

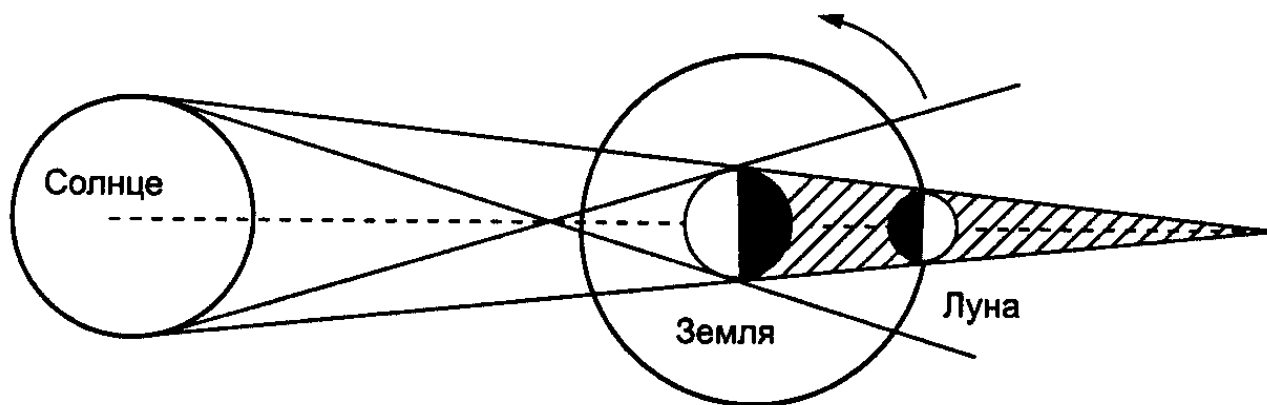
Часть 5. 64 Московская Астрономическая Олимпиада (2010 год)

Отборочный этап

5-9 классы

5.1. Какие из перечисленных астрономических явлений – равноденствия, солнцестояния, полнолуния, затмения Солнца, затмения Луны, противостояния планет, максимумы метеорных потоков, появление ярких комет, максимумы блеска переменных звёзд, вспышки сверхновых - происходят каждый год точно приблизительно в одни и те же даты (с точностью до 1-2 дней)?

5.2. В учебнике астрономии белорусских авторов А.П. Клищенко и В.И. Шупляка помещена такая схема лунного затмения. Что в этой схеме неправильно?



5.3. Вчера наблюдалось покрытие Луной звёздного скопления Плеяды. Может ли завтра произойти солнечное затмение? Лунное затмение?

5.4. Вот строки из стихотворения классического китайского поэта Ду Фу "Речная луна" (перевод Э.В.Балашова):

В хрустальной росе
даже тени и те скруглены,
В Серебряной Речке
на дне половинка луны.
Кто весть принесёт,
письменами вышив парчу?
Нахмуривши брови,
гашу, наконец-то, свечу...

Нетрудно догадаться, что Серебряной Рекой китайцы называют Млечный Путь. В каком месяце года сделано это наблюдение?

10 - 11 класс

5.6. В 2010 году противостояние Сатурна произойдёт 22 марта.
В каком месте Земли Сатурн можно увидеть в зените в этом году?
Какова будет высота Сатурна над горизонтом в местную полночь 22 марта при наблюдении из Москвы (широта $55^{\circ}45'$)?

5.7. В XX веке произошло 14 прохождений Меркурия по диску Солнца:

14 ноября 1907 года	7 ноября 1914 года	8 мая 1924 года	10 ноября 1927 года
11 мая 1937 года	11 ноября 1940 года	14 ноября 1953 года	6 мая 1957 года
7 ноября 1960 года	9 мая 1970 года	10 ноября 1973 года	13 ноября 1986 года
6 ноября 1993 года	15 ноября 1999 года		

Почему прохождения наблюдаются только в мае и ноябре? Почему ноябрьские прохождения наблюдаются значительно чаще майских?

5.8 На сколько процентов отличается количество солнечного света, падающего на Луну в фазе первой четверти и в фазе полнолуния?

5.9 Во время великого (перигелийного) противостояния видимый угловой диаметр Марса достигает 25", во время афелийного он составляет всего 13". Определите по этим данным эксцентриситет орбиты Марса. Большая полуось орбиты Марса – 1, 5 а.е., орбиту Земли считать окружностью.

