

52 Московская Астрономическая Олимпиада (1998 год)

1 тур

7 класс и моложе

2.1. Опишите вид звездного неба с одного из галилеевых спутников Юпитера. Удастся ли с него увидеть невооруженным глазом Землю и Луну отдельно?

2.2. Нарисуйте чертеж, на котором изобразите движение Земли вокруг Солнца в течение года. За этот период Земля дважды проходит через точки, где линия пересечения плоскости земного экватора и плоскости эклиптики направлена в центр Солнца. Назовите эти точки и даты их прохождения.

2.3. Можно ли зажечь спичку на Марсе, и будет ли она гореть?

2.4. Звездная величина планеты в противостоянии на 3.43^m меньше, чем в соединении. Что это за планета?

8 - 9 классы

2.5. Деревянный брусок плотностью 700 кг/м^3 плавает в воде на лунной космической базе. Как изменится архимедова сила, действующая на брусок, если он будет плавать в масле? (плотность воды 1000 кг/м^3 , масла 900 кг/м^3 , ускорение свободного падения на Луне 1.6 м/с^2).

2.6. Гелиостационарной называется круговая орбита, лежащая в плоскости экватора Солнца, с периодом обращения, равным сидерическому периоду осевого вращения Солнца. Найти ее большую полуось.

2.7. Как известно, короче всего гражданские сумерки длятся в начале марта, перед весенним равноденствием, и в начале октября, после осеннего равноденствия. Почему?

2.8. 31 декабря 1997 года произошло красивое астрономическое явление — тесное соединение Луны и Венеры, при этом оба светила имели вид тонкого серпа. У кого фаза была больше — у Луны или Венеры и почему?

10 - 11 классы

2.9. Двойная звезда состоит из звезд 3^m и 8^m , угловое расстояние между которыми изменяется от $1''$ до $5''$ с периодом 50 лет. Лучевая скорость слабой звезды относительно Солнца изменяется с амплитудой $\pm 5.55 \text{ км/с}$, яркой звезды $\pm 1.11 \text{ км/с}$. Считая орбиты звезд круговыми, найдите массы и светимости обеих звезд. Что можно сказать об их физических свойствах?

2.10. С конца 1996 до начала 2000 года продолжается серия покрытий Луной яркой звезды Альдебаран (α Тельца). При этом в средней полосе России в 1996-97 и 1999 годах покрытия происходят практически каждый месяц, а в 1998 году их там почти не видно. В чем причина столь странной закономерности? Когда наступит следующая серия покрытий Альдебарана Луной?

2.11. На видимом полушарии Луны установили лампу мощностью 1 кВт. Чему будет равна ее звездная величина при наблюдении с Земли? Светимость Солнца равна $3.88 \cdot 10^{33} \text{ эрг/с}$.

2.12. С целью калибровки аппаратуры и определения прозрачности атмосферы были измерены сигналы фотоэлектронного умножителя от ярких звезд Арктур и Капеллы. И хотя эти звезды имеют близкую звездную величину и располагались на одинаковой высоте над горизонтом, сигналы сильно отличались. От какой из этих звезд сигнал мог быть больше и почему?

2 тур

7 класс и моложе

2.13. Четыре солнечных затмения наблюдались в экваториальной области Земли. Первое из них было полным с шириной полосы в середине затмения 50 км, второе — полным с шириной 150 км, третье — кольцеобразным с шириной 50 км, четвертое — кольцеобразным с шириной 150 км. Расположите эти затмения в порядке возрастания величины наибольшей фазы.

2.14. Чему равны экваториальные координаты полюса эклиптики?

2.15. Как вы думаете, чего больше — звезд в Галактике или комаров на Земле?

2.16. Меркурий, находясь в наибольшей восточной элонгации, вступил одновременно в соединения с Марсом и Юпитером. Какие планетные конфигурации можно наблюдать в этот момент с Меркурия?

8 - 9 классы

2.17. Каков максимальный размер астероида, с которого можно “спрыгнуть” в космос?

