

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

51 Московская Астрономическая Олимпиада (1997 год)

1 тур

7 класс и моложе

- 1.1. Может ли Венера наблюдаться в созвездии Близнецов? В созвездии Большого Пса? В созвездии Ориона?
- 1.2. Почему полные солнечные затмения очень интересны для наблюдателей комет?
- 1.3. Вега кульминировала в 4 часа по местному времени. Какой сейчас сезон года (с точностью до месяца)?
- 1.4. Почему при наблюдении с Земли астрономы не смогли точно определить массу Венеры таким же способом, как они определяли массы большинства других планет?

8 - 9 классы

- 1.5. Какие планеты, в какой конфигурации и из каких мест на Земле можно наблюдать всю ночь, с вечера до рассвета?
- 1.6. Период пульсара в Крабовидной туманности составляет 0.0334 секунды. В каких пределах и с какой периодичностью будет изменяться значение этого периода, измеренное на Земле? Когда оно будет достигать максимума и минимума?
- 1.7. Телескоп, установленный на широте 50° с.ш., имеет альт-азимутальную монтировку, на которой он может поворачиваться на 360° по азимуту и от 40° до 50° по высоте. Какая доля небесной сферы доступна наблюдениям с этим телескопом?
- 1.8. Блеск Венеры во время верхнего соединения равен -3.9^m , а во время наибольшей элонгации -4.4^m . Чему равен блеск Венеры в этих конфигурациях при наблюдении с Марса? Расстояние от Венеры до Солнца равно 0.723 а.е., а от Марса до Солнца 1.524 а.е.

10 - 11 классы

- 1.9. Известно, что иногда на фоне вечерней зари удается заметить Луну в возрасте менее 1 суток, а иногда, даже при хорошей погоде, не удается. От каких факторов это зависит, и существует ли у них периодичность во времени?
- 1.10. Параллакс Веги равен $0.12''$, а звездная величина — 0^m . На каком расстоянии от Солнца на прямой Солнце-Вега должен находиться наблюдатель, чтобы эти две звезды были одинаково яркими? Видимая звездная величина Солнца равна -26.8^m .
- 1.11. На Земле наблюдается частное солнечное затмение. Момент его наибольшей фазы наступил во время T , сама же наибольшая фаза наблюдается в пункте A . На какой высоте над горизонтом находится Солнце в этом пункте в это время? Как относительно диска Солнца располагается диск Луны?
- 1.12. При нынешнем положении Луны океанские приливы и отливы чередуются приблизительно через каждые 6 часов и имеют вдали от берега высоту около 50 см. А что было бы, будь Луна вдвое дальше от Земли?

2 тур

7 класс и моложе

- 1.13. Почему периоды хорошей вечерней видимости планет наступают обычно зимой и весной, а утренней — летом и осенью?
- 1.14. Почему на небе вблизи Млечного Пути наблюдается больше слабых звезд, а количество слабых галактик, наоборот, меньше, чем вдали от него?
- 1.15. 9 марта 1997 года в Восточной Сибири будет видно полное солнечное затмение. Опишите вид неба в момент полной фазы, учитывая, что затмение произойдет в первой половине дня.
- 1.16. Объясните, почему Титан — спутник Сатурна, смог сохранить свою атмосферу, а Меркурий — нет?

8 - 9 классы

1.17. На какой максимальной высоте над горизонтом можно найти Меркурий невооруженным глазом? В какой сезон и на каких широтах это может произойти? Считать, что Меркурий становится видимым на сумеречном небе при погружении Солнца под горизонт, равном 6° .

1.18. Планета движется по круговой орбите вокруг звезды. Каким станет эксцентриситет орбиты, если масса звезды мгновенно изменится в n раз?

1.19. Поезд движется со скоростью 60 км/ч на запад вдоль параллели 60° с.ш. Какую продолжительность светлого времени суток зафиксирует пассажир этого поезда 21 марта? Рефракцией пренебречь.

1.20. Блеск Юпитера в противостоянии 1997 года составляет -2.8^m , а блеск Урана в противостоянии $+5.7^m$. Сравнить альбедо Юпитера и Урана. Расстояние Юпитера от Солнца вблизи противостояния в 1997 году составляет 5.065 а.е., Урана — 19.825 а.е., радиусы планет соответственно 71.49 и 25.56 тысяч км.

