

53 Московская Астрономическая Олимпиада (1999 год)

1 тур

7 класс и моложе

- 3.1. Луна кульминировала в 15 часов по местному времени. Нарисуйте ее фазу в этот день.
- 3.2. Угловой диаметр Солнца на Земле составляет около $30'$, а его блеск равен -26.8^m . Чему равны угловой диаметр и блеск Солнца при наблюдении с поверхности Меркурия?
- 3.3. В какой сезон года на широте Москвы Венера может заходить за горизонт около полуночи?
- 3.4. Почему космические аппараты, исследующие планету Марс, совершают посадку на нее не во время противостояния, а через несколько месяцев, вблизи восточной квадратуры планеты?

8 - 9 классы

- 3.5. Как будут идти маятниковые часы, доставленные с Земли на поверхность Марса?
- 3.6. У какой из больших планет угловая скорость движения по небу может достигать максимального для всех планет значения? Чему оно равно и в какой конфигурации оно достигается?
- 3.7. Комета с периодом в несколько тысяч лет пролетает вблизи Земли. Какая у нее будет скорость относительно Солнца? относительно Земли?
- 3.8. 23 февраля 1999 года состоится тесное соединение Венеры и Юпитера. Чему будет равен их суммарный блеск, если блеск этих планет в отдельности будет равен -3.8^m и -2.1^m ? Какие светила на небе могут быть ярче?

10 - 11 классы

- 3.9. Телескоп имеет диаметр объектива 50 см и фокусное расстояние 3 м. Приемник с каким размером элементов вы бы предпочли для наблюдений с этим телескопом в линии водорода H_{α} (6563 ангстрем)?
- 3.10. Комета в точке афелия располагается от Солнца вдвое дальше Нептуна, а в перигелии подходит близко к Солнцу. Чему равен ее орбитальный период?
- 3.11. Двойная звезда состоит из голубой звезды с температурой поверхности 30000К и блеском 0^m и красной звезды с температурой поверхности 3000К и блеском 5^m . Как соотносятся радиусы этих звезд?
- 3.12. Внутренняя планета имеет круговую орбиту с радиусом q а.е., лежащую в плоскости эклиптики. Определите разность гелиоцентрических долгот этой планеты и Земли, если известно, что планета находится в западной точке стояния. Орбиту Земли считать также круговой.

2 тур

7 класс и моложе

- 3.13. (*к 200-летию со дня рождения А.С. Пушкина*)

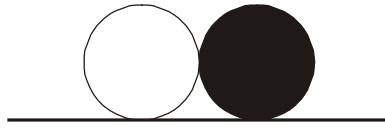
“На небесах печальная луна
Встречается с небесною зарею,
Одна горит, другая холодна.
Заря блестит невестой молодою,
Луна пред ней, как мертвая, бледна”.

Какие небесные явления описывает А.С. Пушкин в стихотворении? В какой фазе находилась Луна?

- 3.14. Где наблюдается в среднем больше полных солнечных затмений — в северном или южном полушарии Земли и почему?
- 3.15. Луна, находясь в созвездии Рыб, восходит в 12 часов по местному времени. В какое время она взойдет завтра на широте Москвы?
- 3.16. В одной из существующих моделей солнечных часов их плоскость наклонена так, что ось направлена не вертикально вверх, а к Северному полюсу мира. Какие преимущества и недостатки этой схемы вы можете отметить? В каких широтах Земли лучше использовать такие часы?

8 - 9 классы

- 3.17. Во время солнечного затмения в некотором пункте Земли наблюдается следующая конфигурация Солнца и Луны на горизонте:



Можно ли в этот момент откуда-нибудь на Земле наблюдать полное солнечное затмение?

3.18. Двойная звезда состоит из компонент с суммарной массой 10 масс Солнца, обращающихся по круговым орбитам с периодом 10 лет. На каком максимальном расстоянии от Солнца должна находиться эта пара, чтобы ее удалось разрешить в метровый телескоп?