2.18. Сегодня на Земле наступило великое противостояние Марса. А могло ли сегодня на Марсе наблюдаться прохождение Земли по диску Солнца?

2.19. “Летающая звезда Барнарда” имеет рекордно большое собственное движение ($10''$ в год). Параллакс звезды равен $0.5''$. Оцените тангенциальную скорость звезды по отношению к Солнцу.

2.20. Сколько времени будет длиться на Северном полюсе восход Солнца? восход Луны?

10 - 11 классы

2.21. Во сколько раз упадет светимость Солнца, если половина его поверхности покроется пятнами? (Температура солнечного пятна 4200K).

2.22. Предположим, что в солнечной системе есть планета “Противоземля” малой массы, движущаяся точно по орбите Земли с отставанием на полгода. Удалось бы эту планету зарегистрировать с помощью наземных обсерваторий?

2.23. Во сколько раз изменилась бы максимальная продолжительность полного солнечного затмения на Земле (7.5 мин), если бы наша планета вращалась вокруг своей оси вдвое быстрее?

2.24. С поверхности какой планеты Солнечной системы Земля будет выглядеть наиболее яркой, и какой у нее будет при этом блеск? Блеск полной Земли на Луне равен -17^m .

52 Московская Астрономическая Олимпиада (1998 год)

1 тур

7 класс и моложе

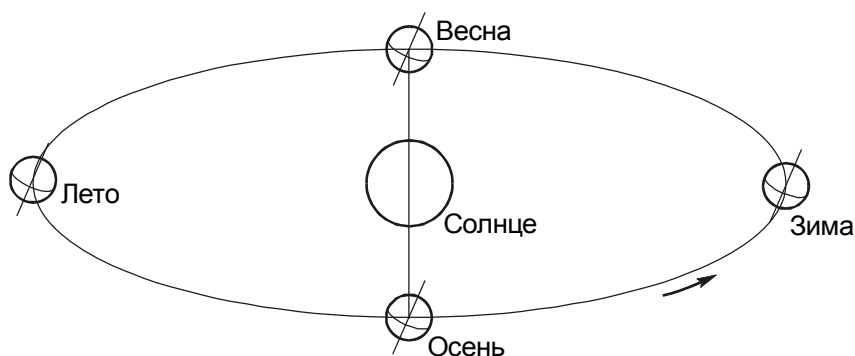
2.1. Главными светилами на небе галилеевых спутников Юпитера будут Солнце и сам Юпитер. Солнце будет ярчайшим светилом неба, хотя оно будет значительно слабее и меньше, чем на Земле, поскольку Юпитер и его спутники находятся в 5 раз дальше от Солнца, чем наша планета. Юпитер, напротив, будет иметь огромные угловые размеры, но светить он будет все же слабее Солнца. При этом Юпитер будет виден только с половины поверхности спутника, оставаясь неподвижным на небе, так как все галилеевы спутники, как Луна к Земле, повернуты к Юпитеру одной стороной. В своем движении по небу Солнце на каждом обороте будет заходить за Юпитер, и будут происходить солнечные затмения, и лишь при наблюдении с самого удаленного спутника, Каллисто, затмения может не наступить.

Кроме Солнца и Юпитера, на небе будут хорошо видны остальные спутники этой планеты, во время противостояний с Солнцем очень ярким (до -2^m) будет Сатурн, немного ярче станут и другие, более удаленные планеты Солнечной системы: Уран, Нептун и Плутон. А вот планеты земной группы будут видны хуже, и дело не столько в их блеске, сколько в малом угловом расстоянии от Солнца. Так, наша Земля будет внутренней планетой, которая даже во время наибольшей элонгации будет отходить от Солнца всего на 11° . Однако этого углового расстояния может быть достаточно для наблюдений с поверхности спутника Юпитера, лишенного плотной атмосферы, рассеивающей свет Солнца. Во время наибольшей элонгации расстояние от системы Юпитера до Земли составит

