

У Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Теоретический тур, условия задач.

Троицк,
7-12 апреля 1998 г.

8-9 класс

1. В какой четверти Луна лучше освещает Землю – в первой или в третьей?
Ответ обосновать и пояснить рисунком.

2. В ночь с 23 на 24 февраля 1987 года астрономы зафиксировали вспышку сверхновой звезды в галактике Большое Магелланово Облако, расстояние от Земли до которой около 55 кпк. В каком году на самом деле произошла эта вспышка?

3. Приблизительно сколько раз в году при благоприятной погоде могут любоваться полной Луной белые медведи? Наклонение плоскости орбиты Луны к плоскости эклиптики составляет около 5° . Считайте, что белые медведи живут вблизи Северного полюса.

4. Искусственный спутник, находящийся на низкой околоземной орбите, пролетел над Харьковом ($\varphi_x \approx 50^\circ$ с.ш., $\lambda_x \approx 36^\circ$ в.д.). Над каким городом или над какой местностью (приблизительно) он пролетит через один оборот вокруг Земли?

Будьте внимательны: задачи 5–6 различны для 8 и 9 класса!

5. Год на Меркурии длится $T_{\text{в}} = 88$ земных суток, а период обращения вокруг своей оси составляет $t_{\text{в}} = 58.7$ суток (направления вращения совпадают). Найдите продолжительность τ меркурианских суток.

6. Определите, внутри или вне Солнца находится центр масс Солнечной системы, пренебрегая массами всех планет, кроме Юпитера. Масса Солнца M_{\odot} в 1050 раз больше массы Юпитера $m_{\text{ж}}$. Известно, что диаметр Солнца в 108 раз меньше расстояния от Земли до Солнца, а расстояние от Юпитера до Солнца составляет $l_{\text{ж}} = 5.2$ а.е.

5. Оцените, сколько времени длится в Троицке заход Солнца (т.е. время от первого до последнего касания горизонта солнечным диском). Широта Троицка – $\varphi = 55^\circ 30'$ с.ш., долгота – $\lambda = 37^\circ 15'$ в.д., угловой диаметр солнечного диска $2\rho = 32'$.

6. Вы путешествуете по поясу астероидов, характерная плотность пород которых составляет $\rho = 3.5$ г/см³. Каковы могут быть размеры астероидов, по которым можно бегать (с такой же скоростью, как на Земле), не боясь «упасть» в космос.

У Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Теоретический тур, условия задач.

Троицк,
7-12 апреля 1998 г.

10 класс.

1. На какой максимальной высоте может кульминировать Луна в Троицке? Наклонение эклиптики к плоскости небесного экватора составляет $\varepsilon = 23,5^\circ$, а плоскости орбиты Луны к плоскости эклиптики $I = 5.1^\circ$, широта и долгота Троицка – $\varphi = 55^\circ 30'$ с.ш., $\lambda = 37^\circ 15'$ в.д.

2. Гвинейскими астрономами обнаружена одна весьма плотная планета системы $\tau_{\text{LynxMajor}}$. Период обращения планеты вокруг своей оси составляет всего лишь 6 минут. Какой может быть плотность этой планеты?

3. Определите, внутри или вне Солнца находится центр масс Солнечной системы/ Необходимые данные возьмите из таблиц Солнечной системы. Видимый с Земли угловой размер Солнца $\alpha = 9,3 \cdot 10^{-3}$ рад, а его масса в 333000 раз больше массы Земли.

4. Насколько различаются видимые звездные величины Солнца летом и зимой, если эксцентриситет земной орбиты составляет $e_{\oplus} = 0.017$?

5. На небе имеется около 160 тысяч звезд ярче 10^m . Считая, что они распределены по небу равномерно, оцените, как часто происходит их покрытие Луной.

6. С какой планеты, Венеры или Марса, легче (по энергетическим соображениям) запустить космический зонд на поверхность Солнца, каким образом следует это осуществить? Какое время будет длиться полет? Необходимые данные возьмите из таблиц Солнечной системы.

V Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Теоретический тур, условия задач.