3.19. Сравните блеск Меркурия в наибольшей элонгации от Солнца в случае, если он находится в перигелии и афелии своей орбиты. Большая полуось орбиты Меркурия составляет 0.387 а.е., а эксцентриситет орбиты 0.206. Орбиту Земли считать круговой.

3.20. Оцените, на какую высоту может подпрыгнуть астронавт, высадившийся на поверхность Луны. Массой скафандра пренебречь.

10 - 11 классы

3.21. Оцените максимальную ширину и продолжительность полной фазы при кольцеобразно-полном солнечном затмении. На какой широте Земли будет достигаться максимальная ширина? продолжительность?

3.22. Параллакс звезд из скопления Плеяды составляет около $0.009''$, собственное движение — $0.05''/\text{год}$, а лучевая скорость — около $+10 \text{ км/с}$. Когда расстояние Плеяд от Солнца было минимальным и чему оно было равно? Каков был блеск ярчайшей звезды скопления Альционы, если сейчас он составляет 2.85^m .

3.23. Оцените ошибку определения координат астероида Церера вблизи ее квадратуры, вызванную наличием фазового эффекта. Диаметр Цереры равен 1000 км, а радиус орбиты — 2.77 а.е.

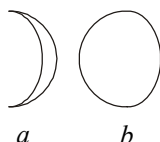
3.24. 17 ноября 1998 года Земля встретила с метеорным роем Леонид, порожденным кометой Темпеля-Туттля. Координаты радианта Леонид равны $\alpha=10^h12^m$, $\delta=+22^\circ$, средняя скорость метеоров 71 км/с . Зная, что угол наклона орбиты кометы к плоскости эклиптики равен 17° , определите ее скорость относительно Солнца вблизи Земли. Сравните ее со второй космической скоростью.

53 Московская Астрономическая Олимпиада (1999 год)

1 тур

7 класс и моложе

3.1. Луна кульминировала примерно на 3 часа позже Солнца. Если это была верхняя кульминация, то Луна была растущей, примерно посередине между фазами новолуния и первой четверти. При наблюдении из северного полушария Земли она будет иметь вид серпа с рогами, направленными влево (рисунок *a*), при наблюдении из южного полушария рога будут направлены вправо. Если кульминация была нижней, то это была ущербная Луна посередине между полнолунием и последней четвертью. При наблюдении из северного полушария ущерб будет справа (рисунок *b*), из южного — слева.



3.2. Среднее расстояние Меркурия от Солнца составляет 0.387 а.е, в 2.58 раза меньше, чем расстояние от Солнца до Земли. При наблюдении с этой планеты угловой диаметр Солнца будет в 2.58 раза больше, чем на Земле, то есть около 1.3° . Звездная величина Солнца на Меркурии составит

$$m = -26.8 - 5 \lg 2.58 = -28.9.$$

3.3. Венера — внутренняя планета, ее угловое расстояние от Солнца не может превышать 47° . Раз эта планета около полуночи заходит за горизонт, значит в это время она находится к востоку от дневного светила и видна по вечерам. Но и в этом случае Венера будет оставаться до полуночи на небе, только если ее склонение близко к максимальному, то есть если она будет находиться вблизи точки летнего солнцестояния, а Солнце будет находиться западнее вдоль эклиптики на наибольшем угловом расстоянии. Такая картина может иметь место только в апреле-мае во время восточной элонгации Венеры.

3.4. Аппарату требуется значительное время, чтобы долететь от Земли до Марса. Выгоднее всего запустить аппарат так, чтобы во время противостояния Марса он находился примерно на середине пути к нему. Тогда он достигнет Красной планеты вблизи ее восточной квадратуры.

8 - 9 классы

3.5. Ускорение свободного падения на поверхности планеты g равно

$$g = \frac{GM}{R^2},$$

где M и R — масса и радиус планеты. Масса Марса составляет 0.107 от массы Земли, а его радиус — 0.533 радиуса Земли. В итоге, ускорение свободного падения g на Марсе равно 0.377 от этой же величины на Земле. Период колебаний часов T с маятником длины l равен

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

и маятниковые часы на Марсе будут идти в 1.629 раз медленнее, чем на нашей планете.

