

56 Московская Астрономическая Олимпиада (2002 год)

1 тур

7 класс и моложе.

- 6.1. Сейчас Юпитер находится в созвездии Близнецов, а Сатурн — в созвездии Тельца. Будут ли они видны сегодня на небе? А через два месяца? Через четыре?
- 6.2. Бывает ли на северном полярном круге полярный день? полярная ночь?
- 6.3. Допустим, сегодня произошло прохождение Венеры по диску Солнца. В какое время суток удастся увидеть Венеру через 1-2 недели? Как она будет выглядеть в телескоп?
- 6.4. Объясните, почему каким бы ни было увеличение телескопа, мы не можем увидеть в его окуляр диски далеких звезд.

8-9 классы

- 6.5. 30 декабря 2001 года в один и тот же день произошло полутеневое лунное затмение и покрытие Юпитера Луной, причем второе из этих явлений было видно только на острове Гренландия и в прилегающих акваториях. В какое время суток оно там наблюдалось? Где в это время находились на небе Луна и Юпитер?
- 6.6. Звезды *A* и *B* светят одинаково через красный светофильтр, звезды *B* и *C* — одинаково через зеленый, а *A* и *C* — одинаково через синий. При этом в зеленых лучах звезда *A* ярче звезды *B*. Расположите эти три звезды в порядке возрастания их температуры.
- 6.7. В течение всей полной фазы солнечного затмения около экватора Солнца был виден яркий протуберанец. Оцените его минимальный размер, если ширина полосы полной фазы составляла 150 км, и оно наблюдалось вблизи зенита.
- 6.8. Двойная система состоит из двух одинаковых звезд с массой 5 масс Солнца, обращающихся по круговым орбитам вокруг общего центра масс с периодом 316 лет. Удастся ли разрешить эту пару визуально в телескоп "ТАЛ-М" с диаметром объектива 8 см и увеличением окуляра 105^x , если расстояние до нее равно 100 пк?

10-11 классы

- 6.9. Оцените видимую звездную величину Луны в момент новолуния. Видимая звездная величина Солнца равна -26.8^m . Альbedo Луны составляет 0.07, Земли — 0.37.
- 6.10. В какой из перечисленных дней закат в Москве происходит раньше всего? позже всего? 12 декабря, 22 декабря, 1 января.
- 6.11. Через какой минимальный промежуток времени может повториться солнечное затмение в одном пункте Земли? Какого типа будут эти два солнечных затмения?
- 6.12. Известно, что светимость Веги в 85 раз больше светимости Солнца, а ее спектральный класс A0. Со временем Вега может превратиться в нейтронную звезду с радиусом порядка 14 км. Оцените период вращения нейтронной звезды сразу после ее образования. Потери массы при эволюции звезды не учитывать, а современный период вращения Веги принять равным солнечному.

2 тур

7 класс и моложе.

- 6.13. Как вы думаете — если на Венере условия для жизни стали бы более удобными, чем сейчас, как это сказало бы на ее блеске на земном небе? А как в этом же случае изменился бы блеск Марса?
- 6.14. Выясните условия видимости в Москве звезды α Гидры с прямым восхождением 09^h28^m и склонением $-08^\circ40'$ для сегодняшнего дня. В течение какого промежутка времени (приблизительно) ее можно будет наблюдать в Москве?
- 6.15. Может ли в одном году наступить три полных солнечных затмения? три полных лунных затмения?
- 6.16. Как вы думаете — почему среди особо ярких комет редко встречаются короткопериодические, гораздо чаще яркими оказываются кометы, которые затем удаляются от Солнца на многие тысячи лет или вообще навсегда?
- 6.17. Какие предметы, находящиеся на звездном небе в виде созвездий, можно использовать на различных уроках в школе?

8 - 9 классы

6.18. Совпадает ли направление суточного вращения Земли с направлением движения лунной тени по ее поверхности во время полного солнечного затмения? Ответ обоснуйте.

6.19. Представьте, что Солнце является широкой двойной системой, имея спутник с вдвое меньшим радиусом и температурой поверхности 3000К, обращающийся вокруг Солнца по круговой орбите. Каков радиус этой орбиты, если звезда-спутник светит на земном небе как полная Луна? Будет ли с Земли различим диск звезды-спутника невооруженным глазом?

6.20. Оцените максимальную возможную продолжительность частного покрытия планеты Луной, видимого с Земли. Для какой планеты и вблизи какой конфигурации может достигаться такая продолжительность?

6.21. Планета обращается вокруг массивной звезды по эллиптической орбите. В один момент звезда взрывается как сверхновая и сбрасывает оболочку, уносящую половину ее массы. Что произойдет с планетой, если в момент взрыва она находилась в периастрии? в апоастрии? Взаимодействием планеты с оболочкой пренебречь.