Заключительный этап

5-9 классы

5.10 Венера может наблюдаться в зодиакальном созвездии Близнецов. Также она может наблюдаться в северной части созвездия Ориона, так как это всего на несколько градусов южнее эклиптики, а отклонение Венеры от эклиптики может достигать 8°. Венера была видна в созвездии Ориона в августе 1996 года. В созвездии Большого Пса, далеко от эклиптики, Венера находится не может?

5.11. Звездные сутки, равные периоду вращения Земли относительно неподвижных звезд, чуть короче солнечных и равны примерно 23 часа 56 минут. Поэтому данная звезда за эти сутки успеет зайти за горизонт и вновь взойти в 23 часа 57 минут по местному времени, то есть пересечет горизонт еще дважды (если, конечно, за оставшиеся три минуты звезда не зайдет обратно за горизонт).

5.12. Объясните, почему каким бы ни было увеличение телескопа, мы не можем увидеть в его окуляр диски далеких звезд.

5.13. Опишите вид звездного неба с одного из галилеевых спутников Юпитера. Удастся ли с него увидеть невооруженным глазом Землю и Луну отдельно?

5.14 (5-7 классы) Два марсохода, имеющие одинаковую среднюю скорость передвижения, одновременно стартовали от посадочной платформы в момент восхода Солнца. Первый марсоход двигался на запад, а второй – на восток. Какой из марсианских аппаратов первым встретит заход Солнца?

5.15 (8-9 классы) В пространстве Солнечной системы движется космический корабль в виде большой сферы, которая наполовину черная, наполовину белая. Какой из сторон в конце концов развернется к Солнцу этот космический корабль?

10 - 11 класс

5.16. Как будут идти маятниковые часы, доставленные с Земли на поверхность Марса?

5.17 Предположим, что сегодня Луна в фазе первой четверти покрывает звезду Альдебаран (α Тельца). Какой сейчас сезон года?

5.18 Блеск Венеры во время верхнего соединения равен -3.9^m , а во время наибольшей элонгации -4.4^m . Чему равен блеск Венеры в этих конфигурациях при наблюдении с Марса? Расстояние от Венеры до Солнца равно 0.723 а.е., а от Марса до Солнца 1.524 а.е.

5.19 Двойная система состоит из двух одинаковых звезд с массой 5 масс Солнца, обращающихся по круговым орбитам вокруг общего центра масс с периодом 316 лет. Удастся ли разрешить эту пару визуально в телескоп "ТАЛ-М" с диаметром объектива 8 см и увеличением окуляра 105^{\times} , если расстояние до нее равно 100 пк?

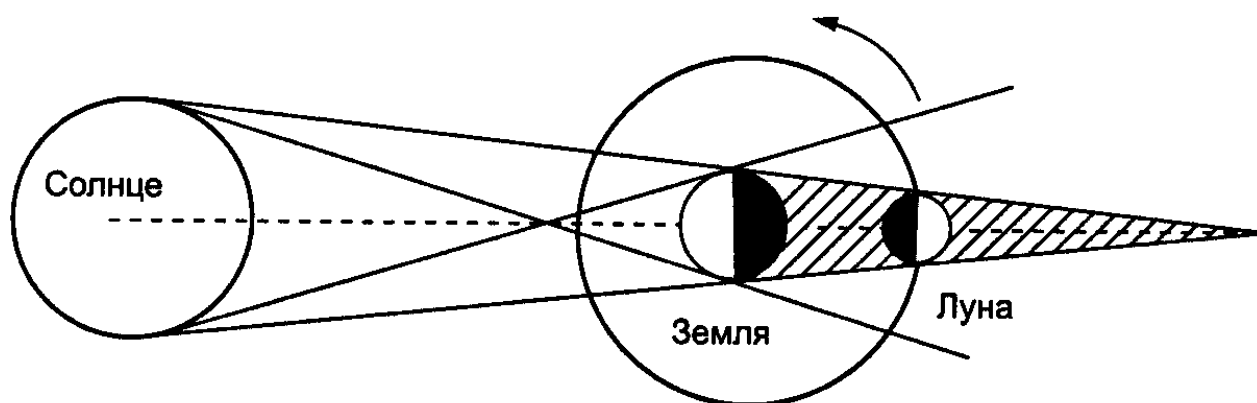
5.20 Парафиновая деталь в виде шара (без пустот внутри) плотностью 650 кг/м^3 плавает в воде на лунной космической базе. Как изменится архимедова сила, действующая на шар, если он будет плавать в масле? (Плотность воды 1000 кг/м^3 , масла 900 кг/м^3 , ускорение свободного падения на Луне $1,6 \text{ м/с}^2$).

