

---

## Инструкция для Вас

- (1) Общее время тура - 4 часа.
- (2) Тур состоит из 3 заданий, 50 баллов за каждое, всего 150 баллов.
- (3) В конверте Вы найдёте
  - a. Условия на английском
  - b. Условия на русском
  - c. Таблицу констант на английском
  - d. Таблицу констант на русском
  - e. Бланки ответов (Summary Answersheets)
  - f. Титульный лист (Cover Sheet)
- (4) Используйте чёрную или синюю ручку для письма. Графики должны быть построены карандашом.
- (5) Отрицательных баллов нет.
- (6) За ответ без детального решения оценка снижается.
- (7) Ответ с неправильным числом значащих чисел, неправильной или отсутствующей размерностью, также получит меньше баллов.
- (8) Необходимые данные и константы нужно брать в таблице констант.
- (9) Инструкция по использованию листов ответов.
  - a. Для каждого задания предоставлен отдельный лист ответов. Окончательный ответ на каждое задание / каждую часть задания должны быть написаны в соответствующем месте на листе ответов. На каждом листе ответов напишите Ваш код участника и номер страницы.
  - b. Вы должны предоставить подробное решение в пустой области соответствующего листа ответов. Если необходимо, Вы можете попросить дополнительные чистые листы у наблюдателей.
  - c. Каждое задание выполняйте на отдельном листе.
  - d. На лицевой стороне каждого листа ответов напишите Ваш код участника, номер задания и номер листа. На обратной стороне каждого листа ответов напишите Ваш код участника и номер листа.
  - e. Номера листов должны быть непрерывными; например, если Вы используете 20 листов, листы должны быть пронумерованы от 1 до 20.
  - f. Пишите только в выделенной области.
  - g. Чтобы выделить часть работы, которая является черновиком и не будет оцениваться, напишите "ROUGH" над этой частью и перечеркните эту часть.
- (10) В конце тура
  - a. На титульном листе напишите номера листов для каждого выполненного задания.
  - b. Проверьте наличие кода участника на каждом листе.
  - c. Вложите титульный лист, все листы ответов, пустые и черновые листы в конверт. Вы можете забрать с собой листы заданий и таблицу констант.

**(D1) Двойной пульсар**

В результате систематических поисков в течение последних десятилетий астрономы обнаружили большое количество миллисекундных пульсаров (с периодом вращения вокруг своей оси  $< 10$  миллисекунд). Большинство этих пульсаров обнаружены в двойных системах с круговыми орбитами.

Измерения периода вращения пульсара вокруг своей оси  $P$  и проекции ускорения на луч зрения  $a$  показали, что обе величины систематически изменяются из-за орбитального движения. Для круговых орбит изменения этих величин могут быть выражены через орбитальную фазу  $\phi$  ( $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ):

$$P(\phi) = P_0 + P_t \cos\phi, \text{ где } P_t = \frac{2\pi P_0 r}{c P_B}$$

$$a(\phi) = -a_t \sin\phi, \text{ где } a_t = \frac{4\pi^2 r}{P_B^2}$$

где  $P_B$  – орбитальный период двойной,  $P_0$  – собственный период вращения пульсара и  $r$  – радиус орбиты.

В таблице ниже приведены значения  $P$  и  $a$  в различные гелиоцентрические моменты времени  $T$ , выраженные в «урезанных» модифицированных юлианских днях (tMJD), т. е. в количестве дней, прошедших с MJD=2 440 000.

No.	T (tMJD)	P (микросек.)	a (м/с <sup>2</sup> )
1	5740.654	7587.8889	- 0.92 ± 0.08
2	5740.703	7587.8334	- 0.24 ± 0.08
3	5746.100	7588.4100	- 1.68 ± 0.04
4	5746.675	7588.5810	+ 1.67 ± 0.06
5	5981.811	7587.8836	+ 0.72 ± 0.06
6	5983.932	7587.8552	- 0.44 ± 0.08
7	6005.893	7589.1029	+ 0.52 ± 0.08
8	6040.857	7589.1350	+ 0.00 ± 0.04
9	6335.904	7589.1358	+ 0.00 ± 0.02

Построив зависимость  $a(\phi)$  от  $P(\phi)$ , получим параметрическую кривую. Как следует из соотношений выше, кривая зависимости «период-ускорение по лучу зрения» представляет собой эллипс.