6.22. Планета обращается вокруг звезды с постоянной светимостью по круговой орбите. На некоторой точке поверхности планеты наблюдается парадоксальная ситуация — в более холодный сезон года продолжительность светлого времени суток значительно больше, чем в более теплый! Может ли такое быть, и если да, то в какой точке планеты и при каких условиях?

10-11 классы

6.23. В результате сбоя системы управления космического корабля изменились направления тяги его трех двигателей. Тяга первого двигателя под названием “Лебедь” оказалась направленной к созвездию Лебедя, тяга второго под названием “Рак” — к созвездию Рака. Куда направлена тяга третьего двигателя под названием “Щука”, если суммарная тяга равна нулю, и суммарная работа двигателей, как в басне Крылова, совершенно бесполезна? Мощности всех трех двигателей равны.

6.24. Представьте, что Луна обращается вокруг Земли в противоположном направлении, но с той же скоростью, что и сейчас. С каким периодом тогда будут чередоваться лунные фазы? Как изменится максимальная продолжительность полных солнечных и полных лунных затмений, видимых на Земле? Современный период лунных фаз — 29.53 суток, максимальная продолжительность полных лунных и солнечных затмений — 1.8 часа и 7.5 минут соответственно.

6.25. Каким должен был быть эксцентриситет орбиты Марса, чтобы во время его великих противостояний планета не описывала петлю среди звезд на земном небе? Чему был бы равен блеск Марса во время таких противостояний? Каким по яркости светилом он был бы на земном небе? Большая полуось орбиты Марса равна 1.524 а.е., орбиту Земли считать круговой.

6.26. В планетарных туманностях наблюдаются очень яркие “небулярные” линии азота и кислорода. Условием их возникновения является то, что за время нахождения в возбужденном состоянии атом не должен столкнуться ни с одним из электронов окружающей среды. Оцените среднюю концентрацию электронов в планетарной туманности, если известно, что по относительной интенсивности этих линий температура составляет 10000К, а время жизни около 50 сек. Масса электрона равна $9.1 \cdot 10^{-28}$ г, эффективное сечение взаимодействия атома с электроном равно 10^{-16} см².

6.27. Известно, что “первая вспышка” протозвезды происходит в момент, когда гравитационная энергия станет равной энергии, необходимой для превращения всей массы протозвезды в плазму. Найдите абсолютную звездную величину протозвезды с массой Солнца в этот момент, если известно, что ее эффективная температура в два раза меньше эффективной температуры Солнца. Энергия, необходимая для превращения одного грамма вещества протозвезды в плазму равна $2.5 \cdot 10^{13}$ эрг/г (или $2.5 \cdot 10^9$ Дж/кг).

56 Московская Астрономическая Олимпиада (2002 год)

1 тур

7 класс и моложе.

6.1. В день проведения 1 тура олимпиады (2 февраля 2002 года) созвездия Тельца и Близнецов, в которых находятся Юпитер и Сатурн, очень хорошо видны большую часть ночи, заходя за горизонт только после полуночи. Оставаясь далее в этих созвездиях до середины года, Юпитер и Сатурн постепенно станут видны только в первой половине ночи, а затем вечером. Через два месяца, в начале апреля, обе планеты еще будут хорошо видны по вечерам, а Юпитер — вплоть до полуночи. А вот через четыре месяца, в начале июня, Сатурн уже перестанет быть видимым, а Юпитер будет виден только вечером невысоко над горизонтом.

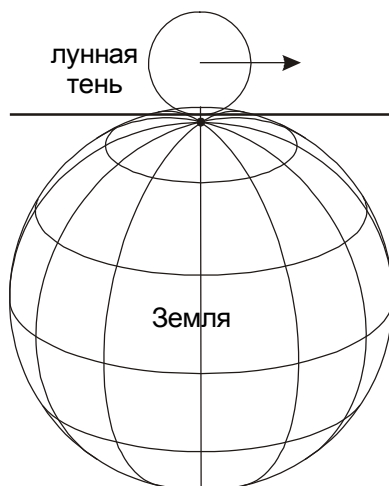
6.2. Как известно, на северном полярном круге (широта около $+66^{\circ}.5$) точка летнего солнцестояния касается горизонта в нижней кульминации, а точка зимнего солнцестояния — в верхней кульминации. Однако вспомним о том, что Солнце имеет достаточно большие угловые размеры, кроме этого, вблизи горизонта оно наблюдается выше своего истинного положения вследствие эффекта атмосферной рефракции. Поэтому в полночь 21 июня, равно как и в полдень 22 декабря, Солнце будет видно, хотя и низко над горизонтом. То есть, на северном полярном круге летом ненадолго наступает полярный день, а полярной ночи зимой там не наступает.