3.6. Угловая скорость движения планеты (как верхней, так и нижней) по небу достигает максимума в верхнем соединении, когда планета находится за Солнцем. При этом у верхних планет эта скорость будет ниже угловой скорости Солнца, у нижних — выше. Угловая скорость движения планеты по небу в верхнем соединении ω равна

$$\omega = \frac{v + v_0}{a + a_0} = \omega_0 \frac{1 + \sqrt{a_0/a}}{1 + a/a_0},$$

где a и v — большая полуось орбиты и орбитальная скорость планеты а a_0 и v_0 — большая полуось и орбитальная скорость Земли. Второе равенство получено из III закона Кеплера в предположении круговых орбит планет, ω_0 — угловая скорость орбитального вращения Земли, равная $0.986^\circ/\text{сутки}$. Из данной формулы видно, что угловая скорость движения планеты по небу будет тем больше, чем меньше отношение (a/a_0) , то есть чем ближе к Солнцу находится планета. Получается, что быстрее всех по небу может перемещаться Меркурий. Учитывая, что большая полуось его орбиты равна 0.387 а.е., получаем значение угловой скорости $1.85^\circ/\text{сутки}$.

Однако, этот ответ лишь приближенный. Для точного решения задачи нужно учесть, что орбита Меркурия достаточно вытянута ($e=0.206$), и его угловая скорость по небу достигнет максимума, если верхнее соединение этой планеты совпадет с прохождением точки перигелия орбиты. В этом случае вместо величины a в формулу для угловой скорости нужно подставить перигелийное расстояние Меркурия r_p :

$$r_p = a(1 - e),$$

а вместо величины v – перигелийную скорость Меркурия v_p :

$$v_p = v \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}.$$

Эти величины составляют 0.307 а.е. и 58.9 км/с, из чего мы получаем максимальную угловую скорость Меркурия на небе: $2.25^\circ/\text{сутки}$.

3.7. Орбита кометы с таким большим периодом обращения близка к параболической. В этом случае полная энергия единицы массы кометы

$$E_m = \frac{v^2}{2} - \frac{GM}{R}$$

близка к нулю, и при любом расстоянии от Солнца R скорость кометы относительно него v близка ко второй космической скорости для данного расстояния (M — масса Солнца). На расстоянии в 1 а.е. (около Земли) эта скорость равна 42.1 км/с. Так как Земля сама движется по орбите со скоростью 29.8 км/с, скорость кометы относительно Земли в зависимости от направления движения кометы может составлять от 12.3 до 71.9 км/с.

3.8. Суммарный блеск двух светил со звездными величинами m_1 и m_2 выражается формулой:

$$m = -2.5 \lg(10^{-0.4m_1} + 10^{-0.4m_2}).$$

Суммарный блеск Венеры (-3.8^m) и Юпитера (-2.1^m), рассчитанный по этой формуле, получается равным -4.0^m . Ярче на нашем небе могут быть Солнце, Луна и сама Венера, когда находится ближе к Земле.

10 - 11 классы

3.9. Для наблюдений лучше всего использовать приемник с размером элементов, равным размеру дифракционного диска звезды при наблюдении с данным телескопом, так как дальнейшее уменьшение размера элементов уже не приведет к повышению разрешающей способности. Угловой размер дифракционного диска звезды будет равен

$$\varepsilon = 1.22 \frac{\lambda}{d} = 1.60 \cdot 10^{-6}$$

или $0.27''$, где λ — длина волны, а d — диаметр объектива. Если обозначить фокусное расстояние телескопа через F , то размер элемента должен быть равен

$$\varepsilon F = 4.80 \cdot 10^{-6} \text{ м},$$

или, проще говоря, 4.8 микрон.