10 - 11 классы

1.21. Блеск Солнца равен -26.8^m . Найти блеск полной Луны, считая ее альбедо равным 0.1.

1.22. Наблюдатель фиксирует вид неба регулярно в одно и то же звездное время и постоянно видит Солнце на горизонте. В каком месте Земли и в какое звездное время это может произойти?

1.23. Белый карлик имеет массу 0.6 масс Солнца, светимость 0.001 светимости Солнца и температуру, вдвое большую температуры Солнца. Во сколько раз его средняя плотность выше солнечной?

1.24.

На ясном небе темном
Видны соседние миры.
Взгляни на свет их ровный
В их тайны загляни!

Найди рогатое созвездье
И в центр его посмотри,
И два сияющих брильянта
У взгляда встанут на пути:

“Планета-сила” светит ярче
Любой сияющей звезды.
Но ярче силы светит рядом
“Богиня вечной красоты”.

В созвездии тринадцатом
Еще два мира светят.
И лишь Сатурна нет нигде
На небе темном этом.

В какой сезон года (с точностью до месяца) и в какое время суток могла наблюдаться такая картина?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

51 Московская Астрономическая Олимпиада (1997 год)

1 тур

7 класс и моложе

1.1. Венера может наблюдаться в зодиакальном созвездии Близнецов. Также она может наблюдаться в северной части созвездия Ориона, так как это всего на несколько градусов южнее эклиптики, а отклонение Венеры от эклиптики может достигать 8° . Венера была видна в созвездии Ориона в августе 1996 года. В созвездии Большого Пса, далеко от эклиптики, Венера находится не может.

1.2. Существует целый класс комет, имеющих очень малое перигелийное расстояние. Вдали от Солнца они могут быть очень слабыми, однако вблизи перигелия их блеск сильно увеличивается, нередко достигая отрицательных звездных величин. В это время они находятся вблизи Солнца, и во время полного солнечного затмения появляется единственная возможность найти эти кометы с помощью обычной оптики.

1.3. Вега, ярчайшая звезда созвездия Лиры, кульминирует в местную полночь 1 июля (верхняя кульминация) и 31 декабря (нижняя кульминация). Приблизительно за два месяца до этого соответствующая кульминация будет происходить в 4 часа местного времени (с каждым днем кульминация Веги происходит на 3^m56^s раньше). Точный ответ такой: верхняя кульминация Веги происходит в 4 часа по местному времени 1 или 2 мая, а нижняя — 30 или 31 октября.

1.4. Массу планеты можно достаточно точно определить по третьему обобщенному закону Кеплера, если известны периоды обращения и радиусы орбит ее спутников. У Меркурия и Венеры спутников нет. Оценка массы планеты по ее влиянию на другие планеты и пролетающие рядом астероиды не дает высокой точности. Точно определить массу Венеры удалось лишь в XX веке с помощью космических аппаратов.

8 - 9 классы

1.5. Все верхние планеты видны с вечера до рассвета вблизи эпох их противостояния с Солнцем (если в данной точке они восходят над горизонтом). Однако подобная ситуация может сложиться еще в одном случае: если планета имеет значительно большее (в южном полушарии — меньшее) склонение, чем Солнце, то она может стать незаходящей в полярных широтах, в то время как Солнце будет опускаться под горизонт довольно глубоко. Подобная ситуация сложилась весной 1996 года, когда внутренняя планета Венера была видна в течение всей ночи над северо-западным и северным горизонтом севернее 65° с.ш. Меркурий — планета значительно более слабая и не отходящая далеко от Солнца, и для нее такие “экзотические” условия наступают намного реже и только в южных полярных районах, где Меркурий бывает хорошо виден во время своего наибольшего (до 27° - 28°) углового расстояния от Солнца.

1.6. Крабовидная туманность находится вблизи эклиптики, в своем видимом движении по небу Солнце проходит мимо нее в июне. На наблюдаемый период будет влиять движение Земли вокруг Солнца. Изменение периода равно

$$\Delta P = P \cdot \frac{v}{c},$$

где v — составляющая скорости Земли по направлению от туманности, а c — скорость света. Максимальный период будет во время движения Земли по направлению от Крабовидной туманности, что имеет место в марте, минимальный — во время движения Земли к туманности (сентябрь). Амплитуда годовых колебаний будет равна 10^{-4} от величины периода, т.е. $3 \cdot 10^{-6}$ секунды.