Троицк,
7-12 апреля 1998 г.

11 класс.

1. Некоторая галактика наблюдается как диск с угловым размером около $\alpha = 0.5'$, а красное доплеровское смещение в спектрах этой галактики составляет 2% ($\delta\lambda/\lambda = 0,02$). Сравните эту галактику с нашей по размерам. Постоянную Хаббла считать равной $H = 75$ км/с·Мпк.

2. Малая планета № 887 (астероид Алинда) обращается вокруг Солнца по вытянутой эллиптической орбите. Для наблюдателя, находящегося вблизи Солнца, его блеск меняется на $\Delta m_* = 5.24^m$. Определите, насколько меняется звездная величина Солнца (Δm_\odot), если наблюдать его с Алинды.

3. На просторах Тихого океана, между Чили, Новой Зеландией и Антарктидой находится точка Земного шара, диаметрально противоположная нам. Наш исследователь, стоящий «в чистом поле», наблюдает заход Солнца. Солнечный диск только что коснулся горизонта своим нижним краем. Что в этот же самый момент увидит наблюдатель в диаметрально противоположной точке Земного шара?

4. Наверно, Вы нередко замечали, что порой ночью у котов ярко светятся глаза (как правило, желтым или зеленым светом), особенно, если невдалеке имеется источник света – уличный фонарь, например. Наиболее хорошо блеск кошачьих глаз будет заметен, если Вы правильно выберете взаимное расположение себя, фонаря и кота.

А теперь представьте, что Вы наблюдаете кота, любующегося полной Луной. Принимая расстояние от себя до кота равным 5 метрам (как правило, ближе коты ночью людей не подпускают), примерно оцените максимально возможную звездную величину каждого кошачьего глаза m_{cateye} . Звездная величина Луны в полнолуние равна $m_\odot = -12,7^m$. Иные сведения о Луне и котах вспомните сами.

5. Космический корабль совершает перелет от Земли к Марсу по орбите Гомана-Цандера (в перигелии эта орбита касается орбиты Земли, а в афелии – орбиты Марса). Найдите время такого перелета, а также минимальное время, в течение которого космонавтам придется ожидать на Марсе момента отправления в обратный путь по орбите такой же формы. Из численных данных Вам известны только периоды обращения Земли и Марса вокруг Солнца: $T_\oplus = 365.25$ и $T_\mars = 687$ суток соответственно. Орбиты планет считать круговыми и лежащими в одной плоскости.

6. Оцените приблизительно размер солнечного паруса, с помощью которого можно было бы свободно путешествовать по Солнечной системе на космическом корабле-яхте массой $m = 10$ тонн (массой паруса можно пренебречь). Солнечная постоянная равна $A \approx 1.4$ кВт/м², расстояние от Земли до Солнца $R_\oplus \approx 150$ млн. км.

У Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Творческо-практический тур, условия задач.

Троицк,
7-12 апреля 1998 г.

8-9 класс.

1. В 1996 году на космическом телескопе им. Хаббла был проведен уникальный эксперимент: требовалось увидеть как можно более слабые объекты на небе, не достигаемых для наземной техники. В результате многочасовых экспозиций, выполненных с четырьмя светофильтрами, были получены изображения небольшой области неба вдали от млечного пути с площадью несколько квадратных угловых минут, где можно различить объекты до $29 \div 30$ звездной величины. Вам даются фотокопии изображений (полученные с некоторым уменьшением предельной звездной величины). На оригинальных изображениях удалось обнаружить около 2000 галактик, но лишь для небольшой части из них можно уверенно определить морфологический тип. Ваша задача: для выбранных объектов (они помечены цифрами) определить (по внешнему виду и цветовому оттенку), к какому классу они относятся. Используйте обозначения:

*	–	звезда нашей галактики
S	–	спиральная галактика
E	–	эллиптическая галактика
Ir	–	неправильная галактика

Там, где можно указать подкласс галактики, укажите: тип Sa или Sc.

Примечание: галактика № 30 указана не совсем точно: вы её найдете, переместив стрелочку на 30° против часовой стрелки.