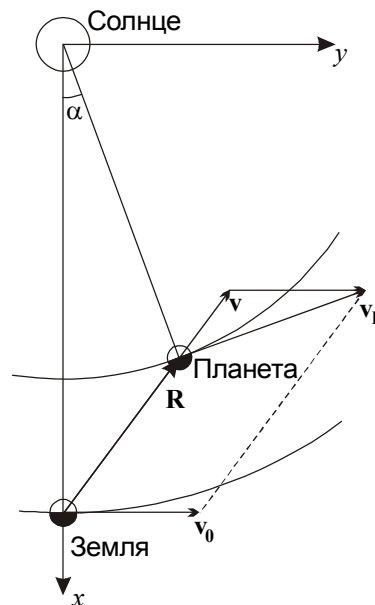
3.10. Как известно, большая полуось орбиты небесного тела равна

$$a = \frac{r_p + r_A}{2},$$

где r_p и r_A — его расстояние от гравитирующего центра в перигеуме и афегеуме соответственно. По условию задачи, у данной кометы $r_A = 2 \cdot r_N$, а $r_p \ll r_N$, где r_N — радиус или (то же самое) большая полуось практически круговой орбиты Нептуна. Получается, что большие полуоси орбит кометы и Нептуна практически одинаковы, что по III закону Кеплера означает и равенство периодов их обращения вокруг Солнца. Так что без лишних расчетов можно сказать, что период обращения кометы составляет около 165 лет.

3.11. Разница в блеске двух компонент физической двойной звезды в 5^m означает, что светимость горячей звезды ровно в 100 раз больше, чем холодной. Но, как известно, светимость звезды пропорциональна $R^2 T^4$, где R и T — ее радиус и температура. Так как температура горячей звезды в 10 раз больше, то с учетом соотношения светимостей получается, что ее радиус, напротив, должен быть в 10 раз меньше, чем у холодной звезды.

3.12. Напомним, что стоянием называется конфигурация планеты, в которой она переходит от прямого движения к попятному или наоборот и останавливается в своем видимом движении по небу (оговоримся, что полная “остановка” происходит только в случае совпадения плоскости орбиты планеты с плоскостью эклиптики, но именно такая ситуация и предусмотрена в условии задачи). Раз планета внутренняя (то есть $q < 1$), а стояние западное, значит эта планета недавно прошла точку нижнего соединения с Солнцем, видна по утрам и переходит от попятного движения к прямому (см. рисунок), при этом разница долгот планеты и Земли положительна.



Введем систему координат с центром в Солнце, осью x , направленной к Земле, и примем расстояние от Солнца до Земли, а также орбитальную скорость Земли v_0 за единицу. В таком случае расстояние от Солнца до внутренней планеты будет равно q , а ее орбитальная скорость, как можно убедиться из III закона Кеплера, равна

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{q}}.$$

Обозначим искомую разность гелиоцентрических долгот планеты и Земли через α и запишем выражение для проекций радиуса-вектора \mathbf{R}_p и скорости планеты \mathbf{v}_p на оси x и y :

$$R_{px} = q \cos \alpha; \quad R_{py} = q \sin \alpha;$$

$$v_{px} = -\frac{\sin \alpha}{\sqrt{q}}; \quad v_{py} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{q}}.$$

Учитывая, что радиус-вектор Земли направлен вдоль оси x , ее скорость — вдоль оси y , а по модулю они равны 1, запишем выражения для компонент вектора \mathbf{R} , направленного от Земли к планете, и скорости планеты \mathbf{v} относительно Земли:

$$R_x = q \cos \alpha - 1; \quad R_y = q \sin \alpha;$$

$$v_x = -\frac{\sin \alpha}{\sqrt{q}}; \quad v_y = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{q}} - 1.$$

Планета не движется среди звезд на земном небе. Это означает, что векторы \mathbf{R} и \mathbf{v} должны быть сонаправлены, то есть

$$\frac{q \cos \alpha - 1}{-\frac{\sin \alpha}{\sqrt{q}}} = \frac{q \sin \alpha}{\frac{\cos \alpha}{\sqrt{q}} - 1}.$$

Перемножая диагональные члены этой пропорции, мы в результате получаем

$$q \cos \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sqrt{q}} = 1 + \sqrt{q} \sin^2 \alpha + \sqrt{q} \cos^2 \alpha = 1 + \sqrt{q},$$

из чего следует выражение для угла α :

$$\alpha = \arccos \frac{q + \sqrt{q}}{1 + q\sqrt{q}}.$$

Этот угол составляет около 36° для Меркурия ($q=0.387$) и 13° для Венеры ($q=0.723$), если считать их орбиты и орбиту Земли круговыми.

