном вычислении большой полуоси этот вопрос оценивается в 2 балла.

8. **Условие.** Скопления галактик представляют собой гравитационно-связанные объекты, имеющие форму, близкую к сферической. Гравитационная связанность означает, что галактики, входящие в скопления, не участвуют в хаббловском расширении, а движутся хаотически по отношению к центру масс скопления. Это приводит к тому, что на картах «прямое восхождение» – «лучевая скорость», наподобие изображенной на картинке, скопления сильно вытянуты по направлению к наблюдателю и имеют веретенообразную форму. Оцените из этой карты массу скопления, помеченного стрелками. Ответ выразите в массах Солнца. Укажите погрешность полученной величины.

10-11 класс

На рисунке по радиусу – лучевая скорость в км/с, по углу – прямое восхождение в часах. Каждая точка представляет собой отдельную галактику. Постоянную Хаббла принять равной H=70 км/с/Мпк.



Решение. Случайные скорости галактик имеют характерную величину

$$\sigma=\sqrt{\frac{GM}{R}}\ ,$$

где M – масса скопления, R – его радиус.

«Протяженность» скопления по красному смещения около 2σ (поскольку есть галактики, летящие как к наблюдателю, так и от него). Измерив линейкой «протяженность» скопления, получаем: 2σ ≈ 3600 км/с, σ ≈ 1800 км/с. Поскольку погрешность измерений линейкой 0,5 мм, то погрешность определения характерной скорости составляет около 100 км/с.

Радиус скопления можно найти из его углового размера и среднего расстояния. Угловой размер можно определить с помощью транспортира, или вычислить, проведя несложные построения. В обоих случаях точность одинаковая, а угловой размер должен составить θ = 1.5º ± 0.5º = (0.026 ± 0,009) рад. Средняя скорость скопления определяется также с помощью линейки: v = 16100 ± 100 км/с. Из закона Хаббла вычислим среднее расстояние

$$r=\frac{v}{H}=(230\pm2)\,Мпк.$$

Поперечный размер скопления

$$R=r\frac{\theta}{2}=(3\pm1)\,Мпк=(9\pm3)\cdot10^{22}\,м$$

10-11 класс

Масса скопления:

$$M=\frac{R\sigma^2}{G}=(4\pm2)\cdot10^{45}=(2\pm1)\cdot10^{15}\,M_{sun}$$

Рекомендации для жюри. Задача оценивается из 16 баллов. Для проведения расчетов участнику олимпиады предварительно необходимо из рисунка определить некоторые величины и сделать оценку точности этих величин. Определить угловой размер скопления можно с помощью транспортира или с помощью линейки. В обоих случаях погрешность измерения примерно одинаковая. Выставляется 1 балл за определение углового размера и еще 1 балл за определение погрешности этой величины. Для измерения различных скоростей требуется сначала вычислить линейный масштаб рисунка (1 балл). Измерение среднего красного смещения скопления (с погрешностью) оценивается в 2 балла, вычисление линейного расстояния по формуле Хаббла — 2 балла и вычисление линейного радиуса скопления — еще 2 балла. Измерение амплитуды скоростей (и ее погрешности) оценивается в 2 балла. Вычисление массы галактики стоит 3 балла, а правильное вычисление погрешности 2 балла. Если в окончательном ответе присутствуют лишние значащие цифры в значении массы или погрешности, то оценка снижается на 1 балл.

9. **Условие.** Вам предоставлена фотография кометы C/2014 Q2 (Lovejoy) и карта данного участка звездного неба. Фотография была сделана 17 января 2015 года. В это время комета находилась на расстоянии 0.53 а.е. от Земли. Определите размер комы и размер хвоста кометы в километрах. Для удобства граница хвоста помечена.

Решение. Для начала надо определить масштаб фотографии. Для этого надо отождествить с помощью карты несколько звезд, расположенных в разных частях фотографии, определить их координаты и вычислить угловые и линейные расстояния между ними. Для хорошего определения масштаба нужно использовать несколько пар звезд, расположенные в разных частях фотографии. Усреднив несколько значений масштаба, кроме увеличения точности, можно обнаружить ошибки отождествления звезд, если такие есть. Итоговый масштаб должен получиться около 2.3′/мм или 26 мм/°.