Часть 5. 64 Московская Астрономическая Олимпиада (2010 год)

Отборочный этап

5-9 классы

5.1. Ежегодно повторяются те астрономические явления, которые связаны только с движением Земли по орбите вокруг Солнца, то есть равноденствия, солнцестояния и максимумы метеорных потоков. Эти явления повторяются приблизительно в одни и те же даты, например, весеннее равноденствие приходится на 20 или 21 марта, поскольку в нашем календаре есть високосные годы. У метеорных потоков неточное повторение дат максимумов связано также и с дрейфом их радиантов. Остальные упомянутые явления либо имеют периодичность, отличную от земного года (полнолуния, затмения Солнца, затмения Луны, противостояния планет, максимумы блеска переменных звёзд), либо вообще неперiodичны (появление ярких комет, вспышки сверхновых).



5.2. Луна должна быть почти втрое меньше диаметра земной тени на расстоянии лунной орбиты. Ночная сторона нашего спутника, разумеется, должна быть тёмной.

5.3. Затмения происходят тогда, когда Луна в полнолуние или новолуние оказывается вблизи эклиптики. Плеяды расположены примерно на 5 градусов севернее эклиптики, и покрывать их Луна может только находясь на наибольшем удалении от узлов своей орбиты. Вблизи эклиптики она окажется только через неделю. Поэтому завтра ни солнечное, ни лунное затмение произойти не может.

5.4. Итак, "половинка Луны" видна на фоне Млечного Пути. Перемещаясь вблизи эклиптики, Луна пересекает Млечный Путь дважды в месяц: на границе Тельца и Близнецов и на границе Скорпиона и Стрельца, то есть вблизи точек солнцестояний. "Половинка Луны" может быть как растущей, так и стареющей и располагаться как на 90° западнее Солнца, так и на 90° восточнее. В обоих случаях получается, что Солнце находится на эклиптике вблизи точек равноденствий. Итак, наблюдение сделано в марте или в сентябре.

10 - 11 класс

5.6. Поскольку противостояние Сатурна почти совпадает по времени с весенним равноденствием, сама планета находится в 2010 году вблизи точки осеннего равноденствия, то есть на небесном экваторе ($\delta=0^\circ$).

Поэтому через зенит она проходит для наблюдателя, находящегося на экваторе Земли. 22 марта. Сатурн будет располагаться на небесной сфере напротив Солнца, поэтому в местную полночь он будет в верхней кульминации. Применим формулу для расчёта высоты светила в кульминации: $h = (90^\circ - \varphi) + \delta$, $h = 34^\circ 15'$.

5.7. Спроецироваться для земного наблюдателя на диск Солнца внутренняя планета может только тогда, когда в момент нижнего соединения она находится вблизи плоскости эклиптики, то есть вблизи узлов своей орбиты. Узлы орбиты Меркурия ориентированы в пространстве так, что на одной линии с ними Земля оказывается в мае и ноябре.

Орбита Меркурия существенно эллиптическая. В ноябре, вблизи перигелия своей орбиты, планета находится ближе к Солнцу (и дальше от Земли), и потому проецируется на диск Солнца чаще, чем в мае, вблизи афелия.

5.8 Освещённость лунной поверхности обратно пропорциональна квадрату расстояния от Солнца до Луны. В фазе первой четверти Луна находится на расстоянии примерно 1 а.е. от Солнца, в фазе полнолуния – в среднем на 384400 км дальше. Значит освещённость изменится в $\frac{(a+R)^2}{a^2} = (1 + 384400/1,5 \cdot 10^8)^2 \approx 1,003$, т.е. около 3%.

