

ИНСТРУКЦИЯ

1. Этот тест длится 5 часов. Вам заплатят 1.5 рубля.
2. Итоговые результаты выполнения пунктов заносите на **важный лист**. Укажите на нём код участника.
3. **Для графиков используйте листы «График».** На каждом листе укажите:
 - код участника,
 - номер задачи,
 - номер графика и полное их количество.
4. Для записей решений используйте **листы ответов**. На каждом листе укажите:
 - код участника,
 - номер задачи,
 - номер листа и полное их количество.
5. Каждую задачу начинайте с нового листа. **Не пишите на оборотной стороне листа.** Зачёркнутое не проверяется.
6. Постарайтесь помочь членам жюри понять вас. Используйте язык математики и короткие фразы на рунглише.
7. Покидать рабочее место без разрешения нельзя. Сигнализируйте о проблемах поднятием руки.
8. Громкие звуковые сигналы прозвучат в начале и конце теста, а также за 15 минут до его окончания.
9. По окончании теста прекратите писать. Нужные бумаги положите в одну стопку, ненужные — в другую. С собой не уносите.
10. Ожидайте, пока у вас не отберут работу и не выгонят из аудитории. Можете выдохнуть.
11. Таблицу констант смотрите на странице 2.

The data analysis competition lasts for 5 hours and is worth a total of 150 points.

Dedicated IOAA **Summary Answer Sheets** are provided for writing your answers. Enter the final answers into the appropriate boxes in the corresponding Summary Answer Sheet. On each Answer Sheet, please fill in

- Student Code

Graph Paper is required for your solutions. On each Graph Paper sheet, please fill in

- Student Code
- Question No
- Graph no. and total number of graph paper sheets used.

There are **Answer Sheets** for carrying out detailed work/rough work. On each Answer Sheet, please fill in

- Student Code
- Question No
- Page no. and total number of pages.

Start each problem on a separate Answer Sheet.

Please write only on the printed side of the sheet. Do not use the reverse side. If you have written something on any sheet which you do not want to be marked, cross it out.

Use as many mathematical expressions as you think may help the graders to better understand your solutions. The graders may not understand your language. If it is necessary to explain something in words, please use short phrases (if possible in English).

You are not allowed to leave your working desk without permission. If you need any assistance (malfunctioning calculator, need to visit a restroom, need more Answer Sheets, Graph Paper etc.), please put up your hand to signal the invigilator.

The beginning and end of the competition will be indicated by a long sound signal. Additionally, there will be a short sound signal fifteen minutes before the end of the competition (before the final long sound signal).

At the end of the competition you must stop writing immediately. **Sort and put your Summary Answer Sheets, Graph Papers, and Answer Sheets in one stack.** Put all other papers in another stack. You are not allowed to take any sheet of paper out of the examination area.

Wait at your table until your envelope is collected. Once all envelopes are collected, your student guide will escort you out of the competition room.

A list of constants is given on the next page.

ТАБЛИЦА КОНСТАНТ

Масса	Mass	M_{\oplus}	5.98×10^{24} kg	Земля
Радиус	Radius	R_{\oplus}	6.38×10^6 m	
Ускорение свободного падения	Acceleration of gravity	g	9.81 m s^{-1}	
Наклонение эклиптики	Obliquity of Ecliptic		$23^{\circ} 27'$	
Тропический год	Length of Tropic Year		365.2422 mean solar days	
Сидерический год	Length of Sidereal Day		365.2564 mean solar days	
Альбедо	Albedo		0.39	
Масса	Mass	M_{ζ}	7.35×10^{22} kg	Луна
Радиус	Radius	R_{ζ}	1.74×10^6 m	
Среднее расстояние Земля – Луна	Mean Earth – Moon distance		3.84×10^8 m	
Наклонение орбиты к эклиптике	Orbital inclination with the Ecliptic		5.14°	
Альбедо	Albedo		0.14	
Видимая звёздная величина в среднее полнолуние	Apparent magnitude (mean full moon)		-12.74	
Масса	Mass	M_{\odot}	1.99×10^{30} kg	Солнце
Радиус	Radius	R_{\odot}	6.96×10^8 m	
Светимость	Luminosity	L_{\odot}	3.83×10^{26} W	
Абсолютная звёздная величина	Absolute Magnitude		4.80	
Температура поверхности	Surface Temperature		5772 K	
Видимый угловой диаметр на Земле	Angular diameter at Earth		$30'$	
Орбитальная скорость в Галактике	Orbital velocity in Galaxy		220 km s^{-1}	
Расстояние от центра Галактики	Distance from Galactic center		8.5 kpc	
Астрономическая единица		1 au	1.50×10^{11} m	
Парсек		1 pc	206265 au	
Гравитационная постоянная	Gravitational constant	G	$6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	
Постоянная Планка	Planck constant	h	6.62×10^{-34} J s	
Постоянная Больцмана	Boltzmann constant	k_B	$1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	
Постоянная Стефана – Больцмана	Stefan – Boltzmann constant	σ	$5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$	
Постоянная Хаббла	Hubble constant	H_0	$67.8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$	
Скорость света в вакууме	Speed of light in vacuum	c	$299792458 \text{ m s}^{-1}$	
Магнитная постоянная	Magnetic Permeability of free space	μ_0	$4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$	
Янский	Jansky	1 Jy	$10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$	