2. В 2098 году астрономы Футурландии, пользуясь стареньким наземным двадцатиметровым телескопом, открыли замечательный во многих отношениях астероид, движущийся по круговой орбите. Оказалось, что видимый путь, пройденный им на небе за пять лет наблюдений, имеет вид куска натянутой цепи с пятью удлиненными звеньями, как бы положенной сверху на веревочку.



Оцените угловой размер «большой оси» звеньев этой цепи и период обращения вокруг Солнца открытого нашими футурландскими коллегами астероида. Перерисовав в тетрадь «цепочку», отметьте на ней точки, в которых блеск объекта достигает минимумов и максимумов.

V Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Творческо-практический тур, условия задач.

Троицк,
7-12 апреля 1998 г.

10-11 класс.

1. В 1996 году на космическом телескопе им. Хаббла был проведен уникальный эксперимент: требовалось увидеть как можно более слабые объекты на небе, не достигаемых для наземной техники. В результате многочасовых экспозиций, выполненных с четырьмя светофильтрами, были получены изображения небольшой области неба вдали от млечного пути с площадью несколько квадратных угловых минут, где можно различить объекты до $29 \div 30$ звездной величины. Вам даются фотокопии изображений (полученные с некоторым уменьшением предельной звездной величины). На оригинальных изображениях удалось обнаружить около 2000 галактик, но лишь для небольшой части из них можно уверенно определить морфологический тип. Ваша задача: для выбранных объектов (они помечены цифрами) определить (по внешнему виду и цветовому оттенку), к какому классу они относятся. Используйте обозначения:

*	–	звезда нашей галактики
S	–	спиральная галактика
E	–	эллиптическая галактика
Ir	–	неправильная галактика

Там, где можно указать подкласс галактики, укажите: тип Sa или Sc.

Примечание: галактика № 30 указана не совсем точно: вы её найдете, переместив стрелочку на 30° против часовой стрелки.

2. 1 января 1998 года правительством галактики «Млечный Путь» произведена деноминация 1:1000 «мер и весов» внутри галактики. Деноминация распространяется на область Вселенной радиусом (первоначальным) в 20 кпк с центром в центре нашей галактики. При этом центр галактики остается в том же месте относительно других галактик, не меняется пространственная ориентация, но все расстояния между объектами внутри галактики уменьшаются в 1000 раз. В той же области деноминируется масса всей материи, то есть в 1000 раз уменьшаются массы всех макро-, микрообъектов, даже элементарных частиц и электромагнитных волн. Кроме того, в течение всего 1998 года сохраняют свое действие «старые» значения всех мировых констант (скорость света, гравитационная постоянная, постоянная Планка, и т.п.).

Исследуйте последствия деноминации для населения галактики. В частности, к каким физическим последствиям в 1998 году это приведет, будет ли галактика и ее объекты устойчивыми, что обнаружат ученые-астрономы и т.д. И, если уж правительство галактики решилось на деноминацию «мер и весов», то какие еще физические параметры тоже стоило бы деноминировать?

Сингулярность и невыполнение некоторых законов сохранения в момент резкой деноминации 1 января не рассматривать.

V Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Теоретический тур, решения задач.

Троицк,
7-12 апреля 1998 г.

8-9 класс.

1. Правая часть видимой нам поверхности Луны, где меньше морей, отражает солнечный свет лучше, чем левая – это видно с первого взгляда. Поэтому в первой четверти, когда освещена правая часть Луны, она освещает Землю лучше, чем третьей.

2. 55 кпк – это 180000 световых лет (в 1 парсеке 3.26 световых года). То есть, свет из Большого Магелланова Облака идет до нас около 180000 лет, и любое событие, которое мы видим сейчас, произошло там уже 180 тысяч лет тому назад. Вычислять точно год, в котором на самом деле произошла вспышка сверхновой, бессмысленно, поскольку точность, с которой дано расстояние до галактики, явно не превышает 1%. Правильный ответ: около 180 тысяч лет тому назад.

