

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

Часть 1. 60 Московская Астрономическая Олимпиада (2006 год)

I ТУР

8 класс и моложе

- 1.1. На каких широтах на Земле Солнце 22 июня поднимается над горизонтом выше, чем 21 декабря?
- 1.2. Какие три планеты могут подходить ближе всего к Земле? Расположите их в порядке возрастания минимального расстояния от Земли. Можно ли их увидеть с Земли во время сближения?
- 1.3. В какой сезон года в Москве лучше всего видна Луна в фазе первой четверти и почему?
- 1.4. Бывают ли на Земле кольцеобразные лунные затмения и почему?

9 класс

- 1.5. Около 3 тысяч лет назад в день летнего солнцестояния полуденное зенитное расстояние Солнца в одном из мест земной поверхности было $26^{\circ}15'$ (к югу от зенита), а в день зимнего солнцестояния полуденная высота Солнца над южным горизонтом равнялась $+16^{\circ}03'$. Вычислить наклонение эклиптики к небесному экватору в ту эпоху.
- 1.6. Определите орбитальную скорость и период обращения искусственных спутников Земли, движущихся вокруг нее по круговым орбитам на расстоянии половины и двух радиусов от поверхности.
- 1.7. Найти разность звездных величин светил, отличающихся по яркости в 10, 100 и 1000 раз.
- 1.8. Как изменилось бы ускорение свободного падения на поверхности планеты при увеличении ее массы в m раз, а средней плотности в n раз?

10 класс

- 1.9. Около 3 тысяч лет назад в день летнего солнцестояния полуденное зенитное расстояние Солнца в одном из мест земной поверхности было $26^{\circ}15'$ (к югу от зенита), а в день зимнего солнцестояния полуденная высота Солнца над южным горизонтом равнялась $+16^{\circ}03'$. Вычислить наклонение эклиптики к небесному экватору в ту эпоху.
- 1.10. По каким орбитам будут двигаться искусственные небесные тела, запущенные с горизонтальной скоростью 9.5 км/с на высоте 200 км над поверхностью Земли, Марса и Юпитера? Массы Марса и Юпитера составляют 0.107 и 318 масс Земли, а их радиусы – 0.53 и 11.2 радиуса Земли.
- 1.11. Диаметр Луны меньше земного в 3.67 раза; сферическое альbedo Земли 0.39, Луны – 0.07. При среднем геоцентрическом расстоянии 384 400 км блеск полной Луны равен -12.7^m . Как выглядят Земля и Луна при наблюдении с Солнца?
- 1.12. Как изменилось бы ускорение свободного падения на поверхности планеты при увеличении ее массы в m раз, а средней плотности в n раз?

11 класс

1.13 На какой географической широте Солнце кульминирует в день летнего солнцестояния на зенитном расстоянии $10^{\circ}41'$ к северу от зенита? Чему равна полуденная и полуночная высота Солнца на той же широте в дни обоих равноденствий и солнцестояний?

1.14 По каким орбитам будут двигаться искусственные небесные тела, запущенные с горизонтальной скоростью 9.5 км/с на высоте 200 км над поверхностью Земли, Марса и Юпитера? Массы Марса и Юпитера составляют 0.107 и 318 масс Земли, а их радиусы – 0.53 и 11.2 радиуса Земли.

1.15 Диаметр Луны меньше земного в 3.67 раза; сферическое альbedo Земли 0.39 , Луны – 0.07 . При среднем геоцентрическом расстоянии $384\,400 \text{ км}$ блеск полной Луны равен -12.7^m . Как выглядят Земля и Луна при наблюдении с Солнца?

1.16 Известно, что $10\,000$ лет назад звезда находилась на минимальном расстоянии от Солнца при параллаксе $0.15''$ и имела блеск на 0.1^m ярче настоящего. Определите современные значения параллакса, лучевой, тангенциальной и полной скорости и собственного движения звезды.

II ТУР

8 класс и моложе

1.17. Что светит ярче – одна звезда первой величины или 60 звезд шестой величины?

1.18. Путешественник объехал Землю по экватору с запада на восток за 60 дней. Какова была его средняя скорость?

1.19. Был бы заметен диск Луны невооруженным глазом, если бы она была в 60 раз меньше?

1.20. Сейчас Юпитер находится в созвездии Весов, а Сатурн – в созвездии Рака. В каких созвездиях они находились во время Первой Московской Астрономической олимпиады?