2 тур

7 класс и моложе

3.13. В стихах описывается встреча Луны с “молодой” утренней зарей и кажущееся побледнение лунного света на фоне все более яркого утреннего неба. Утром на небе может быть видна только “старая”, убывающая Луна. Раз А.С. Пушкин говорит о “печальной луне”, а не “месяце”, вероятно, наш спутник имел фазу более 0.5, то есть находился между полнолунием и последней четвертью.

3.14. Тип центрального затмения зависит, помимо других факторов, от расстояния от Земли до Солнца, которое не остается все время одинаковым. Земля обращается вокруг Солнца по эллиптической орбите, подходя ближе всего к дневному светилу в начале января и отходя дальше всего в начале июля. То есть, зимой угловые размеры Солнца немного больше, чем летом. А значит, летом выше вероятность наступления полного затмения, при котором видимые размеры Луны больше, чем Солнца. Кстати, по этой же причине полные солнечные затмения с самой большой продолжительностью (7 минут и выше) наблюдаются только в июне, июле и начале августа.

Примем далее во внимание, что в летний период солнечные затмения чаще видны в северном полушарии, обращенном в это время к Солнцу, а зимой солнечные затмения видны больше в южном полушарии, где в это время лето. Итак, получается, что полные солнечные затмения чаще видны в северном полушарии, в южном же видно больше кольцеобразных затмений.

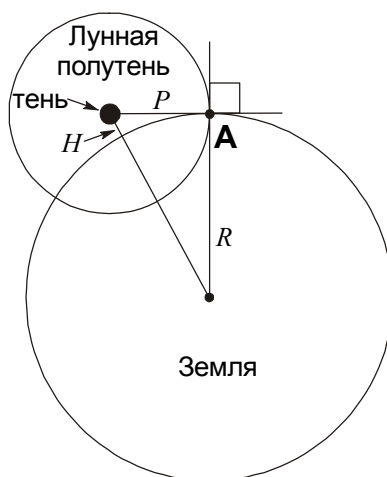
3.15. Двигаясь по своей орбите с запада на восток, Луна каждый день смещается на 13° , то есть почти на один час. Именно на такую величину с каждым днем увеличивается время ее кульминации. А на время восхода Луны будет влиять еще и изменение ее склонения. В данном случае оно увеличивается, так как в созвездии Рыб находится точка весеннего равноденствия. И хотя на следующий день кульминация Луны произойдет примерно на час позже, она будет над горизонтом большее время и взойдет ненамного позже, чем сегодня — от 12^h05^m - 12^h10^m во время периода “высокой Луны” до 12^h20^m - 12^h25^m , если сейчас время “низкой Луны”.

3.16. Эти часы имеют одно очень важное преимущество перед обычными, горизонтальными солнечными часами: суточный путь Солнца будет параллелен плоскости часов, и “стрелка” — тень от центральной оси — будет равномерно вращаться по циферблату, и показания часов будут более точными. Это особенно важно для

тропических и умеренных широт, где суточный путь Солнца сильно наклонен к горизонту, и горизонтальные часы будут иметь заметную погрешность. Однако данные часы не лишены и недостатков. В частности, астрономической осенью и зимой эти часы можно будет использовать, только глядя на них снизу, установив там еще одну ось, что, согласитесь, не очень удобно. Но в наших широтах пользоваться солнечными часами осенью и зимой часто невозможно и по другим очевидным причинам.