$$d = \sqrt{a^2 - a_0^2} = 5.106 \text{ а.е.}$$

Здесь a и a_0 — радиусы орбит Юпитера и Земли. Зная расстояние от Земли до Луны (384400 км), мы получаем максимальное угловое расстояние между Землей и Луной, равное $1'43.8''$, что в принципе достаточно для их разрешения невооруженным глазом. Однако блеск Луны в этот момент будет составлять $+7.5^m$, и она не будет видна невооруженным глазом (блеск Земли будет около $+3.0^m$). Земля и Луна будут намного ярче вблизи верхнего соединения с Солнцем (-0.5^m и $+4.0^m$ соответственно), но в это время их будет трудно увидеть в лучах дневного светила.

2.2. Плоскость земного экватора (или, что то же самое, плоскость небесного экватора) пересекается с плоскостью эклиптики по прямой, пересекающей небесную сферу в точках весеннего и осеннего равноденствий. Центр Солнца оказывается на данной прямой в дни равноденствий — 21 марта и 23 сентября.



2.3. Атмосфера Марса более чем на 95% состоит из углекислого газа (CO_2), а кислород в ней практически отсутствует. Поэтому если речь идет об обычной спичке, то при ее зажигании возникнет искра, но она не вызовет горения самой спички.

2.4. Ответить на вопрос данной задачи можно и без расчетов. У всех далеких планет-гигантов разница в блеске в соединении и противостоянии отличается не более чем на 1^m , и лишь у Марса она может превысить 3 звездные величины. В этом мы можем убедиться и при помощи вычислений. Если считать орбиту планеты и Земли круговыми с радиусами a и a_0 соответственно, то разница в блеске в противостоянии и соединении выражается формулой

$$\Delta m = 5 \lg \frac{a + a_0}{a - a_0},$$

из чего мы получаем $(a/a_0)=1.52$, что означает, что речь идет о планете Марс.

8 - 9 классы

2.5. Так как плотность бруска меньше и плотности воды, и плотности масла, он будет плавать и в воде, и в масле, и в обоих случаях архимедова сила будет равна его собственному весу и не изменится, когда мы переложим брусок из воды в масло. Другое дело, что вес бруска будет в 6 раз меньше, чем на Земле.

2.6. Радиус круговой орбиты спутника R , вращающегося вокруг тела с массой M , связан с периодом обращения T следующим соотношением:

$$R = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}.$$

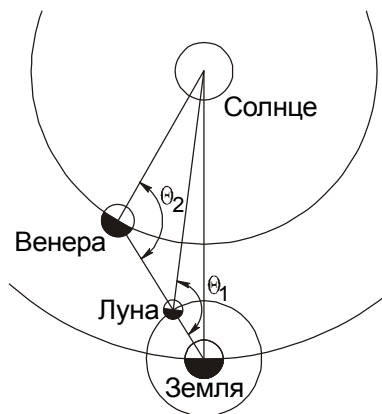
Если подставить в эту формулу массу и период осевого вращения Солнца ($2 \cdot 10^{30}$ кг и 25.4 сут), то мы получим значение радиуса гелиостационарной орбиты $R=25.3$ млн км или 0.17 а.е.

2.7. Гражданские сумерки продолжаются от захода Солнца до его погружения на глубину 6° или, наоборот, от момента погружения Солнца на данную глубину до его восхода. Очевидно, что гражданские сумерки будут тем короче, чем быстрее Солнце меняет свою глубину погружения в это время. Зенитное расстояние Солнца быстрее всего меняется при его часовом угле $t=\pm 6^\circ$, то есть вблизи 6 и 18 часов по истинному солнечному времени. Это время попадает на гражданские сумерки в северном полушарии перед весенним равноденствием или после осеннего равноденствия.