6.3. Прохождение Венеры по диску Солнца может произойти только во время нижнего соединения Венеры, когда она проходит между Солнцем и Землей. На небе в это время она описывает петлю, двигаясь навстречу Солнцу с востока на запад. Обгоняя Землю в своем движении по орбите вокруг Солнца, планета через 1-2 недели после нижнего соединения удалится от Солнца на достаточное угловое расстояние к западу и станет видимой по утрам перед восходом Солнца над восточным горизонтом. Венера будет достаточно близка к Земле, поэтому ее угловой диаметр будет близок к максимальному. Большая часть поверхности Венеры, повернутой к Земле, не будет освещена солнечными лучами, и в телескоп планета будет выглядеть как узкий серп с рогами, направленными от Солнца (в северном полушарии при прямом изображении телескопа — вправо).

6.4. Минимальный угловой размер объекта, заметного в телескоп, (его “разрешающая сила”) определяется размером объектива и свойствами земной атмосферы, через которую проходит свет звезды. Волновая природа света приводит к тому, что даже совершенно точечный источник будет виден в телескоп как диск, окруженный системой колец. Размер этого диска тем меньше, чем больше диаметр объектива телескопа, но даже для крупных телескопов он составляет порядка 0.1 угловой секунды. Кроме этого, изображение размывается земной атмосферой, и размеры “дисков дрожания” звезд редко бывают меньше одной угловой секунды. Истинные угловые диаметры далеких звезд значительно меньше, и мы не можем увидеть их в телескоп, какое увеличение мы бы ни использовали.

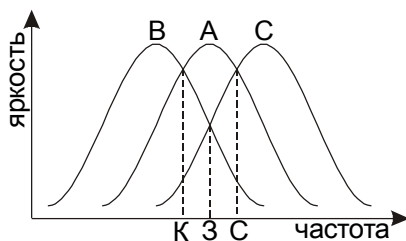
8-9 классы

6.5. Раз 30 декабря 2001 года произошло лунное затмение, значит в этот день было полнолуние, и Луна, а также Юпитер, находились в области неба, противоположной Солнцу. Учитывая дату (конец декабря), можно сделать вывод, что они находились в созвездии Близнецов, вблизи точки летнего солнцестояния, значительно севернее небесного экватора.



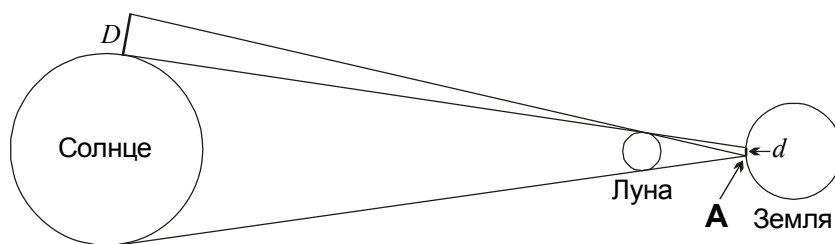
Далее, нам известно, что область видимости покрытия Юпитера Луной была очень небольшой и находилась в северных полярных широтах. Из этого мы делаем вывод, что конус видимости покрытия едва задел Землю с северной стороны (см. рисунок). Учитывая расположение оси вращения Земли, получаем, что покрытие Луной Юпитера произошло на острове Гренландия вблизи местного полудня, хотя Солнце не поднялось над горизонтом, а полная Луна, напротив, не зашла за него, так как в этих районах была полярная ночь. Луна и Юпитер находились низко над северным горизонтом, и Юпитер зашел за нижний край диска Луны.

6.6. Как известно, чем горячее звезда, тем в более коротковолновой (синей) части спектра она излучает больше всего света. Звезды *A* и *B* выглядят одинаково яркими в красных лучах, однако в более коротковолновой части спектра, в зеленых лучах, звезда *A* становится ярче, значит звезда *A* горячее звезды *B* (см. рисунок, буквы у оси абсцисс соответствуют трем цветам). В зеленых лучах звезда *C* (как и звезда *B*) светит слабее звезды *A*, но в синих лучах их яркость сравнивается, то есть звезда *C* горячее звезды *A*. Таким образом, эти три звезды нужно расставить следующим образом: *B, A, C*.