8 - 9 классы

3.17. Представим, как выглядит Земля и лунная тень и полутень при наблюдении с Луны. Обозначим точку Земли, в которой наблюдается данная конфигурация, через A . Раз затмение там наблюдается на горизонте, эта точка должна находиться на краю диска Земли. Диски Солнца и Луны при наблюдении из точки A касаются друг друга, значит точка A должна находиться на краю полутени. И, наконец, раз линия Солнце-Луна при наблюдении из точки A параллельна горизонту, то при наблюдении с Луны параллельно земному горизонту (т.е. касательно к диску Земли) должно быть направление на центр лунной тени и полутени.



Мы видим, что центр лунной тени не попадает на Землю, а находится на некоторой высоте H , которую можно найти по формуле

$$H = \sqrt{R^2 + P^2} - R,$$

где R — радиус Земли, а P — радиус лунной полутени, который можно определить по формуле:

$$P = \frac{Rl + rL}{L - l},$$

где r — радиус Луны, а L и l — расстояния от Земли до Солнца и Луны соответственно. Подставляя численные значения, мы получаем, что радиус лунной полутени P равен 3534 км, а высота центра тени H оказывается равной 913 км, что значительно больше возможного радиуса лунной тени. Следовательно, полное солнечное затмение в этот момент не может быть видно ни в какой точке Земли.

3.18. Обозначив расстояние между звездами через a , период обращения через T и суммарную массу звезд через M , воспользуемся III обобщенным законом Кеплера:

$$\frac{a^3}{T^2 M} = \frac{G}{4\pi^2} = const$$

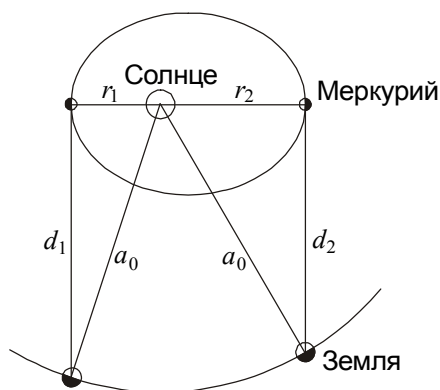
и сравним данную двойную систему с системой Солнце-Земля. В результате мы получим, что расстояние между двумя звездами в этой системе равно 10 а.е., что в свою очередь означает, что данные звезды будут видны под углом $10''/r$ друг от друга, где r — расстояние до этой системы, выраженное в парсеках. Предельное разрешение телескопа примем равным диаметру дифракционного диска звезды, которое для желто-зеленых лучей равно $14''/d$, где d — диаметр объектива, выраженный в сантиметрах. Для метрового телескопа мы получаем предельное разрешение $0.14''$ и расстояние до звезды r , равное 71 пк. Справедливости ради отметим, что такое разрешение можно получить только на телескопе, вынесенном за пределы земной атмосферы.

3.19. На рисунке видно, что если Меркурий достигает наибольшей элонгации в перигелии или афелии, угол с вершиной в центре этой планеты и образованный направлениями на Солнце и Землю, равен 90° . Таким образом, фазовые углы Меркурия в обоих случаях совпадают, и соотношение значений блеска Меркурия в этих положениях определяется только соотношением его расстояний до Солнца и Земли. В перигелии расстояние от Солнца до Меркурия равно

$$r_1 = a(1 - e) = 0.307 \text{ а.е.},$$

а расстояние от Земли до Меркурия, если в это время он находится в наибольшей элонгации

$$d_1 = \sqrt{a_0^2 - r_1^2} = 0.952 \text{ а.е.}$$



Здесь a и e — большая полуось и эксцентриситет орбиты Меркурия, a_0 — радиус орбиты Земли. Соответственно, в афелии расстояние Меркурия от Солнца составляет

$$r_2 = a(1 + e) = 0.467 \text{ а.е.},$$

а до Земли во время наибольшей элонгации

$$d_2 = \sqrt{a_0^2 - r_2^2} = 0.884 \text{ а.е.}$$

Отношение яркостей Меркурия в первом и втором случае равно

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{r_2^2 d_2^2}{r_1^2 d_1^2} \approx 2.00,$$