1.21. Астероид вращается вокруг Солнца по круговой орбите в плоскости эклиптики. За несколько дней до 60 -й Московской Астрономической олимпиады он вступил в противостояние с Солнцем. Предыдущее противостояние этого астероида наблюдалось во время Первой Московской Астрономической олимпиады. Определите период обращения астероида вокруг Солнца.

9 класс

1.22. Для поддержания регулярной связи друг с другом и с Землей вокруг экватора Луны было решено построить цепочку из 60 высотных пунктов радиосвязи. При этом было необходимо, чтобы из каждого пункта были видны два соседних. Определите минимальную высоту пунктов связи. Радиус Луны равен 1738 км .

1.23. Путешественник объехал Землю с запада на восток за 60 дней. Какую среднюю продолжительность звездных суток он фиксировал во время путешествия?

1.24. Любитель астрономии наблюдает звезду со склонением $+60^{\circ}$ в телескоп с 60 -кратным увеличением и полем зрения 1° . Из-за неверной настройки часовой механизм идет на $(1/60)$ быстрее, чем требуется. Сколько времени можно наблюдать данную звезду без коррекции телескопа?

1.25. Массивное шаровое скопление имеет радиус 60 пк и состоит из 60 миллионов звезд, похожих на Солнце. Одна из звезд движется на краю скопления со скоростью 60 км/с. Покинет ли эта звезда скопление?

1.26. Астероид вращается вокруг Солнца по круговой орбите в плоскости эклиптики. За несколько дней до 60-й Московской Астрономической олимпиады он вступил в противостояние с Солнцем. Предыдущее противостояние этого астероида наблюдалось во время Первой Московской Астрономической олимпиады. Определите расстояние между Землей и астероидом во время противостояния. Орбиту Земли считать круговой, взаимодействие астероида с Землей не учитывать.

10 класс

1.27. Для поддержания регулярной связи друг с другом и с Землей вокруг экватора Луны было решено построить цепочку из 60 высотных пунктов радиосвязи. При этом было необходимо, чтобы из каждого пункта были видны два соседних. Определите минимальную высоту пунктов связи. Радиус Луны равен 1738 км.

1.28. На диске звезды появилось слабое пятно с радиусом, в 60 раз меньшим радиуса звезды. Температура поверхности в пятне на $(1/60)$ меньше, чем на остальной поверхности звезды. Насколько изменилась видимая звездная величина звезды, если пятно находится в центре ее диска? Потемнением диска звезды к краю пренебречь.

1.29. Любитель астрономии наблюдает звезду со склонением $+60^\circ$ в телескоп с 60-кратным увеличением и полем зрения 1° . Из-за неверной настройки часовой механизм идет на $(1/60)$ быстрее, чем требуется. Сколько времени можно наблюдать данную звезду без коррекции телескопа?

1.30. Массивное шаровое скопление имеет радиус 60 пк и состоит из 60 миллионов звезд, похожих на Солнце. Одна из звезд движется на краю скопления со скоростью 60 км/с. Покинет ли эта звезда скопление?

1.31. Астероид вращается вокруг Солнца по круговой орбите в плоскости эклиптики. За несколько дней до 60-й Московской Астрономической олимпиады он вступил в противостояние с Солнцем, имея блеск 7.3^m . Предыдущее противостояние этого астероида наблюдалось во время Первой Московской Астрономической олимпиады. Считая, что поверхность астероида похожа на лунную, найдите его радиус. Орбиту Земли считать круговой, взаимодействие астероида с Землей не учитывать.

11 класс

1.32. Спиральная галактика с красным смещением $(1/60)$ видна на Земле как узкая полоска длиной 2 угловые минуты. Лучевая скорость краевых областей галактики отличается от лучевой скорости ее центра на 60 км/с. Оцените массу галактики.

1.33. На диске звезды появилось слабое пятно с радиусом, в 60 раз меньшим радиуса звезды. Температура поверхности в пятне на $(1/60)$ меньше, чем на остальной поверхности звезды. Насколько изменилась видимая звездная величина звезды, если пятно находится в центре ее диска? Потемнением диска звезды к краю пренебречь.

1.34. Любитель астрономии наблюдает звезду со склонением $+60^\circ$ в телескоп с 60-кратным увеличением и полем зрения 1° . Из-за неверной настройки часовой механизм идет на $(1/60)$ быстрее, чем требуется. Сколько времени можно наблюдать данную звезду без коррекции телескопа?