$$\Delta \log_{10} x = \frac{\Delta x}{x \ln 10}$$

(D1) Пыль и молодые звёзды

75 баллов

В областях звездообразования межзвёздная пыль поглощает ультрафиолет (UV) и оптическое излучение и переизлучает в далёком инфракрасном диапазоне (FIR), на длинах волн $10 \div 300 \mu\text{m}$.

As a by-product of the star-forming process in a galaxy, interstellar dust can significantly absorb stellar light in ultraviolet (UV) and optical bands, and then re-emit in far-infrared (FIR), which corresponds to a wavelength range of $10\text{--}300 \mu\text{m}$.

1.1. В UV-спектр галактики наибольший вклад вносит молодое звёздное население, поэтому UV-светимость является индикатором темпа звездообразования (SFR) в галактике. Поскольку наблюдаемая UV-светимость сильно ослаблена пылью, во внегалактической астрономии используется индекс — *наклон UV континуума* β :

1.1. In the UV spectrum of a galaxy, the major contribution is from the light of the young stellar population generated in recent star-formation processes, thus the UV luminosity can act as a reliable tracer of the star-formation rate (SFR) of a galaxy. Since the observed UV luminosity is strongly affected by dust attenuation, extragalactic astronomers define an index called the *UV continuum slope* (β) to quantify the shape of the UV continuum:

$$f_\lambda = Q \cdot \lambda^\beta,$$

где f_λ [$\text{W m}^{-2} \text{m}^{-1}$] — плотность монохроматического потока излучения галактики на длине волны λ ; коэффициент Q задаёт некоторую нормировку.

where f_λ is the monochromatic flux of the galaxy at a given wavelength λ (in the unit of W m^{-3}) and Q is a scaling constant.

D1.1.1. Блеск в фотометрической системе AB определяется как

(D1.1.1) (6 points) AB magnitude is a specific magnitude system. The AB magnitude is defined as:

$$m_{\text{AB}} = -2.5 \log \frac{f_\nu}{3631 \text{ Jy}}.$$

Для типичной галактики AB-блеск в UV примерно постоянный. Чему равен **наклон UV-континуума** такой галактики? Используйте соотношение (*6 копеек*)

The AB magnitude of a typical galaxy is roughly constant in the UV band. What is the **UV continuum slope** of this kind of galaxy? Hint:

$$f_\nu \Delta\nu = f_\lambda \Delta\lambda.$$

D1.1.2. В таблице 1 приведены результаты наблюдаемой FIR-фотометрии галактики *CR7* на $z = 6.60$. Под заголовком **Figure 1** **постройте график** зависимости AB-блеска галактики *CR7* m_{AB} от логарифма лабораторной длины волны. (*12 копеек*)

(D1.1.2) (12 points) Table 1 presents the observed IR photometry results for a $z = 6.60$ galaxy called *CR7*. **Plot** the AB magnitude of *CR7* **versus the logarithm of the rest-frame wavelength** on graph paper and labelled as **Figure 1**.