6.7. В условии задачи сказано, что полное солнечное затмение наблюдается вблизи зенита. В этом случае можно считать, что центры Солнца, Луны и Земли находятся на одной линии, а ширина полосы полной фазы равна диаметру пятна лунной тени, бегущего по поверхности Земли. Обозначим его через d , расстояния от центра Земли до Солнца и Луны через L и l соответственно, а радиус Земли — через R . Из рисунка видно, что протуберанец будет виден из всей области тени, если он виден из самой удаленной ее точки *A*. Из равенства вертикальных углов, отмеченных на рисунке, получаем, что размер протуберанца должен быть не меньше величины D , для которой

$$\frac{D}{L-l} = \frac{d}{l-R}.$$



Подставляя численные значения $R=6378$ км, $l=384400$ км и $L=149.6$ млн км, получаем $D=59200$ км, что почти в пять раз превышает диаметр Земли! Тем не менее, солнечные протуберанцы часто наблюдаются в течение всей полной фазы солнечного затмения, что указывает на огромные размеры этих образований.

6.8. Определим расстояние между звездами по III обобщенному закону Кеплера:

$$\frac{a^3}{T^2 M} = \frac{G}{4\pi^2} = \text{const.}$$

Здесь a — большая полуось орбиты (равная расстоянию между звездами в случае круговой орбиты), T — период обращения, а M — суммарная масса двух тел. Сравним данную систему с системой Солнце-Земля. Суммарная масса двух звезд в 10 раз превышает массу Солнца (масса Земли вносит ничтожно малый вклад), а период превышает период обращения Земли в 316 раз. В итоге, расстояние между звездами составляет 100 а.е. С расстояния в 100 пк эти две звезды будут видны не более чем в $1''$ друг от друга. Разрешить такую тесную пару в телескоп “ТАЛ-М” не удастся, какое увеличение мы бы ни использовали. В этом нетрудно убедиться, рассчитав размер дифракционных дисков данных звезд по известной формуле для зелено-желтых лучей:

$$\delta = \frac{14''}{D},$$

где D — диаметр объектива в сантиметрах. Здесь мы не учли влияние земной атмосферы, которое еще больше усугубит картину. Итак, данная пара будет видна в телескоп “ТАЛ-М” только как одиночная звезда.

10-11 классы

6.9. Во время новолуния обращенная к Земле сторона Луны не освещается прямыми солнечными лучами, и освещенность на ней создает яркая полная Земля. В результате видимая сторона Луны не является совершенно темной, а светит дважды отраженным (от Земли и Луны) солнечным светом. Это явление названо “пепельным светом Луны” и хорошо видно невооруженным глазом, особенно когда фаза Луны мала.

Обозначим через J поток солнечной энергии (на единицу площади) на расстоянии 1 а.е. от Солнца. Тогда поток от полной Земли, падающий на Луну, с достаточной для нашей оценки точностью будет равен

$$J_1 = J \frac{AR^2}{L^2}.$$

Здесь R и A — радиус и альbedo Земли, L — расстояние от Земли до Луны. Аналогично, для света, отраженного от поверхности Луны и распространяющегося обратно к Земле, получаем выражение для потока от Луны в фазе новолуния на Земле:

$$J_2 = J_1 \frac{ar^2}{L^2} = J \frac{AaR^2r^2}{L^4}.$$

Здесь r и a — радиус и альbedo Луны. Соответственно, звездная величина “темной” Луны равна

$$m = -26.8 - 2.5 \lg \frac{AaR^2r^2}{L^4} = -2.2.$$

Согласитесь, Луна в фазе новолуния светит не так уж и слабо! Иногда даже удается запечатлеть изображения лунных морей на темном диске Луны во время полного солнечного затмения.

6.10. Казалось бы, самый ранний заход Солнца из трех перечисленных дат должен быть 22 декабря, так как этот день практически совпадает с моментом зимнего солнцестояния. Однако на самом деле 22 декабря будет самый короткий день, но не самый ранний закат! Ведь время захода Солнца определяется не только длиной дня, которая почти не меняется в течение второй половины декабря, но и значением уравнения времени, которое, напротив, в это время меняется быстрее всего в году и приводит к тому, что и восход, и кульминация, и заход Солнца перед Новым Годом каждый день происходят чуть позже, чем в предшествующие сутки. В результате самый ранний заход Солнца из данных дней наступит 12 декабря, а самый поздний — 1 января, в чем можно убедиться, взяв любой выпуск “Астрономического календаря”.