1.7. Несмотря на столь малый диапазон доступных высот светил над горизонтом, наблюдениям в этот телескоп, в принципе, будет доступно все северное небесное полушарие, то есть половина небесной сферы. Так, при наведении телескопа на юг ему будут доступны звезды со склонением от 0° до $+10^\circ$, на север — от $+80^\circ$ до $+90^\circ$, а при движении телескопа по азимуту с юга на север мы пересечем все небесные параллели северного полушария. Соответственно, выбрав нужное время суток и сезон наблюдений, мы сможем навести телескоп на любой объект со склонением, большим 0° .

1.8. Фаза Венеры равна 1.0 в верхнем соединении и 0.5 в наибольшей элонгации вне зависимости от того, проводим ли мы наблюдения с Земли или с Марса. Таким образом, нам нужно всего лишь рассчитать, на сколько изменится расстояние до Венеры в той или иной конфигурации, если пункт наблюдения переместится с Земли на Марс. Обозначим через a_0 радиус орбиты Венеры, а через a — радиус орбиты планеты, с которой ведутся наблюдения. Тогда расстояние до Венеры в момент ее верхнего соединения будет равно $a+a_0$, что составляет 1.723 а.е. для Земли и 2.247 а.е. для Марса. Тогда звездная величина Венеры во время верхнего соединения на Марсе будет равна

$$m_1 = -3.9 + 5 \lg (2.247/1.723) = -3.3.$$

Расстояние до Венеры в момент наибольшей элонгации равно

$$d = \sqrt{a^2 - a_0^2}$$

и составляет 0.691 а.е. для Земли и 1.342 а.е. для Марса. Звездная величина Венеры в момент наибольшей элонгации равна

$$m_2 = -4.4 + 5 \lg (1.342/0.691) = -3.0.$$

Интересно, что Венера светит на Марсе (как и Меркурий на Земле) в наибольшей элонгации слабее, чем в верхнем соединении.

10 - 11 классы

1.9. Это зависит от двух факторов. Первый — сезон года. Лучше всего молодую Луну искать зимой и весной, когда ее склонение возрастает со временем и к моменту наблюдений превышает солнечное. Второй фактор — расположение узлов лунной орбиты. Благоприятные условия складываются, когда вблизи новолуния орбита Луны располагается выше эклиптики. Разумеется, наилучшие условия наступают при сложении обоих факторов. Такое происходит раз в 18-19 лет и последний раз было в начале 90-х годов.

1.10. Расстояние до Веги R , выраженное в парсеках, равно $1/\pi''$, где π'' — ее параллакс, выраженный в секундах дуги. Подставляя значение параллакса, получаем $R=8.3$ пк. Учитывая, что в одном парсеке содержится 206265 а.е., определим видимую звездную величину Солнца с такого расстояния. Она равна

$$m_0 = -26.8 + 2.5 \lg (8.3 \cdot 206265)^2 = +4.4.$$

Учитывая, что блеск Веги с такого же расстояния равен 0^m , она светит в

$$K = 10^{0.4 \cdot 4.4} = 57.5$$

раз ярче Солнца. Обозначим искомое расстояние вдоль прямой Солнце-Вега, с которого Солнце и Вега имеют одинаковый блеск, через r . Тогда для него должно выполняться уравнение