3. Во время полнолуния направление на Луну практически противоположно направлению на Солнце. То есть, во времена полнолуний Луна находится примерно в той области небесной сферы, которая противоположна направлению на Солнце. С точностью до 5% это означает, что полной Луной белые медведи могут любоваться только тогда, когда Солнце под горизонтом – 6-7 раз в году, во время полярной ночи.

Примечание: если посчитать точно, то полная Луна может быть на Северном полюсе над горизонтом от 5 до 8 раз в году.

4. Спутники, находящиеся на низкой орбите, совершают 1 оборот вокруг Земли примерно за 90 минут. Через это время спутник будет находиться в той же точке относительно центра Земли. Но за это время Земля поворачивается вокруг своей оси примерно на 22.5° . То есть, через 1 оборот спутник будет находиться над точкой земной поверхности, долгота которой отличается от харьковской на 22.5° , причем, поскольку Земля вращается с запада на восток, искомая долгота будет меньше харьковской и составит 13.5° .

Примерно на широте Харькова и долготе 13.5° находится город Прага, над ней и пролетит спутник через один оборот.

5. (8 класс) Поскольку направления вращения совпадают, число суток (с продолжительностью S) в году (T_0) ровно на 1 меньше, чем число оборотов планеты вокруг своей оси (период T), то есть

$$\frac{T_0}{S} = \frac{T_0}{T} - 1.$$

Отсюда

$$S = \frac{T_0 T}{T_0 - T} = 176 \text{ сут.}$$

Заметим, что это в точности два периода обращения Меркурия вокруг Солнца и три – вокруг своей оси.

6. (8 класс) Если мы пренебрегаем всеми планетами, кроме Юпитера, то центр масс Солнечной системы – это центр масс системы Солнце-Юпитер, который находится от центра Солнца на расстоянии

$$L = m_J l_J / (M_\odot + m_J) = 5,2/1051 \text{ а.е.} \approx 4,95 \cdot 10^{-3} \text{ а.е.} \approx 740000 \text{ км}$$

Радиус Солнца составляет чуть меньше 700 тысяч километров. Видно, что в рамках сделанных в условии допущений, центр масс Солнечной системы находится вне Солнца, хотя и близко к его поверхности.

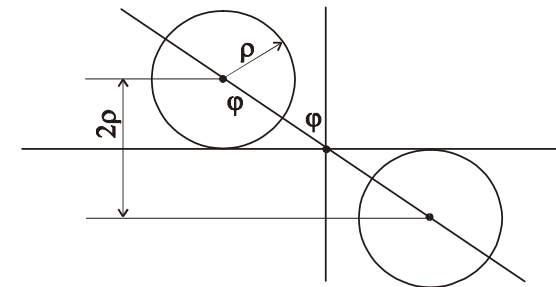
5. (9 класс) Как видно на рисунке, за то время, пока солнечный диск пересекает линию горизонта, Солнце по небосклону проходит угловое расстояние

$$l = \frac{2\rho}{\cos\varphi},$$

где φ – угловой радиус Солнца. Соответственно, заход будет длиться время

$$t = l/u,$$

где u – величина скорости движения Солнца по небу.



Величина u составляет 15° в час, из чего получаем, что заход Солнца на данной широте будет длиться примерно 3.8 минуты.

6. (9 класс) Очевидно, упасть в космос можно в том случае, когда Ваша скорость относительно астероида превысит вторую космическую для него. Впрочем, даже если Вы превысите только первую космическую, то уже будет очень неудобно: придется весьма долго ожидать возвращения на астероид. Так что будем считать, что скорость Вашего бега (человек развивает скорость до 10 м/с) не должна быть больше первой космической, то есть:

$$v < \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{4\pi\rho G}{3}} R.$$

Отсюда

$$R < v \sqrt{\frac{3}{4\pi\rho G}} \approx 10 \text{ км.}$$

То есть, без опаски можно бегать по астероидам, диаметр которых больше 20 км.

V Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Теоретический тур, решения задач.

Троицк,
7-12 апреля 1998 г.

10 класс.