5.9 Видимый угловой диаметр Марса обратно пропорционален расстоянию между Землёй и планетой. В афелии Марс расположен на расстоянии $a_M(1+e)$ от Солнца, в перигелии – на расстоянии $a_M(1-e)$. Расстояние между Землёй и Марсом в афелийном и перигелийном противостоянии относятся как

$$(a_M(1+e)-1)/(a_M(1-e)-1).$$

С другой стороны, это отношение равно 25/13. Запишем уравнение и решим его относительно e :

$$(a_M(1+e)-1)/(a_M(1-e)-1)=25/13, e=0,1.$$

Заключительный этап

5-9 классы

5.10 Венера может наблюдаться в зодиакальном созвездии Близнецов. Также она может наблюдаться в северной части созвездия Ориона, так как это всего на несколько градусов южнее эклиптики, а отклонение Венеры от эклиптики может достигать 8° . Венера была видна в созвездии Ориона в августе 1996 года. В созвездии Большого Пса, далеко от эклиптики, Венера находится не может?

5.11. Звездные сутки, равные периоду вращения Земли относительно неподвижных звезд, чуть короче солнечных и равны примерно 23 часа 56 минут. Поэтому данная звезда за эти сутки успеет зайти за горизонт и вновь взойти в 23 часа 57 минут по местному времени, то есть пересечет горизонт еще дважды (если, конечно, за оставшиеся три минуты звезда не зайдет обратно за горизонт).

5.12. Минимальный угловой размер объекта, заметного в телескоп, (его “разрешающая сила”) определяется размером объектива и свойствами земной атмосферы, через которую проходит свет звезды. Волновая природа света приводит к тому, что даже совершенно точечный источник будет виден в телескоп как диск, окруженный системой колец. Размер этого диска тем меньше, чем больше диаметр объектива телескопа, но даже для крупных телескопов он составляет порядка 0.1 угловой секунды. Кроме этого, изображение размывается земной атмосферой, и размеры “дисков дрожания” звезд редко бывают меньше одной угловой секунды. Истинные угловые диаметры далеких звезд значительно меньше, и мы не можем увидеть их в телескоп, какое увеличение мы бы ни использовали.

5.13. Главными светилами на небе галилеевых спутников Юпитера будут Солнце и сам Юпитер. Солнце будет ярчайшим светилом неба, хотя оно будет значительно слабее и меньше, чем на Земле, поскольку Юпитер и его спутники находятся в 5 раз дальше от Солнца, чем наша планета. Юпитер, напротив, будет иметь огромные угловые размеры, но светить он будет все же слабее

Солнца. При этом Юпитер будет виден только с половины поверхности спутника, оставаясь неподвижным на небе, так как все галилеевы спутники, как Луна к Земле, повернуты к Юпитеру одной стороной. В своем движении по небу Солнце на каждом обороте будет заходить за Юпитер, и будут происходить солнечные затмения, и лишь при наблюдении с самого удаленного спутника, Каллисто, затмения может не наступить.

Кроме Солнца и Юпитера, на небе будут хорошо видны остальные спутники этой планеты, во время противостояний с Солнцем очень ярким (до -2^m) будет Сатурн, немного ярче станут и другие, более удаленные планеты Солнечной системы: Уран, Нептун и Плутон. А вот планеты земной группы будут видны хуже, и дело не столько в их блеске, сколько в малом угловом расстоянии от Солнца. Так, наша Земля будет внутренней планетой, которая даже во время наибольшей элонгации будет отходить от Солнца всего на 11° . Однако этого углового расстояния может быть достаточно для наблюдений с поверхности спутника Юпитера, лишённого плотной атмосферы, рассеивающей свет Солнца. Во время наибольшей элонгации расстояние от системы Юпитера до Земли составит

$$d = \sqrt{a^2 - a_0^2} = 5.106 \text{ а.е.}$$

Здесь a и a_0 — радиусы орбит Юпитера и Земли. Зная расстояние от Земли до Луны (384400 км), мы получаем максимальное угловое расстояние между Землей и Луной, равное $1'43.8''$, что в принципе достаточно для их разрешения невооруженным глазом. Однако блеск Луны в этот момент будет составлять $+7.5^m$, и она не будет видна невооруженным глазом (блеск Земли будет около $+3.0^m$). Земля и Луна будут намного ярче вблизи верхнего соединения с Солнцем (-0.5^m и $+4.0^m$ соответственно), но в это время их будет трудно увидеть в лучах дневного светила.