то есть во время наибольшей элонгации в перигелии Меркурий вдвое ярче, чем в афелии. Соответствующая разница звездных величин равна

$$\Delta m = 2.5 \lg 2.00 \approx 0.75.$$

3.20. Высота, на которую может подпрыгнуть астронавт, определяется соотношением

$$h = \frac{v^2}{2g},$$

где v — его вертикальная скорость после прыжка, а g — ускорение свободного падения. Если пренебречь массой скафандра, то скорость v определяется только физическими возможностями астронавта и одинакова на Земле и на Луне. Ускорение свободного падения на поверхности небесного тела равно

$$g = \frac{GM}{R^2},$$

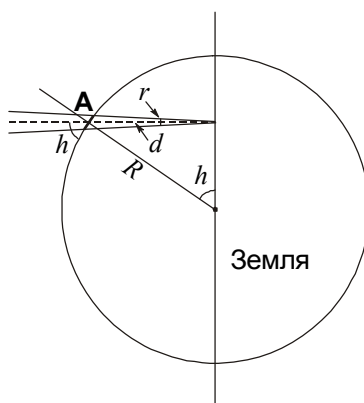
где M и R — его масса и радиус. Масса Луны в 81.3 раза меньше массы Земли, а ее радиус меньше земного в 3.67 раза. Получается, что ускорение свободного падения на Луне в 6.04 раза меньше, чем на Земле,

соответственно во столько же раз высота прыжка на Луне будет больше, чем на Земле. Если предположить, что астронавт является также неплохим прыгуном в высоту и прыгает на Земле на 2 метра, то на Луне он мог бы запрыгнуть на крышу четырехэтажного дома (12 метров)!

10 - 11 классы

3.21. Напомним определение кольцеобразно-полного солнечного затмения: это затмение, которое вначале в некоторых точках Земли видно как кольцеобразное, затем, уже в других точках, как полное, и наконец — вновь как кольцеобразное. Такое затмение может наступить, если конус лунной тени не дотягивается до центра Земли или (что то же самое) до края Земли при вступлении и сходе с нашей планеты, но дотягивается до поверхности Земли в середине затмения (за счет того, что данная точка будет ближе к Луне, чем центр Земли).

В задаче требуется рассмотреть предельный случай с максимальной шириной полосы и продолжительностью полной фазы. Это будет иметь место, если кольцеобразное затмение будет видно только в точках вступления и схода линии Солнце-Луна на Землю, а в остальных точках центральной линии затмения оно будет полным. Другими словами, это значит, что конус лунной тени будет не дотягиваться на бесконечно малую величину до лимба и центра Земли.



Пусть в середине затмения его наибольшая фаза видна в точке А (рисунок). Затмение будет видно на высоте h над горизонтом. Точка А окажется ближе к Луне, чем центр Земли, на расстояние

$$d = R \sinh,$$

где R — радиус Земли. Угол раствора конуса тени r равен совпадающим геоцентрическим угловым диаметрам Солнца и Луны. Ширина конуса в точке А равна

$$S = dr = Rr \sinh.$$

Однако из-за эффекта проекции ширина полосы полной фазы будет равна

$$D = \frac{S}{\sinh} = Rr$$

и не будет зависеть от h , то есть не будет зависеть от широты. Максимальное возможное значение r составляет $32.6'$ или 0.0095 рад, что приводит к значению D , равному 60.5 км.

Продолжительность полной фазы будет самой большой, если затмение видно вблизи экватора, где наибольшими будут ширина конуса тени и линейная скорость вращения Земли, компенсирующая скорость движения тени. Считая скорость движения тени равной 1.02 км/с, а скорость движения наблюдателя — 0.46 км/с, получаем максимальную продолжительность, равную 108 секунд, или 1 минуту 48 секунд.