1. Максимальная высота кульминации будет в тот момент, когда у Луны максимальное склонение, равное

$$\delta = \varepsilon + i = 28.6^\circ.$$

Здесь ε и i – наклон экватора и лунной орбиты к эклиптике. Максимальная высота Луны в верхней кульминации составит

$$h = 90^\circ - \varphi + \delta = 63.1^\circ.$$

2. Никакие части планеты не могут двигаться со скоростью, большей первой космической для этой планеты v_1 . Чтобы вещество планеты не улетало с ее экватора, необходимо, чтобы экваториальная скорость v_0 была бы меньше первой космической, то есть

$$\frac{2\pi R}{T} = v_0 < v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{4G\pi\rho}{3}}R.$$

Здесь M , R и ρ – масса, радиус и средняя плотность планеты, T – период ее осевого вращения. Из этого выражения мы получаем ограничение для плотности:

$$\rho > \frac{3\pi}{GT^2}.$$

Подставляя численные данные, получаем, что плотность планеты должна быть не меньше $1.09 \cdot 10^6$ кг/м³.

3. Если мы пренебрегаем всеми планетами, кроме Юпитера, то центр масс Солнечной системы – это центр масс системы Солнце-Юпитер, который находится от центра Солнца на расстоянии

$$L = m_J l_J / (M_\odot + m_J) = 5,2/1051 \text{ а.е.} \approx 4,95 \cdot 10^{-3} \text{ а.е.} \approx 740000 \text{ км}$$

Радиус Солнца составляет чуть меньше 700 тысяч километров. Видно, что в рамках сделанных в условии допущений, центр масс Солнечной системы находится вне Солнца, хотя и близко к его поверхности.

4. Известно, что точку перигелия своей орбиты Земля проходит зимой, а точку афелия – летом. Поэтому летом расстояние от Земли до Солнца в $(1+e)/(1-e)$ раз больше, чем зимой. Соответственно разница в звездных величинах Солнца составит:

$$\Delta m = 2.51g \left(\frac{1+e}{1-e} \right)^2 = 51g \frac{1+e}{1-e} = 0.074.$$

5. Луна движется по небу, совершая полный оборот относительно звезд за 27.32 суток (звездный период обращения Луны). За это время лунный диск покрывает полосу площадью $360 \cdot 0.5 = 180$ квадратных градусов.

Найдем теперь число квадратных градусов в сфере. Площадь сферы равна $4\pi R^2$, а площадь квадратного элемента сферы 1° на 1° (или 0.0175 радиан на 0.0175 радиан) составляет $3.05 \cdot 10^{-4} \cdot R^2$. В итоге, площадь небесной сферы составляет примерно 41000 квадратных градусов, и Луна покрывает 0.0044 небесной сферы. На этой площади содержится около 700 звезд, покрываемых Луной за 27.32 дня, то есть в среднем одно покрытие происходит за 56 минут.

6. Для того, чтобы послать зонд с поверхности планеты на Солнце, нужно сначала вывести его на околопланетную орбиту, а потом перевести его на очень вытянутую орбиту вокруг Солнца (чтобы она по крайней мере касалась Солнца), то есть уменьшить скорость относительно Солнца практически до нуля.

Очевидно, что оба пункта существенно легче выполнить при запуске зонда с Марса. Выведение на околопланетную орбиту проще, поскольку первая космическая скорость для Марса более чем в два раза меньше, чем для Венеры. Скорость движения Марса по орбите тоже меньше, чем скорость Венеры. Кроме того, на Марсе практически нет атмосферы, преодоление которой при запуске зонда с поверхности Венеры потребует дополнительных затрат.

Для ответа на второй вопрос, рассмотрим движение корабля по траектории, которая касается орбиты Марса и поверхности Солнца. Расстояние корабля в перигелии значительно меньше расстояния в афелии, поэтому большая полуось такой орбиты будет вдвое меньше большой полуоси орбиты Марса, а период обращения, по III закону Кеплера, будет меньше орбитального периода Марса в $2^{3/2} = 2.83$ раза и составит 243 дня. Перелет будет длиться половину периода обращения корабля, что составляет 121.5 суток.

V Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Теоретический тур, решения задач.