В данной задаче нужно оценить собственный период вращения  $P_0$ , орбитальный период системы  $P_B$  и радиус орбиты  $r$  с помощью анализа представленных данных в предположении круговых орбит.

- (D1.1)** Постройте данные (с указанием диапазона ошибок) в координатах «период-ускорение по лучу зрения». (Подпишите график как “D1.1”) 7
- (D1.2)** Аккуратно нарисуйте эллипс, наиболее точно аппроксимирующий данные. (На том же графике “D1.1”) 2
- (D1.3)** По графику оцените  $P_0$ ,  $P_t$  и  $a_t$  и их погрешности. 7
- (D1.4)** Выразите  $P_B$  и  $r$  через  $P_0$ ,  $P_t$  и  $a_t$ . 4

- (D1.5) Вычислите приближенные значения  $P_B$ ,  $r$  и их погрешности, используя оценки, полученные в (D1.3). 6
- (D1.6) Вычислите орбитальные фазы  $\phi$ , соответствующие 5 моментам наблюдений, указанным в строках 1, 4, 6, 8, 9 в таблице выше. 4
- (D1.7) Уточните оценку орбитального периода  $P_B$ , используя результаты из (D1.6), следующим образом:

(D1.7.a) Определите начальный момент времени  $T_0$ , соответствующий ближайшему моменту с нулевой фазой перед первым наблюдением. 2

(D1.7.b) Ожидаемое время  $T_{calc}$ , соответствующее некоторой фазе  $\phi$ , выражается формулой: 7

$$T_{calc} = T_0 + \left( n + \frac{\phi}{360^\circ} \right) P_B,$$

где  $n$  – количество полных оборотов между  $T_0$  и  $T$  (или  $T_{calc}$ ).

Найдите  $n$  и  $T_{calc}$  для каждого из пяти наблюдений, указанных в (D1.6). Вычислите разность  $T_{O-C}$  между наблюдаемым  $T$  и вычисленным  $T_{calc}$ . Запишите все результаты в таблицу на бланке ответов (Summary Answersheet).

- (D1.7.c) Постройте график зависимости  $T_{calc}$  от  $n$  (подпишите график как “D1.7”). 4
- (D1.7.d) Определите уточнённые значения начального момента времени  $T_{0,r}$  и орбитального периода  $P_{B,r}$ . 7

### (D2) Расстояние до Луны

В таблице ниже Вам даны геоцентрические эфемериды Луны на сентябрь 2015 года. Положения Луны в каждую дату указаны на 00:00 UT.

Дата	$\alpha$			$\delta$			Угловой диаметр ( $\theta$ ) "	Фаза ( $\phi$ )	Элонгация Луны
	h	m	s	°	'	"			
Сен 01	0	36	46.02	3	6	16.8	1991.2	0.927	148.6° З
Сен 02	1	33	51.34	7	32	26.1	1974.0	0.852	134.7° З
Сен 03	2	30	45.03	11	25	31.1	1950.7	0.759	121.1° З
Сен 04	3	27	28.48	14	32	4.3	1923.9	0.655	107.9° З
Сен 05	4	23	52.28	16	43	18.2	1896.3	0.546	95.2° З
Сен 06	5	19	37.25	17	55	4.4	1869.8	0.438	82.8° З
Сен 07	6	14	19.23	18	7	26.6	1845.5	0.336	70.7° З
Сен 08	7	7	35.58	17	23	55.6	1824.3	0.243	59.0° З
Сен 09	7	59	11.04	15	50	33.0	1806.5	0.163	47.5° З
Сен 10	8	49	0.93	13	34	55.6	1792.0	0.097	36.2° З
Сен 11	9	37	11.42	10	45	27.7	1780.6	0.047	25.1° З
Сен 12	10	23	57.77	7	30	47.7	1772.2	0.015	14.1° З
Сен 13	11	9	41.86	3	59	28.8	1766.5	0.001	3.3° З
Сен 14	11	54	49.80	0	19	50.2	1763.7	0.005	7.8° В
Сен 15	12	39	50.01	-3	20	3.7	1763.8	0.026	18.6° В
Сен 16	13	25	11.64	-6	52	18.8	1767.0	0.065	29.5° В
Сен 17	14	11	23.13	-10	9	4.4	1773.8	0.120	40.4° В
Сен 18	14	58	50.47	-13	2	24.7	1784.6	0.189	51.4° В
Сен 19	15	47	54.94	-15	24	14.6	1799.6	0.270	62.5° В
Сен 20	16	38	50.31	-17	6	22.8	1819.1	0.363	73.9° В
Сен 21	17	31	40.04	-18	0	52.3	1843.0	0.463	85.6° В
Сен 22	18	26	15.63	-18	0	41.7	1870.6	0.567	97.6° В
Сен 23	19	22	17.51	-17	0	50.6	1900.9	0.672	110.0° В
Сен 24	20	19	19.45	-14	59	38.0	1931.9	0.772	122.8° В
Сен 25	21	16	55.43	-11	59	59.6	1961.1	0.861	136.2° В
Сен 26	22	14	46.33	-8	10	18.3	1985.5	0.933	150.0° В
Сен 27	23	12	43.63	-3	44	28.7	2002.0	0.981	164.0° В
Сен 28	0	10	48.32	0	58	58.2	2008.3	1.000	178.3° В
Сен 29	1	9	5.89	5	38	54.3	2003.6	0.988	167.4° З
Сен 30	2	7	39.02	9	54	16.1	1988.4	0.947	153.2° З