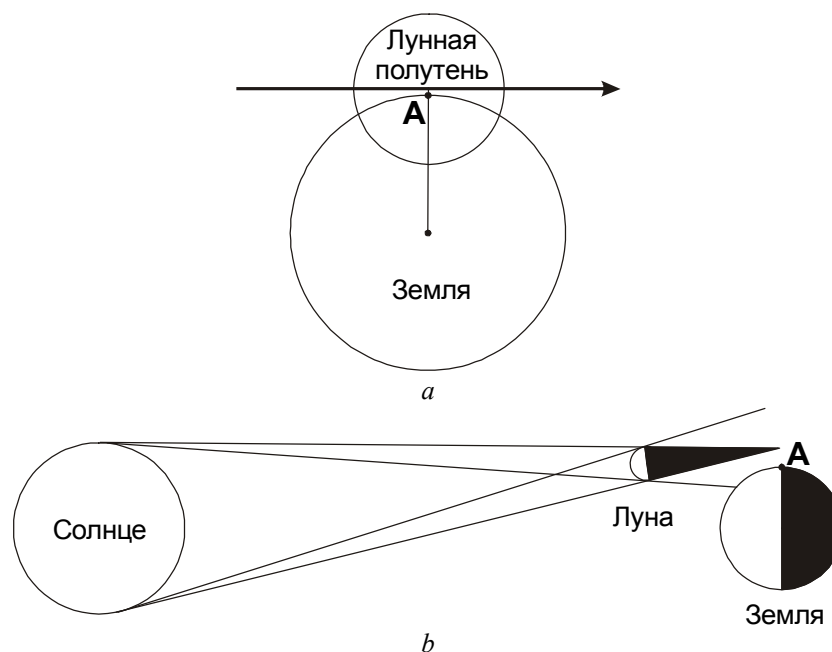
$$\frac{(R-r)^2}{r^2} = K.$$

Решения этого уравнения представляются в виде

$$r_{1,2} = \frac{-R(1 \pm \sqrt{K})}{K-1}$$

и равны +0.97 пк (наблюдатель находится на расстоянии 0.97 пк по направлению к Веге) и -1.26 пк (наблюдатель находится на расстоянии 1.26 пк по направлению от Веги).

1.11. В условии задачи сказано, что на Земле наблюдается только частное затмение Солнца. Значит, линия, соединяющая центры Солнца и Луны (линия центрального затмения) не попала на поверхность нашей планеты. В этом случае наибольшая фаза затмения будет наблюдаться в точке Земли А, глубже всего вошедшей в лунную полутень. Если смотреть на Землю со стороны Луны (см. рисунок а), то эта точка будет находиться на краю диска Земли, ближе всего к центру тени и полутени. В этой точке Земли Солнце и Луна будут находиться на горизонте.



А чтобы ответить на второй вопрос задачи, рассмотрим ту же конфигурацию Солнца, Луны и Земли “сбоку”. Из рисунка *b* видно, что в интересующей нас точке Земли диск Луны будет виден точно над диском Солнца, то есть Солнце будет на горизонте и превратится в серп с рогами, направленными вверх.

1.12. Приливная сила пропорциональна разности гравитационных воздействий Луны на переднюю и заднюю стороны Земли. Можно показать, что она обратно пропорциональна кубу расстояния от Земли до Луны. Поэтому при удалении Луны вдвое приливная сила уменьшится в 8 раз. В 8 раз уменьшится и высота морских приливов за счет влияния Луны, пропорциональная приливной силе, и составит около 6.25 см. На первый план выйдут солнечные приливы, высота которых составляет около 20 см. Периодичность приливов определяется, в основном, периодом обращения Земли вокруг своей оси, поэтому она практически не изменится.

2 тур

7 класс и моложе

1.13. Именно в эти периоды планеты имеют склонение выше (в южном полушарии — ниже) солнечного и могут быть хорошо видны даже при сравнительно небольшом угловом расстоянии от Солнца. Дуга эклиптики на небе в эти периоды поднимается высоко над горизонтом.

1.14. Наблюдая области неба, близкие к Млечному Пути, мы видим звезды нашей Галактики, сконцентрированные в ее диске. Именно их излучение сливается в светлую полосу Млечного Пути. Вдоль Млечного Пути наблюдается много молодых горячих звезд, которые рождаются из уплотненного в галактической плоскости межзвездного вещества. Однако все это вещество, точнее, его пылевая составляющая, поглощает свет более далеких объектов. Поэтому галактики практически и не видны вблизи полосы Млечного Пути.

1.15. Во время полной фазы затмения Солнце будет находиться невысоко над юго-восточным горизонтом. Справа, рядом с ним, будут видны Меркурий и Венера, чуть подальше — Юпитер, слева будет находиться Сатурн. Высоко над затмившемся Солнцем появится комета Хейла-Боппа. На небе будут видны также яркие звезды: Вега, Денеб, Альтаир, Арктур, Капелла.