3.22. Расстояние до Плеяд равно

$$r = 1/\pi'' = 111 \text{ пк.}$$

Здесь π'' — параллакс, выраженный в угловых секундах. Данные о собственном движении α позволяют нам рассчитать тангенциальную скорость Плеяд относительно Солнца v_T (см. рисунок). Она равна

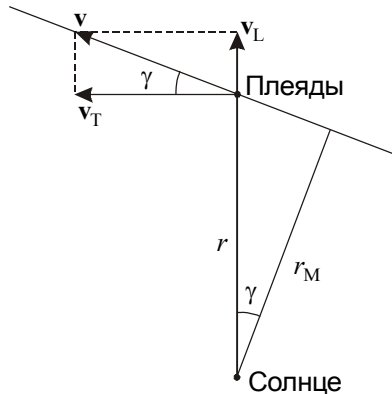
$$\alpha' \cdot r = \alpha' / \pi'' = 5.56 \text{ а.е./год} = 26.3 \text{ км/с.}$$

Лучевая скорость Земли равна +10 км/с, знак “+” указывает, что Плеяды в настоящее время удаляются от Солнца. Теперь мы можем вычислить угол γ проекции вектора скорости Плеяд на небесную сферу, он равен

$$\gamma = \text{arctg}(10/26.3) = 20.8^\circ.$$

Минимальное расстояние между Солнцем и Плеядами, как видно из рисунка, равно

$$r_M = r \cos \gamma = 104 \text{ пк.}$$



Время, прошедшее с момента максимального сближения с этим скоплением, равно отношению пути, пройденного Плеядами с тех пор, к полной скорости Плеяд:

$$\Delta t = \frac{r \sin \gamma}{v} = \frac{r \sin \gamma \cos \gamma}{v_T},$$

что составляет $1.37 \cdot 10^6$ лет. Наконец, блеск Альционы в то время (если предположить, что ее светимость с тех пор не изменилась) равен

$$m = m_0 + 5 \lg(r_M/r) = m_0 + 5 \lg \cos \gamma = 2.70.$$

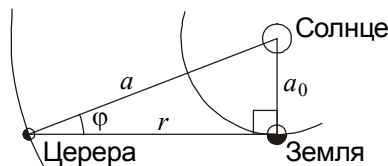
Здесь m_0 — современный блеск Альционы.

3.23. Определим расстояние до Цереры r в момент ее квадратуры. Оно равно

$$r = \sqrt{a^2 - a_0^2} = 2.58 \text{ а.е.}$$

Здесь a и a_0 — радиусы орбит Цереры и Земли соответственно. Если обозначить диаметр Цереры через d , то угловой диаметр Цереры равен

$$\delta = d/r = 0.53''.$$



Линейная фаза Цереры, равная отношению освещенной части ее углового диаметра к полному угловому диаметру, равна

$$F = \frac{1 + \cos \varphi}{2} = \frac{1 + r/a}{2} = 0.966,$$

где φ — фазовый угол между направлениями от Цереры на Солнце и Землю (см. рисунок). Угловой поперечник освещенной части диска Цереры составит $\delta \cdot F$, а его центр будет смещен относительно центра всего диска на величину

$$\delta(1 - F) / 2 = 0.009''.$$

Именно такой будет ошибка астрометрических измерений координат Цереры вблизи ее квадратуры, вызванная фазовым эффектом.

3.24. По координатам радианта можно видеть, что он располагается в $\gamma=10^\circ$ от эклиптики. Вектор скорости метеоров \mathbf{u} , наблюдаемой с Земли, равен

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_E,$$

где \mathbf{v} и \mathbf{v}_E — векторы скорости метеорных частиц и Земли при их движении вокруг Солнца (см. рисунок). Приравнивая проекции векторов \mathbf{u} и \mathbf{v} на ось, перпендикулярную направлению движения Земли, получаем

$$v \sin i = u \sin \gamma,$$

где i — угол наклона орбиты кометы к плоскости эклиптики. Это уравнение позволяет определить величину скорости v , которая получается равной 42.1 км/с, что фактически совпадает со второй космической скоростью. Это неудивительно, так как орбита кометы Темпеля-Гуттля имеет очень большой эксцентриситет.