1.35. Во время Первой Московской Астрономической олимпиады ее участники отправили сигнал представителям внеземной цивилизации. Перед 60-й Олимпиадой был получен ответ, в котором жители далекой системы описывали свою звезду, очень похожую на Солнце, и небольшую звезду-спутник, обращающийся вокруг нее по круговой орбите с периодом 60 лет и имеющий в 10 раз меньшую светимость. Какой телескоп нужно приобрести участникам Олимпиады, чтобы увидеть спутник далекой звезды?

1.36. Астероид вращается вокруг Солнца по круговой орбите в плоскости эклиптики. За несколько дней до 60-й Московской Астрономической олимпиады он вступил в противостояние с Солнцем, проходя через звездное скопление Ясли и имея блеск 7.3^m . Предыдущее противостояние этого астероида наблюдалось во время Первой Московской Астрономической олимпиады. Найдите радиус астероида и продолжительность его прохождения по скоплению Ясли. Угловой диаметр скопления Ясли равен $95'$, поверхность астероида по своим свойствам похожа на лунную. Орбиту Земли считать круговой, взаимодействие астероида с Землей и его параллакс не учитывать.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Часть 1. 60 Московская Астрономическая Олимпиада (2006 год)

I ТУР

8 класс и моложе

1.1. Это так на всех широтах в северном полушарии Земли. На экваторе полуденная высота Солнца 22 июня и 21 декабря одинакова, а южнее экватора Солнце 21 декабря поднимается выше, чем 21 июня.

1.2. Ближе всего к Земле (на 0.27 а.е.) подходит Венера во время нижнего соединения. На втором месте идет Марс во время великого противостояния (0.37 а.е.), на третьем – Меркурий во время нижнего соединения (около 0.6 а.е.). Марс во время противостояния прекрасно виден всю ночь как ярко-красная звезда, а вот Венера и Меркурий в нижнем соединении не видны, если только не проходят по диску Солнца.

1.3. Во время весеннего равноденствия Луна в первой четверти оказывается рядом с точкой летнего солнцестояния, поднимаясь на максимальную высоту и находясь над горизонтом в Москве наибольшее время.

1.4. Нет, так как радиус земной тени на расстоянии Луны почти в 3 раза больше радиуса Луны.

9 класс

1.5. Кульминация Солнца в летнее солнцестояние происходит к югу от зенита, следовательно широта места φ больше угла наклона экватора к эклиптике на тот момент ε . Значения высоты Солнца в верхней кульминации в летнее и зимнее солнцестояние выражаются формулами:

$$\begin{aligned}h_1 &= 90^\circ - \varphi + \varepsilon, \\h_2 &= 90^\circ - \varphi - \varepsilon.\end{aligned}$$

По условию задачи, величина h_1 равна $63^\circ 45'$ (90° минус зенитное расстояние), а величина h_2 составляет $16^\circ 03'$. Отсюда получаем значение наклона экватора к эклиптике:

$$\varepsilon = (h_1 - h_2)/2 = 23^\circ 51'.$$

1.6. Орбитальная скорость и период обращения спутника связаны с его высотой над земной поверхностью h формулами:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}.$$

Здесь M и R – масса и радиус Земли. Подставляя значения h , равные $R/2$ и $2R$, получаем величины скорости и периода 6.46 км/с и 2ч35м для первого случая и 4.57 км/с и 7ч18м для второго случая.

1.7. 2.5^m , 5^m , 7.5^m .

1.8. Ускорение свободного падения на поверхности планеты составляет:

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{GM}{(3M/4\rho)^{2/3}} = \left(\frac{4}{3}\right)^{2/3} GM^{1/3} \rho^{2/3}$$

После изменения массы в m раз и плотности в n раз ускорение изменится в $m^{1/3}n^{2/3}$ раз.