5.14 (5-7 классы) Суточное движение поверхности Марса происходит за счет осевого вращения направленного с запада на восток. Поэтому скорость марсохода, отправляющегося на восток, сложится со скоростью суточного вращения, что уменьшит для этого аппарата продолжительность солнечных суток.

5.15 (8-9 классы) На оба полушария корабля будут действовать давление поглощаемого ими солнечного света. Но у белой полусферы эта сила будет больше, так как это полушарие будет еще и рассеивать фотоны в обратном направлении. В результате белое полушарие в конце концов повернется от Солнца, а черное полушарие — к Солнцу.

10 - 11 класс

5.16. Ускорение свободного падения на поверхности планеты g равно

$$g = \frac{GM}{R^2},$$

где M и R — масса и радиус планеты. Масса Марса составляет 0.107 от массы Земли, а его радиус — 0.533 радиуса Земли. В итоге, ускорение свободного падения g на Марсе равно 0.377 от этой же величины на Земле. Период колебаний часов T с маятником длины l равен

$$T = 2\pi\sqrt{l/g},$$

и маятниковые часы на Марсе будут идти в 1.629 раз медленнее, чем на нашей планете.

5.17 Звезда Альдебаран находится неподалеку от эклиптики в созвездии Тельца. Солнце проходит эту область неба в конце мая — начале июня. Луна в фазе первой четверти отстоит от Солнца на 90° к востоку и находится в том месте неба, куда Солнце придет через три месяца. Следовательно, сейчас конец февраля — начало марта.

5.18 . Фаза Венеры равна 1.0 в верхнем соединении и 0.5 в наибольшей элонгации вне зависимости от того, проводим ли мы наблюдения с Земли или с Марса. Таким образом, нам нужно всего лишь рассчитать, на сколько изменится расстояние до Венеры в той или иной конфигурации, если пункт наблюдения переместится с Земли на Марс. Обозначим через a_0 радиус орбиты Венеры, а через a — радиус орбиты планеты, с которой ведутся наблюдения. Тогда расстояние до Венеры в момент ее верхнего соединения будет равно $a+a_0$, что составляет 1.723 а.е. для Земли и 2.247 а.е. для Марса. Тогда звездная величина Венеры во время верхнего соединения на Марсе будет равна

$$m_1 = -3.9 + 5 \lg (2.247/1.723) = -3.3.$$

Расстояние до Венеры в момент наибольшей элонгации равно

$$d = \sqrt{a^2 - a_0^2}$$

и составляет 0.691 а.е. для Земли и 1.342 а.е. для Марса. Звездная величина Венеры в момент наибольшей элонгации равна

$$m_2 = -4.4 + 5 \lg (1.342/0.691) = -3.0.$$

Интересно, что Венера светит на Марсе (как и Меркурий на Земле) в наибольшей элонгации слабее, чем в верхнем соединении.

5.19 Определим расстояние между звездами по III обобщенному закону Кеплера:

$$\frac{a^3}{T^2 M} = \frac{G}{4\pi^2} = const.$$

Здесь a — большая полуось орбиты (равная расстоянию между звездами в случае круговой орбиты), T — период обращения, а M — суммарная масса двух тел. Сравним данную систему с системой Солнце-Земля. Суммарная масса двух звезд в 10 раз превышает массу Солнца (масса Земли вносит ничтожно малый вклад), а период превышает период обращения Земли в 316 раз. В итоге, расстояние между звездами составляет 100 а.е. С расстояния в 100 пк эти две звезды будут видны не более чем в $1''$ друг от друга. Разрешить такую тесную пару в телескоп “ТАЛ-М” не удастся, какое увеличение мы бы ни использовали. В этом нетрудно убедиться, рассчитав размер дифракционных дисков данных звезд по известной формуле для зелено-желтых лучей:

$$\delta = \frac{14''}{D},$$

где D — диаметр объектива в сантиметрах. Здесь мы не учли влияние земной атмосферы, которое еще больше усугубит картину. Итак, данная пара будет видна в телескоп “ТАЛ-М” только как одиночная звезда.

5.20 Так как плотность парафиновой детали меньше плотности воды, и плотности масла, он будет плавать и в воде, и в масле, и в обоих случаях архимедова сила будет равна ее собственному весу

и не изменится, когда мы переложим деталь из воды в масло. Другое дело, что вес детали будет в 6 раз меньше, чем на Земле.