Троицк,
7-12 апреля 1998 г.

11 класс.

1. Скорость удаления галактики равна $c \cdot z$, где c – скорость света, z – красное смещение галактики. Разделяя данную величину на постоянную Хаббла H , мы получаем расстояние до галактики, а умножая на ее видимый размер a в радианах – размер этой галактики. В итоге, он получается равным

$$d = \frac{c z a}{H} = 12 \text{ кпк.}$$

2. Блеск астероида меняется из-за того, что он то приближается к Солнцу, то удаляется от него. Если это единственная причина изменения блеска (то есть мы считаем астероид сферическим и однородно отражающим), то солнечного света на астероид попадает обратно пропорционально квадрату расстояния от него до Солнца ($\sim R^{-2}$), а к наблюдателю возвращается от этого попавшего излучения величина еще раз обратно пропорциональная квадрату это расстояния. То есть, интенсивность I доходящего до нас света пропорциональна R^{-4} . Таким образом, для разницы в звездных величинах астероида, наблюдаемого от Солнца, мы имеем

$$\Delta m_1 = 2.5 \lg \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^4 = 10 \lg \frac{R_1}{R_2}.$$

Для Солнца, видимого с астероида

$$\Delta m_2 = 2.5 \lg \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 = 5 \lg \frac{R_1}{R_2} = \frac{\Delta m_1}{2} = 2.62.$$

3. Вроде бы, если точка абсолютно противоположная, то ситуация должна быть абсолютно симметричная: в тот же момент там должен начаться восход Солнца, то есть появление первого солнечного лучика. Но это лишь в том случае, если не учитывать два важных обстоятельства:

Первое – для любого наблюдателя физический горизонт немного опущен. Даже если человек просто стоит на земной поверхности, понижение физического горизонта составляет около $2.5'$. Это означает, что если у нас солнечный диск коснулся физического горизонта, то его нижний край уже на $2.5'$ ниже математического горизонта. То есть, в противоположной точке Земного шара верхний край солнечного диска на $2.5'$ выше математического горизонта. Соответственно, стоящий наблюдатель видит его уже на $5'$ выше физического горизонта, а $5'$ – это треть радиуса Солнца.

Но рассмотренное понижение физического горизонта – не главный эффект в этой задаче. Есть еще рефракция – преломление лучей. Величина рефракции немного зависит от погодных условий, но в среднем составляет на уровне горизонта

около $35'$. Так что, в тот момент, когда у нас солнечный диск только что коснулся горизонта, в противоположной точке Земного шара Солнце уже поднялось над горизонтом примерно на один градус.

4. Задача эта, очевидно, оценочная. Скорее даже – экспериментальная. Вначале надо понять, почему в данном случае светится кошачий глаз. Иногда ведь кошачьи глаза светятся и в полной темноте. Но, конечно, далеко не столь ярко, как вблизи источников света. Проводя экспериментальные наблюдения котов под фонарями, можно установить: для того, чтобы увидеть наиболее яркие глаза, оптимальным вариантом является Ваше расположение практически точно между фонарем и котом. Чем ближе к коту Ваша тень от фонаря, тем ярче сверкают его глаза. Было бы еще ярче, если бы Вы попали точно на линию фонарь-кот, но при этом кота Вы «затмеваете». Из всего этого можно сделать вывод, что кошачьи глаза являются почти зеркальцами, отражающими свет точно назад.

Кстати, здесь немаловажно, что кот тоже за Вами внимательно наблюдает (обычно – опасается), то есть плоскость его глаз перпендикулярна направлению на Вас и фонарь. Но вообще, вовсе не обязательно, чтобы фонарь, Вы и кот находились на одной прямой – иногда глаза сверкают просто при повороте им головы, когда направление его взгляда соответствует примерно биссектрисе угла человек-кот-фонарь.