10 класс

1.9. Кульминация Солнца в летнее солнцестояние происходит к югу от зенита, следовательно широта места φ больше угла наклона экватора к эклиптике на тот момент ε . Значения высоты Солнца в верхней кульминации в летнее и зимнее солнцестояние выражаются формулами:

$$\begin{aligned} h_1 &= 90^\circ - \varphi + \varepsilon, \\ h_2 &= 90^\circ - \varphi - \varepsilon. \end{aligned}$$

По условию задачи, величина h_1 равна $63^\circ 45'$ (90° минус зенитное расстояние), а величина h_2 составляет $16^\circ 03'$. Отсюда получаем значение наклона экватора к эклиптике:

$$\varepsilon = (h_1 - h_2)/2 = 23^\circ 51'.$$

1.10. Значения первой и второй космической скорости на высоте h над поверхностью планеты выражаются формулами:

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}, \quad v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R+h}}.$$

Здесь M и R – масса и радиус планеты. Подставляя численные значения, получаем значения для Земли: 7.8 км/с и 11.0 км/с, для Марса – 3.4 км/с и 4.9 км/с, для Юпитера – 42.0 км/с и 59.5 км/с. Скорость 9.5 км/с для Земли попадает в интервал между первой и второй космической, и аппарат будет двигаться по эллипсу, точка запуска будет перигеем орбиты. Гравитация Марса не сможет удержать искусственное тело, и оно удалится по гиперболе. А вот мощное притяжение Юпитера приведет к падению тела вскоре после запуска.

1.11. Полная Луна располагается в 389 раз ближе к Земле, чем к Солнцу. Поэтому при наблюдении с Солнца Луна будет иметь звездную величину

$$m_2 = -12.7 + 5 \lg 389 = 0.25.$$

Видимый диск Земли будет больше лунного в 3.67^2 , то есть в 13.47 раз, а поверхностная яркость Земли превысит лунную в 5.6 раза (в соответствии с альбедо). В итоге, Земля будет ярче Луны в 75 раз, и ее звездная величина составит

$$m_1 = 0.25 - 2.5 \lg 75 = -4.4.$$

Угловое расстояние между Землей и Луной во время первой и третьей четверти на Земле будет достигать $9'$, и если бы мы могли проводить наблюдения с Солнца, то увидели бы красивую двойную планету. При этом диски Земли и Луны были бы неразличимы невооруженным глазом.

1.12. Ускорение свободного падения на поверхности планеты составляет:

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{GM}{(3M/4\rho)^{2/3}} = \left(\frac{4}{3}\right)^{2/3} GM^{1/3} \rho^{2/3}$$

После изменения массы в m раз и плотности в n раз ускорение изменится в $m^{1/3}n^{2/3}$ раз.

11 класс

1.13 Раз Солнце кульминирует к северу от зенита, то дело происходит южнее широты северного тропика, где в этот день кульминация происходит точно в зените. Широта тропика составляет $+23^{\circ}26'$, а указанная точка располагается на $10^{\circ}41'$ южнее, то есть ее широта равна $+12^{\circ}45'$.

Во время равноденствий и солнцестояний верхняя кульминация Солнца на этой широте происходит к югу от зенита, и высота Солнца вычисляется по формуле:

$$h = 90^{\circ} - \varphi + \delta,$$

где δ – склонение Солнца, равное нулю во время равноденствий и $-23^{\circ}26'$ во время зимнего солнцестояния. Высоты в верхней кульминации получаются равными $77^{\circ}15'$ и $53^{\circ}51'$.

Нижняя кульминация происходит на севере в дни равноденствий и на юге в день зимнего солнцестояния. Высота Солнца в нижней кульминации в дни равноденствия составляет

$$h = -90^{\circ} + \varphi + \delta = -77^{\circ}15',$$

в день зимнего солнцестояния:

$$h = -90^{\circ} - \varphi - \delta = -79^{\circ}19'.$$

1.14 Значения первой и второй космической скорости на высоте h над поверхностью планеты выражаются формулами:

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}, \quad v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R+h}}.$$

Здесь M и R – масса и радиус планеты. Подставляя численные значения, получаем значения для Земли: 7.8 км/с и 11.0 км/с, для Марса – 3.4 км/с и 4.9 км/с, для Юпитера – 42.0 км/с и 59.5 км/с. Скорость 9.5 км/с для Земли попадает в интервал между первой и второй космической, и аппарат будет двигаться по эллипсу, точка запуска будет перигеем орбиты. Гравитация Марса не сможет удержать искусственное тело, и оно удалится по гиперболе. А вот мощное притяжение Юпитера приведет к падению тела вскоре после запуска.