2.8. Для решения задачи достаточно взглянуть на рисунок, показывающий конфигурацию Луны и Венеры в день их соединения. Видно, что фазовый угол θ у Венеры меньше, чем у Луны, следовательно фаза, равная

$$F = \frac{1 + \cos \theta}{2},$$

будет больше у Венеры, нежели у Луны.



10 - 11 классы

2.9. Если орбиты звезд круговые, то расстояние между звездами R , выраженное в астрономических единицах, равно $L \cdot d$, где L — расстояние от Земли до этих звезд в парсеках, а d — максимальное угловое расстояние между звездами в угловых секундах. Эта же величина R равна $vT/2\pi$, где v — суммарная орбитальная скорость звезд, а T — период обращения звезд вокруг общего центра масс, который будет равен 100 годам, так как за один период обращения звезды дважды сблизятся и дважды разойдутся на земном небе. Так как плоскость орбит звезд наклонена к лучу зрения на угол

$$\alpha = \arcsin(1/5) = 11.5^\circ,$$

суммарная орбитальная скорость будет равна

$$v = (5.55 + 1.11) / \cos \alpha = 6.80 \text{ км/с.}$$

Подставляя численные значения, получаем $R=22.82$ а.е. и $L=4.56$ пк. Из III закона Кеплера получаем суммарную массу звезд:

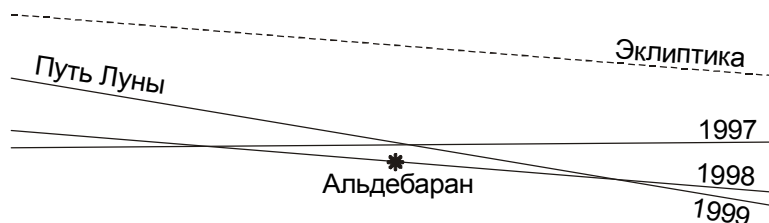
$$M = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2} = 1.2 M_0.$$

Здесь M_0 — масса Солнца. Так как массы звезд, как видно по лучевым скоростям, соотносятся как 1:5, получается, что яркая звезда имеет массу около $1M_0$, а слабая — $0.2M_0$. Зная расстояние до звезд, мы можем рассчитать их абсолютные звездные величины m_0 по формуле

$$m_0 = m + 5 - 5 \lg L.$$

Абсолютная звездная величина получается равной $+4.7^m$ для яркой звезды и $+9.7^m$ для слабой. Выходит, что яркая звезда очень похожа на Солнце, а ее спутник является красным карликом с впятеро меньшей массой и в сто раз меньшей светимостью.

2.10. Звезда Альдебаран находится примерно в 5° южнее эклиптики. Примерно столько же составляет наклон лунной орбиты к эклиптике. Таким образом, покрытия Альдебарана Луной могут произойти, когда в этой же области находится точка орбиты Луны, наиболее удаленная от эклиптики к югу (см. рисунок). На рисунке видно, что данная точка ближе всего подошла к Альдебарану в 1998 году, и в это время покрытия наблюдались в экваториальной зоне Земли, а в средней полосе России Луна проходила ниже звезды. Однако перед и после этого времени Луна проходила чуть севернее, и область видимости покрытия попадала на северные широты. После начала 2000 года Луна будет проходить на небе значительно севернее Альдебарана, и его покрытия на Земле прекратятся. Новая серия этих явлений произойдет через 18.6 лет (период прецессии лунной орбиты), то есть в 2015-2018 годах.



2.11. Вначале определим звездную величину Солнца, если бы оно находилось на месте Луны, то есть в 389 раз ближе. Она равна

$$m_1 = -26.8 - 5 \lg 389 = -39.7.$$

При этом светимость Солнца равна $3.88 \cdot 10^{26}$ Вт, то есть в $3.88 \cdot 10^{23}$ раз больше, чем у лампы. Следовательно, звездная величина включенной на Луне лампы будет равна

$$m_2 = m_1 + 2.5 \lg (3.88 \cdot 10^{23}) = 19.3.$$

Такую лампу можно было бы увидеть в крупный телескоп, если бы не мешал свет самой Луны.