На коллаже<sup>1</sup> внизу сложены отдельные фотографии Луны, полученные в разное время в течение полного лунного затмения, которое произошло также в сентябре 2015 г. На каждом изображении прямая линия, соединяющая северный и южный край тени, проходит через центр кадра.

Считайте, что наблюдатель находится в центре Земли.



- (D2.1)** В сентябре 2015 апогей лунной орбиты был ближе всего к положению Луны в фазе 3
- New Moon (новолуния)
  - First Quarter (первой четверти)
  - Full Moon (полнолуния)
  - Third Quarter (последней четверти).

Отметьте галочкой верный ответ в бланке ответов (Summary Answersheet). Объяснений не требуется.

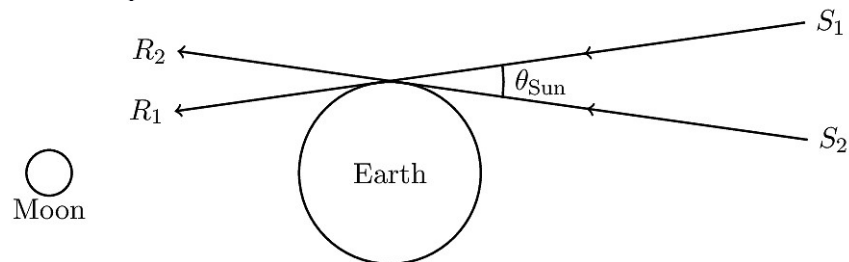
- (D2.2)** В сентябре 2015 восходящий узел лунной орбиты по отношению к эклиптике был ближе всего к положению Луны в фазе 4
- New Moon (новолуния)
  - First Quarter (первой четверти)
  - Full Moon (полнолуния)
  - Third Quarter (последней четверти).

Отметьте галочкой верный ответ в бланке ответов (Summary Answersheet). Объяснений не требуется.

- (D2.3)** Исходя из приведённых данных, оцените эксцентриситет ( $e$ ) лунной орбиты. 4

- (D2.4)** Оцените угловой диаметр тени  $\theta_{umbra}$  в единицах углового диаметра Луны  $\theta_{Moon}$ . Выполните необходимые построения на обратной (BACK) стороне бланка ответов (Summary Answersheet). 8

- (D2.5)** Известно, что в день лунного затмения угловой диаметр Солнца был равен  $\theta_{Sun} = 1915.0''$ . На рисунке (не в масштабе) внизу  $S_1R_1$  и  $S_2R_2$  — лучи, идущие от противоположных краёв солнечного диска. 9



Вычислите угловой диаметр полутени  $\theta_{penumbra}$  в единицах углового диаметра Луны  $\theta_{Moon}$ . Считайте, что наблюдатель находится в центре Земли. 5

- (D2.6)** Пусть  $\theta_{Earth}$  — угловой диаметр Земли при наблюдении из центра Луны. Вычислите угловой диаметр Луны  $\theta_{Moon}$  в день затмения при наблюдении из центра Земли в единицах углового диаметра Земли  $\theta_{Earth}$ .