1.15 Полная Луна располагается в 389 раз ближе к Земле, чем к Солнцу. Поэтому при наблюдении с Солнца Луна будет иметь звездную величину

$$m_2 = -12.7 + 5 \lg 389 = 0.25.$$

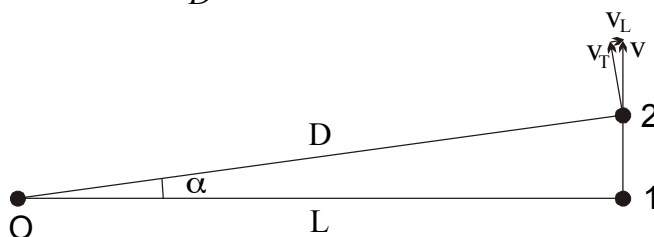
Видимый диск Земли будет больше лунного в 3.67^2 , то есть в 13.47 раз, а поверхностная яркость Земли превысит лунную в 5.6 раза (в соответствии с альбедо). В итоге, Земля будет ярче Луны в 75 раз, и ее звездная величина составит

$$m_1 = 0.25 - 2.5 \lg 75 = -4.4.$$

Угловое расстояние между Землей и Луной во время первой и третьей четверти на Земле будет достигать $9'$, и если бы мы могли проводить наблюдения с Солнца, то увидели бы красивую двойную планету. При этом диски Земли и Луны были бы неразличимы невооруженным глазом.

1.16 На рисунке цифрами 1 и 2 обозначены положения звезды 10000 лет назад и в настоящее время, наблюдатель находится в точке О. Из соотношения звездных величин получаем отношение расстояний до звезды в две эпохи:

$$\frac{L}{D} = 10^{-0.2 \cdot 0.1} = 0.955.$$



Отсюда угол α между направлениями на два положения звезды составляет 17.3° . Так как параллакс звезды 10000 лет назад составлял $0.15''$, расстояние L равно 6.7 пк, а расстояние D – 7.0 пк. За 10000 лет звезда прошла в пространстве 2.1 пк. Ее полная скорость составляет 43.3 а.е. в год или 205 км/с. Для получения лучевой скорости полная скорость умножается на $\sin \alpha$, получаем 60.6 км/с (знак «+», так как звезда удаляется), тангенциальная скорость составляет 196 км/с или 41.3 а.е. в год. При современном параллаксе $0.143''$ это соответствует собственному движению $5.9''$ в год.

II ТУР

8 класс и моложе

1.17. Разница в 5 звездных величин соответствует отношению яркостей, равному 100. Одна звезда первой величины светит как 100 звезд 6-й величины, то есть ярче 60 звезд 6-й величины.

1.18. Окружность земного экватора имеет длину примерно 40000 км. 60 дней равняются 1440 часам. Следовательно, средняя скорость путешественника составляла 27.8 км/ч.

1.19. В этом случае угловой диаметр Луны составил бы примерно $0.5'$, и ее диск не смогли бы различить невооруженным глазом даже зоркие люди.

1.20. Период обращения Юпитера вокруг Солнца составляет 11.86 лет, период обращения Сатурна – 29.5 лет. За 59 лет, прошедших с Первой олимпиады Юпитер сделал практически точно 5 оборотов, Сатурн – 2 оборота вокруг Солнца и оказались в том же положении на своих орбитах. Соответственно, во время Первой олимпиады эти две планеты располагались в тех же созвездиях.

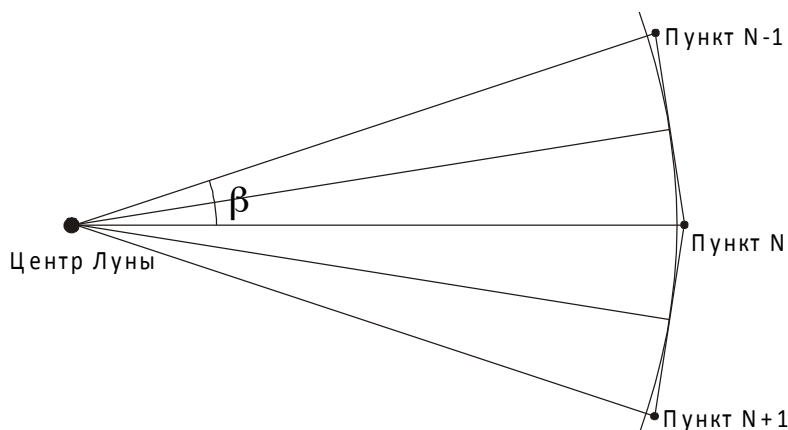
1.21. Синодический период астероида S составляет ровно 59 лет, при этом он внешний, радиус его орбиты больше 1 а.е. Такое может быть, только если астероид обращается вокруг Солнца в том же направлении, что и Земля, а период обращения T связан с периодом обращения Земли T_0 соотношением:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{S}.$$

Отсюда получаем, что период обращения астероида составляет 1.0172 года или 1 год и 6.3 дня.