6.11. Солнечные затмения обычно происходят через 6 лунных месяцев друг после друга, однако этот промежуток может быть и меньшим. Так, солнечные затмения могут наступить и в два новолуния подряд, однако в этом случае одно затмение будет видно только в северных, а другое — только в южных широтах Земли, и они не будут наблюдаться вместе ни в одном пункте нашей планеты. Промежуток между двумя солнечными затмениями может составить и 5 лунных месяцев (около 148 дней), и в этом случае они могут наблюдаться в одном пункте Земли, достаточно удаленном от экватора. В большинстве таких случаев оба затмения будут частными, хотя одно из них может быть центральным. Так, на Антарктическом полуострове Антарктиды 11 сентября 2007 года будет видно частное, а 7 февраля 2008 года — кольцеобразное затмение Солнца.

6.12. Вега — звезда спектрального класса A0, и температура ее поверхности равна 10000К. По закону Стефана-Больцмана светимость звезды пропорциональна R^2T^4 , где R и T — ее радиус и температура. Если светимость Веги в 85 раз больше, чем светимость Солнца, то мы можем получить, что ее радиус составляет 3.3 радиуса Солнца, или 2.3 млн км. После сжатия Веги в нейтронную звезду ее период вращения P , как следует из закона сохранения момента импульса, составит

$$P = P_0 \frac{R^2}{r^2},$$

где r радиус нейтронной звезды. Считая современный период вращения Веги P_0 равным 25.4 суткам, получаем период вращения нейтронной звезды $8.13 \cdot 10^{-5}$ секунды.

2 тур

7 класс и моложе.

6.13. Из-за высокой плотности атмосферы Венеры там наблюдается очень сильный “парниковый эффект”, препятствующий отходу тепла от планеты, из-за чего ее поверхность разогрета до 400-500°C. При такой огромной температуре жизнь существовать не может. Но благодаря той же плотной облачной атмосфере планета Венера выглядит такой яркой на нашем земном небе. Жизнь на Венере была бы возможна, если бы ее атмосфера была более разрежена и не была бы окутана таким плотным слоем облаков. Но на нашем небе Венера в этом случае предстала бы более слабым объектом.

На Марсе же ситуация совершенно обратная. Атмосфера этой планеты крайне разрежена, жидкой воды на Марсе не найдено, и это еще более охлаждает эту планету. В случае наличия плотной атмосферы и воды (что, как полагают, могло когда-то иметь место на Марсе) на нем была бы возможна жизнь, и блеск Марса на нашем небе был бы значительно выше.

6.14. На день проведения 2 тура Олимпиады (17 февраля) звезда α Гидры, как видно по ее прямому восхождению, находится вблизи противостояния с Солнцем, и ее верхняя кульминация происходит около полуночи. Однако эта звезда находится значительно южнее эклиптики, поэтому в северных широтах она будет восходить значительно позже захода Солнца и скрываться за горизонтом до рассвета. Таким образом, в Москве эта звезда будет видна ночью в течение всего периода времени от восхода до захода, который, как видно по склонению звезды, составляет около 10 часов для широты Москвы.

6.15. Центральные солнечные и полные теньевые лунные затмения могут происходить не менее чем через 6 лунных месяцев друг после друга. Однако, так как лунный месяц короче календарного, одно затмение может произойти в самом начале года, второе — в середине и третье — в конце. Поэтому в течение одного года может произойти три полных лунных затмения, как это было, например, в 1982 году. Могут произойти и три центральных солнечных затмения, но сразу все они не могут быть полными. Ввиду того, что средний угловой диаметр Солнца чуть больше, чем угловой диаметр Луны, из двух подряд центральных солнечных затмений как минимум одно будет кольцеобразным или, в редких случаях, кольцеобразно-полным. В течение одного года может наблюдаться не более двух полных солнечных затмений.

6.16. Когда комета приближается к Солнцу, она теряет часть своего вещества, переходящую в газовую фазу или в мелкие пылинки, улетающие от кометы. Именно поэтому вблизи Солнца у комет появляются большие хвосты. Кометы, часто возвращающиеся к Солнцу, быстро теряют свое вещество, постепенно становятся слабее и в результате превращаются в рой метеорных частиц. В то же время кометы, подлетающие к Солнцу редко или вообще один раз, вполне могут оказаться крупными и яркими.

6.17. На уроках математики вы неоднократно пользовались Треугольником, Циркулем.
На уроках физики вы неоднократно пользовались Весами, Часами.

На уроках биологии вы неоднократно пользовались Микроскопом.
 На уроках географии вы неоднократно пользовались Компасом.
 На уроках труда вы неоднократно пользовались Насосом, Печью, Резцом, Сеткой.
 И, наконец, на уроках астрономии вы вполне могли пользоваться Октантом, Секстантом, Телескопом, а также изучать имена всех 88 созвездий!