1.16. Титан и Меркурий имеют сходную массу и размеры, но Меркурий находится значительно ближе к Солнцу и получает от него намного больше тепла. В разогретой атмосфере частицы имеют большие скорости и легче уходят от планеты. Поэтому Меркурий не удержал атмосферу. Холодная атмосфера Титана значительно более устойчива.

8 - 9 классы

1.17. Максимальное угловое расстояние Меркурия от Солнца составляет 28° . Поэтому если Солнце находится на глубине не менее 6 градусов под горизонтом, то Меркурий не может находиться на небе выше 22° (если линия Солнце-Меркурий перпендикулярна горизонту). Необходимо отметить, что угловое расстояние Меркурия от Солнца может достичь 28° только во время наибольшей восточной элонгации вблизи осеннего равноденствия и наибольшей западной элонгации вблизи весеннего равноденствия. В обоих случаях Меркурий будет находиться над Солнцем в районе южного тропика, где в это время эклиптика располагается перпендикулярно горизонту. Именно там можно увидеть Меркурий на высоте 22° .

Однако Меркурий можно найти значительно выше (в пределе — в зените) во время полного солнечного затмения.

1.18. Пока масса звезды не изменилась, планета двигалась вокруг нее по круговой орбите, при этом ее орбитальная скорость v_0 и радиус орбиты R_0 были связаны соотношением:

$$\frac{GM}{R_0} = v_0^2,$$

где M — изначальная масса звезды. После изменения массы звезды вектор скорости остался перпендикулярен радиусу-вектору, следовательно точка, в которой в этот момент находилась планета, является перигелием или апогелием новой орбиты. Скорость планеты может быть перпендикулярна радиусу-вектору еще в одной точке орбиты, которая будет соответственно ее апогелием или перигелием. Обозначим скорость планеты в этой точке через v , а расстояние до звезды — через R . Тогда для двух данных точек будут выполняться законы сохранения момента импульса и энергии:

$$vR = v_0R_0;$$

$$\frac{v^2}{2} - \frac{GMn}{R} = \frac{v_0^2}{2} - \frac{GMn}{R_0} = v_0^2 \left(\frac{1}{2} - n \right).$$

Выражая v через r из закона сохранения момента импульса, а GM — через v_0 и R_0 из первого уравнения решения этой задачи, получаем квадратное уравнение для величины R :

$$\left(n - \frac{1}{2} \right) R^2 - nR_0R + \frac{R_0^2}{2} = 0.$$

Это уравнение имеет два решения, одно из которых относится к точке, где планета находилась в момент изменения массы звезды, и для которого $R=R_0$, а второе решение относится к противоположной точке орбиты, и величина R в этом случае равна

$$R = \frac{R_0}{2n - 1}.$$

Эксцентриситет орбиты планеты будет равен

$$e = \left| \frac{R_0 - R}{R_0 + R} \right| = \left| \frac{n - 1}{n} \right|.$$

Рассмотрим несколько возможных случаев. Если величина n меньше 0.5, то есть масса звезды уменьшится более чем вдвое, то орбита планеты станет гиперболической ($R < 0$) с эксцентриситетом $e > 1$, и планета навсегда покинет звезду. Такая же судьба ее ожидает в случае $n = 0.5$, только здесь траектория будет параболической с эксцентриситетом $e = 1$.

При $0.5 < n < 1$ орбита станет эллиптической, причем точка, в которой планета находилась до изменения массы звезды (расстояние R_0), станет ее перигелием, а точка с расстоянием R — апогелием. Наконец, при $n > 1$ орбита также будет эллиптической, однако точка с расстоянием R_0 будет уже апогелием, а с расстоянием R — перигелием.

1.19. Скорость суточного движения Земли направлена с запада на восток и равна

$$v_0 = \frac{2\pi R \cos \varphi}{T_0}.$$

Здесь R — радиус Земли, T_0 — период ее вращения вокруг своей оси. На широте $\varphi=60^\circ$ эта скорость составляет 835 км/ч. Движение пассажира поезда вокруг оси Земли будет происходить на 60 км/ч медленнее, и его скорость v составит 775 км/ч, что увеличит продолжительность солнечных суток до

$$T = \frac{2\pi R \cos \varphi}{v},$$

то есть до 25.85 часов. В день весеннего равноденствия световой день будет длиться ровно половину солнечных суток (если не учитывать рефракцию), то есть для пассажира поезда он составит 12.93^h или $12^h 56^m$.