9 класс

1.22. На рисунке показана предельная ситуация, при которой все пункты располагаются вдоль экватора Луны равномерно, и с одного пункта будут видны два соседних пункта прямо на лунном горизонте.



Угол β с вершиной в центре Луны между направлениями на два соседних пункта равен 6° , так как число пунктов равно 60 и они покрывают всю окружность экватора. Минимальная высота пунктов связи над поверхностью Луны составляет

$$h = \frac{R}{\cos(\beta/2)} - R = 2.4 \text{ км.}$$

Здесь R – радиус Луны (1738 км).

1.23. Пока путешественник совершал свою поездку, неподвижный наблюдатель отсчитал 60 солнечных суток. Звездных суток, которые на 3 минуты 56 секунд короче солнечных, прошло несколько больше – 60.164. Путешественник, двигаясь навстречу суточному движению Солнца и звезд, ускорял их видимое суточное вращение и, завершив целый оборот, увеличил число фиксируемых им звездных суток на 1, насчитав их всего 61.164 или примерно 61 суток и 4 часа. Продолжительность звездных суток, которую зафиксировал путешественник, составила $(60/61.164) = 0.981$ дня или 23 часа и 32.6 минут.

1.24. Длина малого круга небесной сферы, описываемого суточным движением звезды со склонением $+60^\circ$, вдвое короче большого круга небесной сферы – экватора. То есть, за 1 час эта звезда описывает дугу вдвое короче, чем звезда на небесном экваторе, то есть дугу длиной 7.5° . Поле зрения телескопа 1° такая звезда пересечет по диаметру за 8 минут, то есть за вдвое большее время, чем экваториальное светило. Включение часового механизма телескопа,двигающего телескоп вслед за звездой в $(61/60)$ раз быстрее, чем движется звезда, приведет к тому, что звезда в поле зрения пойдет в обратную сторону со скоростью, в 60 раз меньшей скорости своего суточного движения. На пересечение поля зрения телескопа по диаметру звезде потребуется 480 минут или 8 часов. Эту звезду можно будет наблюдать в телескоп без коррекции большую часть ночи. Увеличение телескопа на ответ не влияет.

1.25. Выражая радиус R и массу M шарового скопления в системных единицах, получим соответственно $1.8 \cdot 10^{18}$ м и $1.2 \cdot 10^{38}$ кг. Для объекта, находящегося на краю этого сферически-симметричного скопления, вторая космическая скорость составит

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 9.4 \cdot 10^4 \text{ м/с}$$

или 94 км/с. Звезда со скоростью 60 км/с не сможет покинуть шаровое скопление.

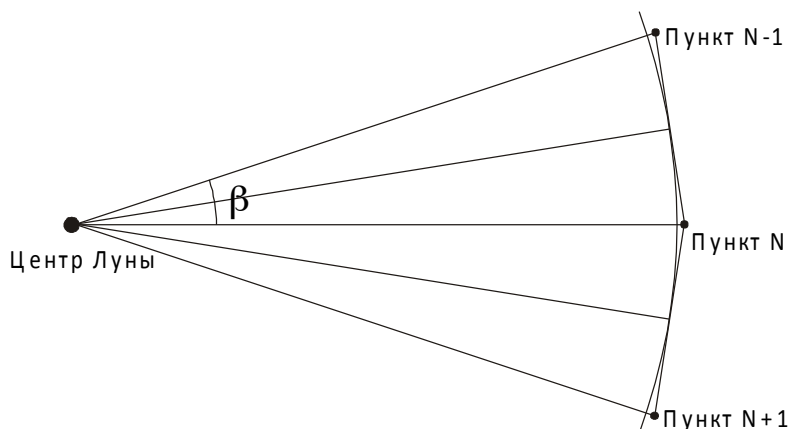
1.26. Синодический период астероида S составляет ровно 59 лет, при этом он внешний, радиус его орбиты больше 1 а.е. Такое может быть, только если астероид обращается вокруг Солнца в том же направлении, что и Земля, а период обращения T связан с периодом обращения Земли T_0 соотношением:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{S}.$$

Отсюда получаем, что период обращения астероида составляет 1.0172 года. По III закону Кеплера получаем, что радиус орбиты астероида равен 1.0115 а.е. В момент противостояния астероид находился в 0.0115 а.е. или в 1.7 млн км от Земли.