D1.1.3. Вычислите разумными способами наклон UV-континуума галактики *CR7*, **проведите прямую** на **Figure 1** и сравните с результатом части D1.1.1.

(D1.1.3) (5 points) Calculate *CR7*'s UV slope, **plot** the best-fit UV continuum on Figure 1 and make a comparison with the results you obtained in (D1.1.1). Is it dustier than the typical galaxy in (D1.1.1)?

Содержит ли *CR7* больше пыли, чем галактика из D1.1.1 — **ответьте YES или NO**.

Please answer with [YES] or [NO].

Указание: выразите m_{AB} через длину волны λ и m_{1600} , где m_{1600} — это AB-блеск на $\lambda_0 = 160 \text{ nm}$ (1600 \AA). (*5 копеек*)

Hint: Express m_{AB} as a function of λ and m_{1600} , where m_{1600} is the AB magnitude at $\lambda_0 = 160 \text{ nm}$ (1600 \AA).

Таблица 1. Наблюдаемая FIR-фотометрия галактики *CR7* ($z = 6.60$)

Полоса	<i>Y</i>	<i>J</i>	<i>H</i>	<i>K</i>
Центр (μm)	1.05	1.25	1.65	2.15
m_{AB}	24.71 ± 0.11	24.63 ± 0.13	25.08 ± 0.14	25.15 ± 0.15

1.2. В предположении, что пылинки поглощают энергию в UV и переизлучают её чернотельно, соотношение между наклоном UV-континуума β , потоком в UV на длине волны 1600 \AA и потоком в FIR выглядит так:

$$\text{IRX} \equiv \log \frac{F_{\text{FIR}}}{F_{1600}} = S(\beta),$$

где F_{FIR} — наблюдаемый поток в FIR, F_{1600} — на «лабораторных» 160 nm (1600 \AA). Здесь поток F_λ определяется как $F_\lambda = \lambda f_\lambda$. В таблице 2 представлены значения β , F_{FIR} и F_{1600} для 20 близких галактик.

1.2. Under the assumption that dust grains in the galaxy absorb the energy of UV photons and re-emit it by blackbody radiation, the relation between the UV continuum slope (β), UV brightness (at 1600 \AA) and FIR brightness could be established:

where F_{FIR} is the observed far-infrared flux and F_{1600} is the observed flux at rest-frame wavelength 160 nm (1600 \AA) (The “flux” F_λ is **defined** as $F_\lambda = \lambda \cdot f_\lambda$). Table 2 presents 20 measurements of β , F_{FIR} and F_{1600} in nearby galaxies (Meurer et al. 1999).

Таблица 2. Сведения о 20 близких галактиках

Галактика	Наклон UV-континуума β	$\log \frac{F_{1600}}{10^{-3} \text{ W m}^{-2}}$	$\log \frac{F_{\text{FIR}}}{10^{-3} \text{ W m}^{-2}}$
NGC4861	-2.46	-9.89	-9.97
Mrk 153	-2.41	-10.37	-10.92
Tol 1924-416	-2.12	-10.05	-10.17
UGC 9560	-2.02	-10.38	-10.41
NGC 3991	-1.91	-10.14	-9.80
Mrk 357	-1.80	-10.58	-10.37
Mrk 36	-1.72	-10.68	-10.94
NGC 4670	-1.65	-10.02	-9.85
NGC 3125	-1.49	-10.19	-9.64
UGC 3838	-1.41	-10.81	-10.55
NGC 7250	-1.33	-10.23	-9.77
NGC 7714	-1.23	-10.16	-9.32
NGC 3049	-1.14	-10.69	-9.84
NGC 3310	-1.05	-9.84	-8.83
NGC 2782	-0.90	-10.50	-9.33
NGC 1614	-0.76	-10.91	-8.84
NGC 6052	-0.72	-10.62	-9.48
NGC 3504	-0.56	-10.41	-8.96
NGC 4194	-0.26	-10.62	-8.99
NGC 3256	0.16	-10.32	-8.44

D1.2.1. Используя данные из таблицы 2, **постройте график** $\text{IRX}(\beta)$, озаглавьте «Figure 2» и аппроксимируйте эту зависимость разумным способом. Полученное соотношение вида $\text{IRX} = a \cdot \beta + b$ **укажите на том же листе**. (14 копеек)

(D1.2.1) (14 points) Based on the data given in Table 2, **plot** the $\text{IRX}-\beta$ diagram on graph paper and labelled as **Figure 2** and find a linear fit to the data. **Write down** your best-fit equation (i. e. $\text{IRX} = a \cdot \beta + b$) by the side of your diagram.