- (D2.7)** Оцените радиус Луны  $R_{Moon}$  в километрах, используя результаты, полученные ранее. 3

- (D2.8)** Оцените наименьшее  $r_{perigee}$  и наибольшее  $r_{apogee}$  расстояния до Луны. 4

- (D2.9)** Используя приведённые данные оцените расстояние  $d_{Sun}$  от Земли до Солнца 10 сентября. 10

### (D3) Сверхновая типа Ia

Кривые блеска всех сверхновых Ia при подходящем масштабировании могут быть подогнаны к единой модельной кривой блеска. Для того, чтобы добиться этого, мы должны сначала привести кривые блеска в систему отсчёта галактики, принимая во внимание космологическое растяжение всех наблюдаемых временных интервалов,  $\Delta t_{\text{obs}}$ , с коэффициентом  $(1 + z)$ . Интервал времени в системе отсчёта галактики обозначается  $\Delta t_{\text{gal}}$ .

В системе отсчёта галактики блеск сверхновой изменяется на две звездные величины по сравнению с максимумом за время  $\Delta t_0$  после него. Если далее промасштабировать интервалы времени с коэффициентом  $s$  (т.е.  $\Delta t_s = s\Delta t_{\text{gal}}$ ) таким образом, что новое значение  $\Delta t_0$  становится одинаковым для всех сверхновых, то кривые блеска будут иметь одинаковую форму. Кроме того, оказывается, что величина  $s$  линейно связана с абсолютной звездной величиной  $M_{\text{peak}}$  в максимуме яркости сверхновой. То есть, мы можем записать:

где  $a$  и  $b$  – некоторые константы. Зная коэффициент масштабирования, можно определить абсолютные звездные величины сверхновых на неизвестных расстояниях.

В таблице ниже приведены следующие данные для трех сверхновых: модуль расстояния  $\mu$  (для двух из них), скорость удаления  $cz$ , видимая звездная величина  $m_{\text{obs}}$ , для разных моментов времени. Время  $\Delta t_{\text{obs}} \equiv t - t_{\text{peak}}$  показывает количество дней от той даты, когда соответствующая сверхновая достигла максимума яркости. Наблюдаемые величины уже исправлены за межзвездное и атмосферное поглощения.

Название	SN2006TD	SN2006IS	SN2005LZ
$\mu$ (зв.вел.)	34.27	35.64	
$cz$ (км/с)	4515	9426	12060
$\Delta t_{\text{obs}}$ (сутки)	$m_{\text{obs}}$ (зв.вел.)	$m_{\text{obs}}$ (зв.вел.)	$m_{\text{obs}}$ (зв.вел.)
-15.00	19.41	18.35	20.18
-10.00	17.48	17.26	18.79
-5.00	16.12	16.42	17.85
0.00	15.74	16.17	17.58
5.00	16.06	16.41	17.72
10.00	16.72	16.82	18.24
15.00	17.53	17.37	18.98
20.00	18.08	17.91	19.62
25.00	18.43	18.39	20.16
30.00	18.64	18.73	20.48

- (D3.1) Вычислите значения  $\Delta t_{\text{gal}}$  для всех трех сверхновых и запишите их в соответствующих пустых полях в таблицах данных на обратной (BACK) стороне бланка ответов. На миллиметровой бумаге отметьте точки и нарисуйте кривые блеска, относящиеся к системе отсчёта галактики, на одном графике (подпишите график как "D3.1"). 15
- (D3.2) Пусть коэффициент масштабирования для сверхновой равен 00. Вычислите коэффициенты масштабирования, и  $z$ , для сверхновых и LZ, соответственно, посчитав для них  $0$ . 5
- (D3.3) Рассчитайте  $\Delta t_s$  для всех трех сверхновых. Запишите значения  $\Delta t_s$  в тех же таблицах данных в Бланке Ответов. На другой миллиметровой бумаге, отметьте точки и нарисуйте три кривые блеска, для того чтобы показать, что они теперь имеют одинаковый профиль (подпишите график, как "D3.3"). 14
- (D3.4) Рассчитайте абсолютные звездные величины в максимуме блеска для и  $M_{\text{peak},2}$  для IS. Используйте полученные значения для расчета коэффициентов  $a$  и  $b$ . 6

- (D3.5) Вычислите абсолютную звездную величину в максимуме блеска и модуль расстояния для SN2005LZ. 4
- (D3.6) Используя  $z$ , оцените значение постоянной Хаббла  $H_0$ . Далее оцените хаббловский возраст Вселенной  $t_H$ . 6