10 класс

1.27. На рисунке показана предельная ситуация, при которой все пункты располагаются вдоль экватора Луны равномерно, и с одного пункта будут видны два соседних пункта прямо на лунном горизонте.



Угол β с вершиной в центре Луны между направлениями на два соседних пункта равен 6° , так как число пунктов равно 60 и они покрывают всю окружность экватора. Минимальная высота пунктов связи над поверхностью Луны составляет

$$h = \frac{R}{\cos(\beta/2)} - R = 2.4 \text{ км.}$$

Здесь R – радиус Луны (1738 км).

1.28. Поверхностная яркость участка солнечной поверхности пропорциональна температуре в четвертой степени, и в пятне она будет составлять 0.935 от поверхностной яркости соседних областей Солнца. В то же время, это пятно будет занимать (1/3600) от всей угловой площади солнечного диска. В итоге, изменение звездной величины составит

$$\Delta m = -2.51g \frac{3599 + 0.935}{3600} = 0.00002.$$

1.29. Длина малого круга небесной сферы, описываемого суточным движением звезды со склонением $+60^\circ$, вдвое короче большого круга небесной сферы – экватора. То есть, за 1 час эта звезда описывает дугу вдвое короче, чем звезда на небесном экваторе, то есть дугу длиной 7.5° . Поле зрения телескопа 1° такая звезда пересечет по диаметру за 8 минут, то есть за вдвое большее

время, чем экваториальное светило. Включение часового механизма телескопа,двигающего телескоп вслед за звездой в (61/60) раз быстрее, чем движется звезда, приведет к тому, что звезда в поле зрения пойдет в обратную сторону со скоростью, в 60 раз меньшей скорости своего суточного движения. На пересечение поля зрения телескопа по диаметру звезде потребуется 480 минут или 8 часов. Эту звезду можно будет наблюдать в телескоп без коррекции большую часть ночи. Увеличение телескопа на ответ не влияет.

1.30. Выражая радиус R и массу M шарового скопления в системных единицах, получим соответственно $1.8 \cdot 10^{18}$ м и $1.2 \cdot 10^{38}$ кг. Для объекта, находящегося на краю этого сферически-симметричного скопления, вторая космическая скорость составит

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 9.4 \cdot 10^4 \text{ м/с}$$

или 94 км/с. Звезда со скоростью 60 км/с не сможет покинуть шаровое скопление.

1.31. Синодический период астероида S составляет ровно 59 лет, при этом он внешний, радиус его орбиты больше 1 а.е. Такое может быть, только если астероид обращается вокруг Солнца в том же направлении, что и Земля, а период обращения T связан с периодом обращения Земли T_0 соотношением:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{S}.$$

Отсюда получаем, что период обращения астероида составляет 1.0172 года. По III закону Кеплера получаем, что радиус орбиты астероида равен 1.0115 а.е. В момент противостояния астероид находился в 0.0115 а.е. или в 1.7 млн км от Земли. Это в 4.4 раза дальше Луны, при этом астероид светит на 20^m или в 10^8 раз слабее полной Луны. Астероид и Луна находятся примерно на одинаковом расстоянии от Солнца, альbedo их также одинаково. Следовательно, отношение их радиусов составляет

$$\frac{r}{R} = \left(\frac{4.4^2}{10^8} \right)^{1/2} = 4.4 \cdot 10^{-4}.$$

Радиус астероида получается равным примерно 750 метрам.

11 класс

1.32. Лучевая скорость галактики в 60 раз меньше скорости света и составляет 5000 км/с. Приняв постоянную Хаббла равной 65 км/с*Мпк, получаем расстояние до галактики: 77 Мпк. Галактика наблюдается «с ребра», и ее радиус виден на Земле под углом $1'$ или $2.9 \cdot 10^{-4}$ радиан, значит, пространственный радиус галактики R составляет около 22 кпк или $7 \cdot 10^{20}$ м.