D1.2.2. Вычислите **дисперсию** IRX в единицах dex (единицы, в которых «измеряется» \log_{10} , например, $\log 10^9 - \log 10^4 = 5 \text{ dex}$). Для малограмотных — формула для вычисления: (6 копеек)

(D1.2.2) (6 points) Quantify the **dispersion** (in units of dex, dex $x = 10^x$; for example, $\log 10^9 - \log 10^4 = 5 \text{ dex}$) between the predicted IRX_{obs} and expected IRX_{pred} using the following equation:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\Delta \text{IRX}_i)^2}{N-1}} \quad [\text{dex}],$$

где $\Delta \text{IRX}_i = \text{IRX}_{i,\text{obs}} - \text{IRX}_{i,\text{pred}}$ — разность величины наблюдаемой и вычисленной через аппроксимацию.

where $\Delta \text{IRX}_i = \text{IRX}_{i,\text{obs}} - \text{IRX}_{i,\text{pred}}$.

1.3. В рамках той же физической модели

1.3. Under the previous assumption of the energy transfer process, the ratio of F_{FIR} to F_{1600} can be expressed as:

$$\frac{F_{\text{FIR}}}{F_{1600}} \approx 10^{0.4A_{1600}} - 1,$$

где F_{1600} — поток до поглощения, а A_λ — поглощение на длине волны λ (в звёздных величинах).

where F_{1600} is the unattenuated flux and A_λ is the dust absorption (in magnitudes) as a function of wavelength λ .

D1.3.1. Выразите A_{1600} через IRX. (6 копеек)

(D1.3.1) (6 points) Express A_{1600} as a function of IRX.

D1.3.2. По данным таблицы 2 и зависимости $A_{1600}(\text{IRX})$ **постройте график** $A_{1600}(\beta)$, озаглавьте «**Figure 3**» и аппроксимируйте эту линейную зависимость разумным способом. Полученное соотношение вида $A_{1600} = a' \cdot \beta + b'$ **укажите на том же листе**. (12 копеек)

(D1.3.2) (12 points) Based on Table 2 data and the function of $A_{1600}(\text{IRX})$ you derived above, **plot** the $A_{1600}-\beta$ diagram on graph paper and label it as **Figure 3** and find a linear fit to the data. **Write down** your best-fit equation (i. e. $A_{1600} = a' \cdot \beta + b'$) by the side of your diagram.

D1.3.3. Каков **ожидаемый наклон UV-континуума** β_0 в галактике без пыли? (2 копейки)

(D1.3.3) (2 points) If your linear model in (D1.3.2) is correct, what is the expected **UV continuum slope** β_0 of a dust-free galaxy?

(D2) Компактный объект в двойной системе

75 баллов

В ходе эксперимента APOGEE астрономы обнаружили необычную двойную систему в созвездии Возничего. Воспроизвести их открытие нетрудно, и глупо упускать такую возможность.

Для поиска компактных объектов в двойных системах используется метод лучевых скоростей (RV). Сначала по спектрам «одиночных» звёзд были определены их лучевые скорости. Среди двух сотен звёзд с наибольшими изменениями лучевых скоростей были выделены те, периодические вариации блеска которых по данным ASAS-SN максимальны, — кандидаты на транзиты, эллипсоидальную переменность или звёздные пятна. В результате была выделена звезда 2M05215658+4359220 с большими колебаниями лучевой скорости и блеска.

2.1. В таблице 3 приведены три спектроскопических измерения лучевой скорости звезды 2M05215658+4359220 проекта APOGEE. Предполагается, что изменение её лучевой скорости происходит из-за наличия невидимого компаньона. Собственным движением системы будем пренебрегать.

Astronomers discovered an extraordinary binary system in the constellation of Auriga during the course of the Apache Point Observatory Galactic Evolution Experiment (APOGEE). In these questions, you will try to analyse the data and recreate their discovery for yourself.