8 - 9 классы

6.18. В общем случае направление движения лунной тени не совпадает с направлением суточного вращения Земли, так как Луна и ее тень движутся вдоль плоскости эклиптики (хотя и здесь отклонение от нее может достигать 5°). Плоскость земного экватора наклонена к плоскости эклиптики на значительный угол (23.5°), и, в зависимости от сезона года, лунная тень может двигаться по поверхности Земли в различных направлениях: весной она движется с юго-запада на северо-восток, осенью — с северо-запада на юго-восток. А если тень проходит вблизи одного из полюсов Земли, то направление ее движения может быть вообще любым!

6.19. Видимая звездная величина Солнца равна $m_1 = -26.8$, полной Луны $m_2 = -12.7$. Из закона Стефана-Больцмана получаем, что светимость звезды L_2 с вдвое меньшим радиусом и вдвое меньшей температурой равна в 64 раза меньше светимости Солнца L_1 (напомним, что светимость пропорциональна $R^2 T^4$). А по условию задачи отношение яркостей двух звезд равно

$$\frac{J_1}{J_2} = 10^{0.4(m_2 - m_1)} = 436000.$$

Следовательно, отношение расстояний от Земли до звезды-спутника и до Солнца равно

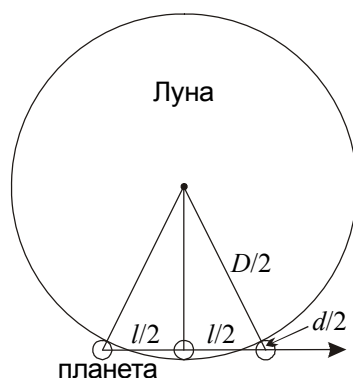
$$\frac{R_2}{R_1} = \sqrt{\frac{J_1 L_2}{J_2 L_1}} = 82.6.$$

Учитывая, что диаметр звезды-спутника вдвое меньше солнечного, а видимый диаметр Солнца $d_1 = 31'$, угловой поперечник спутника составит

$$d_2 = d_1 \frac{R_1}{R_2} = 0.19'$$

или $11''$, что сравнимо с видимым диаметром планеты. Диск ярко-красной звезды на нашем небе был бы замечен только в телескоп.

6.20. Вначале отметим, что максимальная продолжительность частного покрытия Луной планеты будет достигаться, когда Луна находится в точке апогея своей орбиты. В этой точке ее угловой диаметр будет наименьшим (около $29.5'$), но в значительно большей пропорции будет убывать скорость движения лунной тени по земной поверхности и угловая скорость движения Луны по небу. Так, если лунная тень движется вдоль экватора Земли с запада на восток (такое, как было показано в решении задачи 6.18, не всегда имеет место, но все же возможно) со скоростью 0.96 км/с (скорость движения Луны в апогее), а наблюдатель движется вместе с поверхностью Земли в том же направлении со скоростью 0.46 км/с, то скорость движения тени относительно наблюдателя составит всего 0.50 км/с. (Как вы догадались, область видимости покрытия, по аналогии с затмениями, мы называем тенью). Разделив эту величину на расстояние от поверхности Земли до Луны (оно получается равным 399.8 тыс. км), получаем видимую угловую скорость движения Луны относительно звезд: $\Omega = 0.258^\circ/\text{час}$ (или $'/\text{мин}$).



Угловой диаметр Луны из точки наблюдения, где она находится вблизи зенита, будет чуть больше геоцентрического значения и составит $D=29.9'$. Очевидно, что продолжительность частного покрытия планеты будет тем большей, чем больше угловой диаметр этой планеты. Из всех планет максимальный угловой диаметр $d=62''$ или $1.03'$ имеет Венера вблизи нижнего соединения с Солнцем. Схема частного покрытия планеты с максимальной продолжительностью представлена на рисунке. В течение этого покрытия Луна в своем движении относительно планеты должна пройти путь

$$l = 2\sqrt{\left(\frac{D+d}{2}\right)^2 - \left(\frac{D-d}{2}\right)^2} = 2\sqrt{Dd}.$$

Максимальная продолжительность частного покрытия Венеры будет равна

$$\Delta t = \frac{2\sqrt{Dd}}{\Omega + \omega},$$

где ω — угловая скорость попятного движения Венеры навстречу Луне, равная вблизи нижнего соединения $0.023'/\text{мин}$. В результате, максимальная продолжительность частного покрытия Венеры получается равной 39.5 минутам.