Для оценки мы можем считать, что галактика влияет на свои внешние области так, как будто вся ее масса сосредоточена в центре, а орбиты звезд во внешней части круговые. Орбитальная скорость этих звезд равна 60 км/с, и масса галактики будет равна

$$M = \frac{v^2 R}{G} = 4 \cdot 10^{40} \text{ кг}$$

или $2 \cdot 10^{10}$ масс Солнца.

1.33. Поверхностная яркость участка солнечной поверхности пропорциональна температуре в четвертой степени, и в пятне она будет составлять 0.935 от поверхностной яркости соседних областей Солнца. В то же время, это пятно будет занимать (1/3600) от всей угловой площади солнечного диска. В итоге, изменение звездной величины составит

$$\Delta m = -2.51g \frac{3599 + 0.935}{3600} = 0.00002.$$

1.34 Длина малого круга небесной сферы, описываемого суточным движением звезды со склонением $+60^\circ$, вдвое короче большого круга небесной сферы – экватора. То есть, за 1 час эта звезда описывает дугу вдвое короче, чем звезда на небесном экваторе, то есть дугу длиной 7.5° . Поле зрения телескопа 1° такая звезда пересечет по диаметру за 8 минут, то есть за вдвое большее время, чем экваториальное светило. Включение часового механизма телескопа,двигающего телескоп вслед за звездой в (61/60) раз быстрее, чем движется звезда, приведет к тому, что звезда в поле зрения пойдет в обратную сторону со скоростью, в 60 раз меньшей скорости своего суточного движения. На пересечение поля зрения телескопа по диаметру звезде потребуется 480 минут или 8 часов. Эту звезду можно будет наблюдать в телескоп без коррекции большую часть ночи. Увеличение телескопа на ответ не влияет.

1.35. Световому сигналу потребовалось 59 лет, чтобы достичь далекой звезды и вернуться обратно (будем считать, что «братья по разуму» ответили мгновенно). Следовательно, расстояние до звезды составляет 29.5 световых лет или 9 парсек. Звезда солнечного типа на таком расстоянии имеет блеск 4.5^m и видна невооруженным глазом, а в 10 раз более слабый спутник выглядит как звезда 7^m , для его наблюдений достаточен небольшой бинокль. Однако нам необходимо также выяснить, в какой телескоп удастся увидеть две звезды по отдельности. Масса главной звезды близка к массе Солнца, звезда-спутник, судя по всему, примерно вдвое уступает по этому показателю. Система обращается вокруг общего центра масс с периодом 60 лет, из обобщенного III закона Кеплера оцениваем расстояние между звездами: примерно 20 а.е. Максимальное Угловое расстояние между звездами при наблюдении из Солнечной системе составляет примерно $2''$, и для ее наблюдения нужен телескоп с диаметром объектива не менее 7 см.

1.36. Синодический период астероида S составляет ровно 59 лет, при этом он внешний, радиус его орбиты больше 1 а.е. Такое может быть, только если астероид обращается вокруг Солнца в том же направлении, что и Земля, а период обращения T связан с периодом обращения Земли T_0 соотношением:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{S}.$$

Отсюда получаем, что период обращения астероида составляет 1.0172 года. По III закону Кеплера получаем, что радиус орбиты астероида равен 1.0115 а.е. В момент противостояния астероид находился в 0.0115 а.е. или в 1.7 млн км от Земли. Это в 4.4 раза дальше Луны, при этом астероид светит на 20^m или в 10^8 раз слабее полной Луны. Астероид и Луна находятся примерно на одинаковом расстоянии от Солнца, альbedo их также одинаково. Следовательно, отношение их радиусов составляет

$$\frac{r}{R} = \left(\frac{4.4^2}{10^8} \right)^{1/2} = 4.4 \cdot 10^{-4}.$$

Радиус астероида получается равным примерно 750 метрам.

Круговая орбитальная скорость астероида составляет 0.9943 от орбитальной скорости Земли, его скорость относительно Земли $v - 0.0057$ от орбитальной скорости Земли или всего 170 м/с, однако

взаимодействием астероида с Землей мы пренебрегаем. Угловая скорость астероида на расстоянии 1.7 млн км составит 10^{-7} рад/с или 0.5 градуса в день. Пренебрегая параллактическим смещением спутника, получаем, что рассеянное звездное скопление Ясли астероид будет пересекать в течение 3 дней и 4 часов.