The research team is aiming to find compact stars in binary systems using the radial velocity (RV) technique. They examined archival APOGEE spectra of “single” stars and measured the apparent variation of their RV within this data. Among ~ 200 stars with the highest accelerations, researchers searched for periodic photometric variations in data from the All-Sky Automated Survey for Supernovae (ASAS-SN) that might be indicative of transits, ellipsoidal variations or starspots. After this process, they spotted a star named 2M05215658+4359220, with a large variation in RV and photometric variability.

2.1. The following table presents the radial velocity measurements of 2M05215658+4359220 during three epochs of APOGEE spectroscopic observation. Here we assume the variation of its RV is due to the existence of an unseen companion. The proper motion of the stars can be ignored.

Таблица 3. Лучевая скорость RV (по APOGEE)

№	MJD	RV (km s ⁻¹)
1	56204.9537	-37.417 ± 0.011
2	56229.9213	34.846 ± 0.010
3	56233.8732	42.567 ± 0.010

D 2.1.1. В линейном приближении оцените наблюдаемое **максимальное ускорение** звезды: (6 копеек)

$$a_{\max} = \left. \frac{\Delta RV}{\Delta t} \right|_{\max} \quad [\text{km s}^{-1} \text{ day}^{-1}]$$

D 2.1.2. Оцените **массу** невидимого компонента в массах Солнца. Это будет нашей начальной оценкой. (9 копеек)

(D2.1.1) (6 points) Use the data and a simple linear model to obtain an initial estimate of the apparent **maximum acceleration** of the star:

(D2.1.2) (9 points) Now use the data to obtain an initial estimate of the mass of its unseen companion.

2.2. После открытия этой звезды были проведены дополнительные измерения на 1.5-метровом телескопе TRES — см. таблицу 4:

(D2.1.2) (9 points) After discovering this peculiar star, astronomers conducted follow-up observations using the 1.5-m Tillinghast Reflector Echelle Spectrograph (TRES) at the Fred Lawrence Whipple Observatory (FLWO) located on Mt. Hopkins in Arizona, USA. The following table presents the RV measurements using this instrument:

Таблица 4. Ещё измерения RV (по TRES)

MJD	RV (km s ⁻¹)
58006.9760	0.000 ± 0.075
58023.9823	-43.313 ± 0.075
58039.9004	-27.963 ± 0.045
58051.9851	10.928 ± 0.118
58070.9964	43.782 ± 0.075
58099.8073	-30.033 ± 0.054
58106.9178	-42.872 ± 0.135
58112.8188	-44.863 ± 0.088
58123.7971	-25.810 ± 0.115
58136.6004	15.691 ± 0.146
58143.7844	34.281 ± 0.087

D 2.2.1. **Постройте график** зависимости лучевых скоростей, измеренных на TRES, от времени. Озаглавьте его «Figure 4» и сгладьте **гармонической функцией** (проведите синусоидальную кривую). По графику **определите** орбитальный период P_{orb} и абсолютную величину амплитуды лучевой скорости K . (14 копеек)

(D2.2.1) (14 points) **Plot** the diagram of RV variation (measured with TRES) versus time on your graph paper and label it as Figure 4. Draw a suitable **sinusoidal function** to fit the given data. **Estimate** the orbital period (P_{orb}) and radial velocity amplitude (K) from your plot.

D 2.2.2. Считая, что звезда движется по круговой орбите, определите **минимальное возможное значение** орбитального радиуса r_{orb} звезды в единицах R_{\odot} и астрономических единицах (au). (4 копейки)

(D2.2.2) (4 points) If the star is moving in a circular orbit, calculate the **minimum value** of the orbital radius (r_{orb}) of the star in units of both R_{\odot} and au.

D 2.2.3. Функция масс двойной системы задаётся как

(D2.2.3) (7 points) The mass function of a binary system is defined as:

$$f(M_1, M_2) = \frac{(M_2 \sin i_{\text{orb}})^3}{(M_1 + M_2)^2},$$

где индекс 1 соответствует главной звезде, а 2 — компаньону; i_{orb} — наклонение плоскости орбит к картинной плоскости. Вычислите **функцию масс этой системы**, ответ выразите в M_{\odot} . (7 копеек)

where the subscript “1” represents the primary star and “2” represents its companion. The parameter i_{orb} is the orbital inclination of the binary system. This mass function can also be expressed in terms of observable parameters. Calculate the **mass function of this system** in units of M_{\odot} .