Справедливости ради нужно отметить, что такое покрытие вряд ли может быть хорошо видно с Земли. Луна и Венера будут находиться на небе вблизи Солнца, к тому же Венера будет иметь вид тонкого серпа, и далеко не все фазы покрытия будут непосредственно видимыми. В этом отношении самым длительным можно считать покрытие Юпитера вблизи его противостояния, которое, напротив, будет видно ночью, а Юпитер будет выглядеть полным диском, частично закрытым Луной. Продолжительность такого явления будет ненамного меньше. В самом деле, подставляя значения максимального видимого полярного (понимаете, почему?) радиуса Юпитера $d=46.4''$ или $0.77'$, и его угловую скорость его попятного движения вблизи противостояния $0.006'/\text{мин}$, получаем продолжительность покрытия, равную 36.4 минутам.

6.21. Судьба планеты после этого катастрофического события будет существенно зависеть от того, в какой точке орбиты ее это событие застало. Если планета перед взрывом звезды находилась в апоастрии, то ее орбитальная скорость была меньше первой космической для данного расстояния от звезды R :

$$v < v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}},$$

где M — первоначальная масса звезды. Так как во время взрыва масса звезды уменьшилась вдвое, значение первой космической скорости до взрыва равно значению второй космической скорости после него. Скорость звезды меньше этого значения, и она продолжит обращаться вокруг остатка звезды, хотя и перейдет на более высокую орбиту.

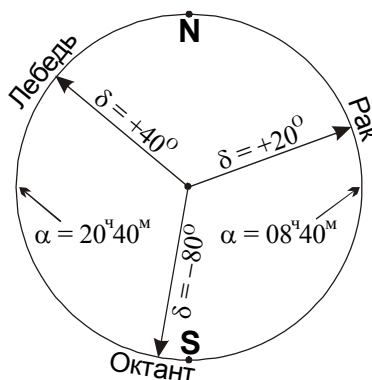
А вот если взрыв застанет звезду в периастрии, где орбитальная скорость выше первой космической (а значит, второй космической после взрыва), то планета навсегда покинет окрестности остатка звезды, удаляясь от него по гиперболической траектории.

6.22. Как ни странно, такое может быть! Мало того, почти такая ситуация реализуется на одной из планет Солнечной системы, на Уране, ось вращения которого образует очень малый угол с плоскостью орбиты. Представьте себя на экваторе планеты, у которой видимый путь центральной звезды среди звезд (аналог эклиптики) проходит через местные полюса. Тогда дважды в году, во время равноденствий, местное Солнце будет кульминировать в зените, и это будет самый теплый сезон в Вашей точке планеты, хотя день будет в

точности равен ночи. А во время солнцестояний дневное светило будет все время находиться на северном или южном горизонте. Все время будет светло, но вам вряд ли понравится такой “полярный день”, особенно если вы выйдете на улицу без теплой одежды!

10-11 классы

6.23. В условии задачи сказано, что мощности трех двигателей равны, а их суммарное действие обращается в нуль. Это может иметь место, если векторы тяги трех двигателей находятся в одной плоскости под углом 120° друг к другу. Как раз на таком угловом расстоянии друг от друга находятся центры созвездий Лебедя и Рака, их приближенные координаты равны $\alpha=20^h40^m$, $\delta=+40^\circ$ и $\alpha=8^h40^m$, $\delta=+20^\circ$ соответственно. Кроме этого, данные две точки находятся на одном круге склонения, что значительно упрощает вычисление координат третьей точки, в которую направлена тяга двигателя “Щука” (см. рисунок). Легко видеть, что координаты этой точки равны $\alpha=20^h40^m$, $\delta=-80^\circ$, то есть она находится в созвездии Октаанта, неподалеку от Южного полюса мира.



6.24. Синодический месяц S (период смены лунных фаз) связан с сидерическим месяцем T_L (периодом обращения Луны вокруг Земли) и периодом обращения Земли вокруг Солнца T_E следующим известным соотношением

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_E},$$

из которого можно получить значение $T_L=27.32$ суток. В случае обратного направления вращения Луны эта формула будет иметь несколько другой вид

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_L} + \frac{1}{T_E},$$

откуда мы можем получить новое значение $S=25.41$ суток, то есть период смены лунных фаз изменится в 0.86 раз. В такой же пропорции изменится и продолжительность полных лунных затмений, так как она также определяется соотношением скоростей вращения Луны вокруг Земли и Земли вокруг Солнца. Новое значение составит около 1.55 часа.

А вот с полными солнечными затмениями ситуация обстоит значительно более сложным образом. На их продолжительность влияет также суточное вращение Земли, которое теперь в большинстве случаев будет направлено против движения лунной тени и тем самым будет укорачивать, а не удлинять, как в “реальном мире” полную фазу солнечного затмения. Расчеты показывают, что максимальная продолжительность полных солнечных затмений уменьшится примерно вдвое и составит около 3.5 минут, причем достигаться такая продолжительность будет не в тропическом поясе Земли, а в северных полярных широтах при затмениях во время полярного дня, когда Солнце будет находиться низко над северным горизонтом. Это происходит за счет того, что именно в этом случае направление вращения Земли будет совпадать с направлением скорости тени.