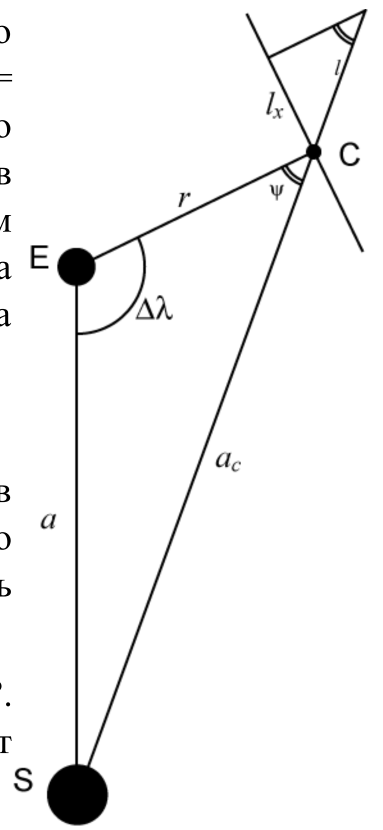
Проведя измерения можно определить, что диаметр комы на фотографии занимает примерно 23′ (значение может отличаться в зависимости от определения границы комы, но не должно отличаться очень сильно, например в 3 и более раз). На расстоянии 0.53 а.е. это составляет

$$D_c=2\cdot0.53\cdot\mathrm{tg}(11.5')=3.5\cdot10^{-3}\,а.е.\approx0.53\,млн.\ км$$

Хвост кометы имеет длину 8.8°, или l_x = 12 млн. км. Однако, это не полная длина хвоста, а лишь его проекция на небесную сферу. Как известно, хвост кометы направлен от Солнца. Найдем положение Солнца.

Известно, что его эклиптическая долгота была равна 18^h 21 декабря, а 20 марта, в день весеннего равноденствия, будет равна 0^h. Предполагая, что Солнце движется по эклиптике равномерно, получим, что 17 января его эклиптическая долгота была

10-11 класс



примерно равна $\lambda_s = 297°$. С помощью звездной карты можно определить экваториальные координаты кометы: $\alpha_c = 3^h16^m = 49°$, $\delta_c = 20°$. Комета находится западнее точки весеннего равноденствия. В этом месте эклиптика также находится в северном полушарии. Учитывая, что положение Солнца нам известно не очень точно, можно предположить, что комета также лежит на эклиптике. Тогда эклиптическая долгота кометы равна

$$\lambda_c = \arccos\left(\cos\delta_c \cos\alpha_c\right) = 52°$$

(Если точно перевести экваториальные координаты кометы в эклиптические, получим долготу 52° и широту 1.8°) Надо заметить, что применение «плоской» формулы дает чуть завышенное значение значение 53°.

Итак, расстояние между кометой и Солнцем было $\Delta\lambda = 115°$. Рассмотрим треугольник Солнце-комета-Земля. Расстояние от Солнца до кометы можно найти из теоремы косинусов:

$$a_c = \sqrt{a^2 + r^2 - 2ar\cos\Delta\lambda} = 1.3\,a.e.$$

Из теоремы синусов находим угол $\sin\psi$:

$$\sin\psi = \sin\Delta\lambda\frac{a}{a_c} = 0.7$$

Отсюда длина хвоста

$$l = \frac{l_x}{\sin\psi} = 17\,млн.км$$

Рекомендации для жюри. Задача оценивается из 16 баллов. Отождествление и определение масштаба 3 балла. Измерение углового размера комы 1 балл, вычисление линейного размера комы 1 балл. Запись промежуточных ответов не обязательна, балл за это не снижается. Измерение углового размера хвоста 1 балл. Вычисление длины проекции хвоста на картинную плоскость 1 балл. Определение положения Солнца на нужную дату 2 балла. Измерение координат кометы 2 балла. Вычисление эклиптической долготы кометы 2 балла, если использовалась сферическая тригонометрия, 1 балл, если использовалась геометрия на плоскости (до сравнения результатов сложно понять будут ответы совпадать достаточно точно или нет). Вычисление отклонения хвоста от луча зрения (или от картинной плоскости) 2 балла. Вычисление длины хвоста 1 балл. Если при решении участник олимпиады не учел, что хвост кометы не лежит в картинной плоскости, то за эту часть задачи он получает не более 2 баллов (1 балл за измерение угловой длины хвоста и 1 балл за определение его длины, а точнее длины проекции хвоста).

69-я Московская астрономическая олимпиада. 14 февраля 2015

10-11 класс