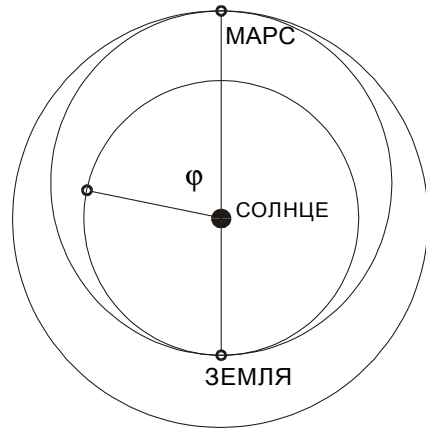
Теперь рассмотрим кота, любующегося полной Луной. Будем считать, что диаметр зрачка кошачьего глаза (ночью!) около 10 мм , глаза отражают свет почти как зеркало, а коэффициент отражения около $1/3$ (т.е. отражают треть падающего на него света). Легко вычислить, что угловая площадь светящегося кошачьего глаза с расстояния 5 метров составляет около $3 \cdot 10^{-6}$ квадратных радиан, что явно меньше угловой площади лунного диска ($7 \cdot 10^{-5}$ квадратных радиан). Поэтому можно считать, что в кошачьем глазе, как в зеркале, Вы увидите часть Луны с угловой площадью около $3 \cdot 10^{-6}$ квадратных радиан и втрое меньшей яркостью (так как коэффициент отражения $1/3$).

Таким образом, от кошачьего глаза, расположенного на расстоянии 5 метров , к Вам попадает максимум $1/70$ света полной Луны. То есть, звездная величина кошачьего глаза будет примерно на 4.5^m больше, чем у полной Луны и составит около -8^m . Оценка, конечно, очень грубая. В зависимости от величины коэффициента отражения в кошачьем глазе и яркости фонаря можно получить от -9^m до -5^m .

5. Большая полуось орбиты, по которой космический корабль совершает перелет ($a_{\oplus\text{J}}$) будет равна полусумме радиусов орбит Земли и Марса a_{\oplus} и a_{J} . Время перелета от Земли к Марсу по этой орбите равно половине орбитального периода. Выражая его в годах и воспользовавшись III законом Кеплера, получаем значение времени перелета:

$$\tau = T_{\oplus\text{J}}/2 = [(a_{\oplus} + a_{\text{J}})/2]^{3/2} / 2 = 259 \text{ сут}$$

V Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике



Для вычисления времени, в течении которого космонавтам придется ожидать на Марсе момента отправления в обратный путь по такой же орбите, заметим, что в момент прилета Земля опережает Марс на угол

$$\varphi = \omega_{\oplus}t - \pi = 2\pi t/T_{\oplus} - \pi,$$

где $\omega_{\oplus} = 2\pi/T_{\oplus}$ – угловая скорость движения Земли по орбите вокруг Солнца.

В момент отправления в обратный путь Земля, очевидно, должна отставать от Марса не такой же угол φ , что соответствует опережению на угол $2\pi k - \varphi$ (где k – целое число). Для вычисления минимального времени надо найти такое минимальное k , при котором $(2\pi k - \varphi) > \varphi$. Из численных данных видно, что в нашем случае $k = 1$. Время, за которое опережение Земли увеличится с φ до $2\pi - \varphi$ равно

$$T_{\text{ожид}} = (2\pi - 2\varphi)/(\omega_{\oplus} - \omega_{\text{M}}),$$

Где $(\omega_{\oplus} - \omega_{\text{M}})$ – относительная угловая скорость движения Земли и Марса,

$$T_{\text{ожид}} = (1 - \varphi/\pi)/(1/T_{\oplus} - 1/T_{\text{M}}) = (2 - 2\varphi/T_{\oplus})/(1/T_{\oplus} - 1/T_{\text{M}}) \approx 454 \text{ сут.}$$

6. Во-первых, поймем, что значит «свободно путешествовать по Солнечной системе». Разумно считать, что с помощью такого паруса, точнее, с помощью силы солнечного давления на него, можно было бы существенно изменять орбиту космического корабля-яхты. Иными словами, чтобы сила давления солнечного излучения F_R была сопоставима с силой гравитационного притяжения F_G . Поскольку в условии требуется «оценить приблизительно», в качестве исходного условия примем, что эти силы равны друг другу.