2.3. По совокупности измерений APOGEE, TRES и GAIA были получены некоторые физические параметры звезды:

2.3. Based on a detailed analysis on APOGEE, TRES spectra and GAIA parallax measurements, astronomers derived the following stellar parameters:

Таблица 5. Избранные сведения об этой звезде

Эффективная температура T_{eff} (К)	Ускорение свободного падения на поверхности $\log \frac{g}{\text{cm s}^{-2}}$	Параллакс π (mas)	Измеренная скорость осевого вращения $v_{\text{rot}} \sin i$ (km s ⁻¹)	Болометрический поток F (W m ⁻²)
4890 ± 130	2.2 ± 0.1	0.272 ± 0.049	14.1 ± 0.6	$(1.1 \pm 0.1) \times 10^{-12}$

Анализ кривой блеска показал, что периоды осевого и орбитального вращения звезды равны. Кроме того, равны соответствующие наклонения:

Photometric observations indicate that the period of its light curve is identical to its orbital period, thus we may assume that the rotation period and the inclination satisfy

$$P_{\text{rot}} = P_{\text{orb}} \equiv P;$$

$$i_{\text{orb}} = i_{\text{rot}} \equiv i.$$

D 2.3.1. **Вычислите** синус угла наклона $\sin i$, радиус R_1 (в R_{\odot}), светимость L_1 (в L_{\odot}), массу M_1 (в M_{\odot}) видимого компонента. **Оцените** погрешность полученных результатов. (16 копеек)

(D2.3.1) (16 points) **Calculate** the luminosity (L_1 , in unit of L_{\odot}), radius (R_1 , in unit of R_{\odot}), sine of the inclination angle ($\sin i$), as well as mass (M_1 , in unit of M_{\odot}) of the visible star. Please **include** the uncertainty in your results.

D 2.3.2. **Определите** тип звезды (укажите цифру):

- (1) голубой гигант
- (2) жёлтая звезда главной последовательности
- (3) красный гигант
- (4) красная звезда главной последовательности
- (5) белый карлик

(4 копейки)

(D2.3.2) (4 points) **Choose** the correct type of this star from the following options:

- (1) Blue Giant
- (2) Yellow main sequence star
- (3) Red Giant
- (4) Red main sequence star
- (5) White Dwarf

D 2.3.3. Используя функцию масс $f(M_1, M_2)$, **постройте график** зависимости M_2 (по вертикали) от M_1 (по горизонтали) под заголовком Figure 5.

Используйте полученную в части D 2.3.1 величину $\sin i$ как соответствующую самой вероятной кривой $M_2(M_1)$, а также значения $\sin i \pm \Delta \sin i$ как граничные. В итоге на вашем графике будет три кривых. (10 копеек)

(D2.3.3) (10 points) Based on the mass function $f(M_1, M_2)$ of the binary system, **plot** the rough relationship of M_2 (as vertical axis) and M_1 (as horizontal axis) on your graph paper and label it as Figure 5. Plot the most probable relation (by using $\sin i$), upper limit (with $\sin i + \Delta \sin i$) and lower limit (with $\sin i - \Delta \sin i$) derived in (D2.3.1).

D 2.3.4. На Figure 5:

двумя **вертикальными прямыми и штриховкой** выделите область $[M_1 - \Delta M_1, M_1 + \Delta M_1]$;

проведите две **горизонтальные пунктирные линии**, соответствующие предельным массам белых карликов и нейтронных звёзд.

Какой может быть масса невидимого компонента, и объектом какого типа он определённо является?

(5 копеек)

(D2.3.4) (5 points) Draw a vertical **shaded region** of $[M_1 - \Delta M_1, M_1 + \Delta M_1]$, as well as two horizontal **dashed lines** showing the maximum mass of the white dwarf and neutron star, on your Figure 5. What is the possible mass of the invisible companion, and what kind of celestial object could it be?