1.20. Очевидно, что во время противостояния внешней планеты, находящейся на расстоянии a от Солнца и $(a - a_0)$ от Земли, ее яркость J будет пропорциональна

$$J \sim \frac{AR^2}{a^2(a - a_0)^2},$$

где A — сферическое альbedo, R — радиус планеты, a_0 — расстояние Земли от Солнца, которое во время противостояний Урана и Юпитера в 1997 году (конец июля — начало августа) равно 1.015 а.е. Юпитер в противостоянии ярче Урана на 8.5^m или в 2512 раз, а его радиус в 2.80 раз больше радиуса Урана. После вычислений мы получаем, что альbedo Юпитера менее чем на 1% превосходит альbedo Урана.

10 - 11 классы

1.21. Задачу можно решить без сложных вычислений. Достаточно вспомнить, что видимые угловые диаметры Солнца и Луны практически совпадают, а плотность потока световой энергии, уходящего от Луны, равен 0.1 от плотности потока солнечной энергии на расстоянии Луны (или Земли), или $0.1 \cdot (r/R)^2$ от плотности потока солнечной энергии на поверхности Солнца (r — радиус Солнца, R — расстояние от Солнца до Луны, фактически равное 1 а.е.). В этой пропорции соотносятся поверхностные яркости Луны и Солнца, а значит, их блеск на небе Земли. Таким образом, блеск полной Луны равен

$$m = -26.8 - 2.5 \lg (0.1 \cdot (r/R)^2) = -12.6.$$

1.22. Очевидно, это может произойти там, где в какой-то момент по звездному времени эклиптика совпадает с горизонтом. Тогда Солнце окажется на горизонте независимо от сезона года. Соответственно, в зените в это время должен оказаться северный ($\alpha=18^h$, $\delta=+66.5^\circ$) или южный ($\alpha=06^h$, $\delta=-66.5^\circ$) полюс эклиптики. Таким образом, такая картина могла наблюдаться на северном полярном круге при звездном времени 18 часов или на южном полярном круге при звездном времени 6 часов.

1.23. Как известно, светимость звезды по закону Стефана-Больцмана пропорциональна $R^2 T^4$. Радиус белого карлика со светимостью в 1000 раз меньше солнечной и температурой поверхности вдвое большей, чем у Солнца, составляет по отношению к радиусу Солнца

$$\sqrt{\frac{0.001}{2^4}} = 0.0079.$$

Соответственно, его плотность по отношению к плотности Солнца будет равна

$$\frac{0.6}{0.0079^3} = 1.21 \cdot 10^6.$$

1.24. В стихах рассказано о положении на небе планет. “Рогатым созвездьем” может быть Овен, Телец или Козерог. В его центре находятся две планеты. “Богиня вечной красоты” — Венера, “планета-сила” — Юпитер (а не Марс, который, находясь рядом с Венерой, недалеко от Солнца, не светил бы ярче “любой сияющей звезды”). Сатурна в данный момент на небе нет, следовательно “еще два мира” — это Меркурий и Марс, и они находятся в “тринадцатом созвездии” — Змееносце.

Меркурий и Венера — внутренние планеты, не отходящие от Солнца дальше, чем на 28° и на 47° соответственно. Значит, они не могут отстоять более, чем на 75° друг от друга. А так как Меркурий находится в созвездии Змееносца, то Венера не может быть видна в созвездиях Овна или Тельца, отстоящих почти на 180° . Ей остается находиться в центре “рогатого созвездья” — Козерога. Но и в этом случае угловое расстояние

между Меркурием и Венерой не менее 45° - 50° , т.е. они находятся по разные стороны от Солнца (или Меркурий будет очень близко к Солнцу), и тем не менее видны “на ясном небе темном”. Солнце, находящееся между Меркурием и Венерой, не может быть глубоко под горизонтом. Остается единственный вариант — полное солнечное затмение, при этом Солнце находится в центре или на западе созвездия Стрельца (не далее 28° от Меркурия), т.е. картина могла наблюдаться во второй половине декабря или в первой половине января только днем во время полного затмения Солнца.