2.12. В условии не сказано, в какой области спектра проводились измерения. А ведь известно, что яркость излучения холодных (красных) звезд резко убывает в синих лучах (на это указывает формула Планка). Поэтому если измерять яркости Арктура и Капеллы с синим или фиолетовым светофильтром, то, несмотря на близкие видимые звездные величины, сигнал от оранжевого Арктура окажется значительно меньше, чем от желтой Капеллы.

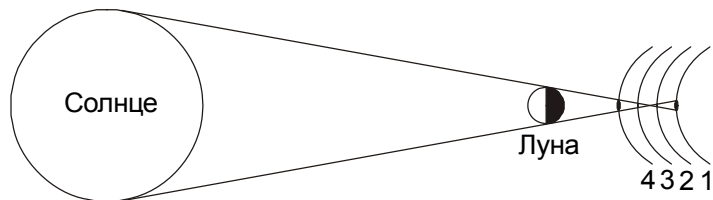
2 тур

7 класс и моложе

2.13. В условии задачи сказано, что все четыре затмения наблюдались вблизи экватора Земли. Это значит, что в середине каждого явления на Земле полная или кольцеобразная фаза наблюдалась очень высоко над

горизонтом, что в свою очередь означает, что ширина полосы в середине затмения практически равна толщине конуса лунной тени или его продолжения.

Фаза центрального солнечного затмения, а также его тип (полное или кольцеобразное) зависят от расстояния до Солнца и Луны. На рисунке показаны Солнце, Луна и отбрасываемый ею сходящийся конус тени, в котором можно наблюдать полное солнечное затмение. На некотором расстоянии от Луны конус сжимается в точку, и дальше он переходит в расходящийся конус, из которого видно уже кольцеобразное затмение Солнца.

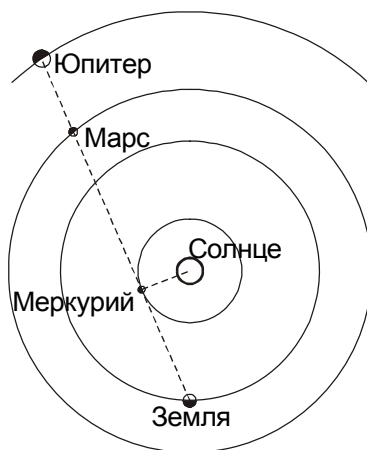


Очевидно, что фаза солнечного затмения тем больше, чем больше видимые размеры Луны, то есть чем ближе мы к ней находимся. Поэтому самая маленькая фаза была у кольцеобразного затмения с шириной полосы 150 км, в этом случае поверхность Земли находилась в положении 1 на рисунке. Далее следуют: кольцеобразное затмение с шириной полосы 50 км (положение 2), полное затмение с шириной полосы 50 км (положение 3) и полное затмение с шириной полосы 150 км (положение 4).

2.14. Плоскость эклиптики наклонена к плоскости экватора на угол 23.5° , следовательно, линия, соединяющая северный и южный полюса эклиптики, проходящая через центр Земли, образует с ее осью такой же угол. Из этого следует, что склонение северного полюса эклиптики равно $+66.5^\circ$, южного -66.5° . Прямое восхождение северного полюса эклиптики равно прямому восхождению точки зимнего солнцестояния (18^h). Прямое восхождение южного полюса эклиптики равно 6^h .

2.15. Наша Галактика насчитывает около 10^{11} звезд, то есть на каждого человека на Земле приходится около 10 звезд в Галактике. А сколько комаров приходится на одного человека на Земле? Для ответа на этот вопрос вам достаточно зайти теплым летним вечером в лес. Уже нескольких минут вам будет достаточно, чтобы убедиться, что их явно больше 10, и тем самым решить данную задачу.