Импульс каждого фотона света равен E/c , где E – его энергия, а c – скорость света. Следовательно, суммарный импульс всех фотонов, ударяющихся за время Δt о парус площадью S на расстоянии R от Солнца, равен

$$p = \frac{AS\Delta t}{c} \cdot \frac{R_0^2}{R^2}.$$

Здесь A – солнечная постоянная на расстоянии Земли от Солнца R_0 . Если покрасить парус в белый цвет, то фотоны будут отскакивать от паруса обратно, передавая ему свой удвоенный импульс. Из этого мы получаем выражение для силы давления излучения и приравниваем ее к силе тяжести:

$$F_R = \frac{2p}{\Delta t} = \frac{2AS}{c} \cdot \frac{R_0^2}{R^2} = \frac{GMm}{R^2}.$$

Из этого следует, что независимо от расстояния до Солнца, площадь паруса должна быть не менее чем

$$S = \frac{GMmc}{2AR_0^2} = 6 \text{ км}^2.$$

V Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Творческо-практический тур, условия задач.

Троицк,
7-12 апреля 1998 г.

8-9 класс.

1. Ответы:

1 *	16 E	31 S(?)
2 S	17 *	32 S
3 S	18 Ir	33 S
4 S	19 S(?)	34 S
5 E	20 E	35 *
6 S (взаимодействующая?)	21 S	36 E или Sa
7 S	22 S	37 S
8 S	23 Ir	38 Sa
9 S	24 S	39 S
10 Ir	25 S	40 S или Ir
11 S	26 *	41 E
12 Ir (?)	27 S	42 Sc
13 E	28 S	43 Ir
14 S	29 Sc	44 E
15 S	30 E	45 E

2. Решим задачу приближенно. Пусть a – радиус орбиты тела в а.е., P – период его обращения вокруг Солнца в годах. Так как очевидно, что тело довольно далеко, то можно считать, что оно полгода движется прямым движением, а полгода – попятным. За время прямого движения оно смещается (в радианной мере) на $2/a$ из-за параллакса и на $2\pi/2P$ из-за «собственного движения» объекта, обусловленного его орбитальным движением. Итого при прямом движении полное смещение составляет

$$\frac{2}{a} + \frac{\pi}{P}$$

При попятном движении угловые смещения, обусловленные параллаксом и собственным перемещением объекта, очевидно, происходят в противоположных направлениях, т.е. вычитаются, а не складываются. Полное смещение при попятном движении равно поэтому

$$\frac{2}{a} - \frac{\pi}{P}$$

Чтобы происходило точное "зацепление" звеньев, нужно, чтобы половина смещения при прямом движении в точности равнялась смещению при попятном движении. Это даёт

$$\frac{1}{a} + \frac{\pi}{2P} = \frac{2}{a} - \frac{\pi}{P}$$

откуда

$$\frac{1}{a} = \frac{3\pi}{2P}$$

V Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Поскольку по третьему закону Кеплера $P = a^{3/2}$ (при использовании единиц “а.е.” и “год”), последнее сообщение дает окончательно:

$$a = \left(\frac{3\pi}{2}\right)^2 \approx 22.$$

Третий знак здесь, естественно, неуместен – надо вспомнить о приближении, которое вводится предположением, что и прямое, и попятное движения происходят точно по полгода. Соответствующий период обращения составляет около 100 лет.

«Большая полуось» каждого эллипса цепочки – это смещение объекта на небе за его один синодический период, который в нашем случае практически равен земному году (на 1% больше). Отсюда «большая полуось» – это немного меньше одной сотой длины окружности, то есть около трех с половиной градусов.

Что касается блеска объекта, то максимален он в противостоянии – середине попятного движения, а минимален в соединении – середине прямого движения.

Кстати, компьютерный имитатор видимого движения планет, позволяющий создавать искусственную планету, дает возможность весьма наглядно убедиться, что число $a \approx 22$ а.е. – верное. Прямо на экране видно, что при $a > 22$ а.е. звенья цепочки разомкнуты, а при $a < 22$ а.е. они перекрываются.