6.25. Вблизи противостояния внешней планеты, когда ее скорость и скорость Земли оказываются почти сонаправленными, планета начинает двигаться среди звезд в обратном направлении, с востока на запад, за счет того, что ее скорость по модулю меньше скорости Земли. Однако, если бы орбита Марса была более вытянутой, чем это имеет место на самом деле, его орбитальная скорость в перигелии могла бы стать больше орбитальной скорости Земли. И если в этот же момент планета Марс оказывалась в противостоянии (разумеется, в великом), то она бы не описывала петлю среди звезд, а продолжала бы двигаться в прямом направлении.

Пусть a — большая полуось орбиты Марса, а e — ее эксцентриситет. Тогда перигелийное и афелийное расстояния Марса будут равны

$$R_p = a(1 - e); \quad R_A = a(1 + e),$$

и для этих двух точек орбиты можно записать законы сохранения момента импульса и энергии:

$$R_A v_A = R_p v_p;$$

$$\frac{v_A^2}{2} - \frac{GM}{R_A} = \frac{v_p^2}{2} - \frac{GM}{R_p}.$$

Здесь v_p и v_A — перигелийная и афелийная скорости Марса, направленные по касательной к его орбите. Решая эти уравнения, можно получить выражение для скорости Марса в перигелии и приравнять ее к орбитальной скорости Земли, считая ее орбиту круговой:

$$v_p^2 = \frac{GM}{a} \frac{1+e}{1-e} = \frac{GM}{a_0}.$$

Здесь a_0 — радиус орбиты Земли. Из последнего уравнения получаем эксцентриситет орбиты Марса:

$$e = \frac{a - a_0}{a + a_0} = 0.207.$$

При этом и большем значении эксцентриситета Марс не описывал бы петель среди звезд на земном небе во время великих противостояний. Нетрудно посчитать, что в это время Марс подходил бы к Земле на расстояние

$$d = a_0 \frac{a - a_0}{a + a_0} = 0.207 \text{ а.е.}$$

Зная, что во время великих противостояний Марс может подойти к Земле на $d_0=0.372$ а.е, и его блеск при этом достигает -2.9^m , определяем блеск Марса в нашем гипотетическом противостоянии, вновь считая для простоты орбиту Земли круговой:

$$m = -2.9 + 5 \lg \frac{d(d + a_0)}{d_0(d_0 + a_0)} = -4.5.$$

Выходит, что ярко-красный Марс в это время становился бы третьим или четвертым по яркости светилом на земном небе в зависимости от положения Венеры в этот момент. Это были бы воистину великие противостояния!

6.26. Оценим скорость свободного электрона в планетарной туманности по формуле:

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m_e}}.$$

При температуре T , равной 10000К средняя тепловая скорость электрона равна $6.74 \cdot 10^7$ см/с. За время жизни атома в метастабильном состоянии Δt электрон пролетит расстояние, равное $v\Delta t$, и столкнется с атомом, если последний находится внутри “трубки” объемом $\sigma v\Delta t$, где σ — сечение взаимодействия атома с электроном. Очевидно, что если суммарный объем всех этих “трубок” покроет весь объем туманности, то вероятность того, что атом в метастабильном состоянии не столкнется с электроном, будет очень мала, если же он будет меньшим, то мы увидим “небулярные” линии в спектре туманности. Математически последнее условие можно записать как

$$n \sigma v \Delta t < 1,$$

из чего следует, что небулярные линии будут видны в спектре туманности, если электронная плотность внутри нее не превосходит $3 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$.

6.27. Гравитационная энергия единицы массы вещества протозвезды равна

$$E_G = \frac{GM}{R},$$

где M и R — масса и радиус протозвезды. Приравнявая гравитационную энергию к данному значению $I=2.5 \cdot 10^{13}$ эрг/г, получаем, что радиус протозвезды (учитывая, что ее масса равна солнечной), равен $5.33 \cdot 10^{12}$ см или 76 радиусам Солнца. Далее вспомним, что по закону Стефана-Больцмана, светимость объекта пропорциональна $R^2 T^4$. Зная радиус и температуру протозвезды по сравнению с Солнцем, находим ее светимость, она получается равной 360 светимостям Солнца. Абсолютная звездная величина Солнца равна $+4.72^m$, значит абсолютная звездная величина протозвезды равна

$$m_0 = 4.72 - 2.5 \lg 360 = -1.68.$$