2.16. Раз Меркурий находится в наибольшей восточной элонгации, то угол с вершиной в центре Меркурия между направлениями на Солнце и Землю равен 90° (см. рисунок). Если вести наблюдения с Меркурия, то Земля окажется в западной квадратуре. Марс и Юпитер будут находиться в противоположном направлении, то есть в восточной квадратуре, одновременно с этим вступая в соединение друг с другом.



8 - 9 классы

2.17. Запишем выражение для второй космической скорости v , с которой должен подпрыгнуть астронавт, чтобы навсегда покинуть астероид с радиусом R и массой M :

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Будем считать астероид однородным шаром, в этом случае его масса равна

$$M = \frac{4}{3}\pi\rho R^3,$$

где ρ — плотность астероида, которую мы примем равной 3 г/см^3 , что весьма типично для астероидов. Тогда вторая космическая скорость может быть выражена как

$$v = \sqrt{\frac{8}{3}\pi G\rho} \cdot R = 1.29 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1} \cdot R.$$

Чтобы покинуть астероид прыжком со скоростью 10 м/с (такой прыжок под силу хорошему спортсмену), его радиус не должен превышать 7.75 км .

2.18. Во время великого противостояния планета Марс находится по ту же сторону от Солнца, что и Земля, находясь вдобавок к этому вблизи точки перигелия своей орбиты. Казалось бы, Земля находится между Солнцем и Марсом, и наблюдатели на Марсе могли бы увидеть прохождение Земли по диску Солнца. Но орбиты Земли и Марса находятся в разных плоскостях, и прохождение возможно, только если планеты находятся вблизи “линии узлов” — линии пересечения плоскостей орбит. Такое бывает, если противостояние Марса наступает в середине мая или середине ноября. Великие же противостояния Марса происходят в августе или сентябре, и тогда Марс располагается на небе значительно южнее эклиптики. Соответственно, для наблюдателей на Марсе Земля пройдет севернее диска Солнца, и прохождение не наступит.

2.19. Параллакс звезды Барнарда равен $0.5''$, и это означает, что расстояние до нее равно 2 пк , а отрезок длиной 1 а.е. на этом расстоянии виден под углом $0.5''$. За счет тангенциального движения звезда Барнарда пролетает за год в 20 раз большее расстояние, то есть ее тангенциальная скорость относительно Солнца равна 20 а.е./год . Выражая астрономическую единицу в километрах, а год в секундах, получаем значение скорости 95 км/с .

2.20. Угловая скорость годичного движения Солнца вдоль эклиптики равна

$$\omega = (360/365.25) = 0.986^\circ/\text{сутки}.$$

Вблизи весеннего равноденствия, когда Солнце восходит на Северном полюсе, эта скорость будет иметь вертикальную компоненту, равную

$$\omega_v = \omega \sin \varepsilon = 0.393^\circ/\text{сутки}.$$

Здесь ε — угол наклона экватора к эклиптике, равный 23.5° . Учитывая, что угловой диаметр Солнца в день весеннего равноденствия составляет $32'$ или 0.53° , получается, что восход Солнца на Северном полюсе растянется на 1.357 суток, или 1 день и 8.6 часов.

Луна будет восходить гораздо быстрее. Ее средняя угловая скорость равна

$$\Omega = (360/27.32) = 13.177^\circ/\text{сутки},$$

вертикальная проекция

$$\Omega_v = \Omega \sin \varepsilon = 5.254^\circ/\text{сутки},$$

и при среднем угловом диаметре $31'$ восход продлится 2.36 часа, что по “полярным меркам” очень немного.

10 - 11 классы

2.21. Светимость Солнца в случае, когда пятна занимают незначительную часть его поверхности, равна

$$L_0 = 4\pi\sigma R^2 T_0^4,$$

составляет 0.47 а.е., а от Земли — около 0.53 а.е. или 79.3 млн км. Если с расстояния Луны в 384400 км Земля имеет блеск -17^m , то с расстояния Меркурия он будет равен

$$m = -17 + 5 \lg (79300000/384400) = -5.4.$$