

Теоретический тур

Короткие задачи

по 10 баллов

Задача 1. Теорема Рыбака

При наблюдении галактики, находящейся на расстоянии $R = 90$ Мпк и наблюдающейся «с ребра», было обнаружено, что отношение максимального и минимального смещения некоторой линии относительно лабораторного эталона составляет 1.15. Оцените абсолютную звёздную величину данной галактики.

Задача 2. Азимут 90

Некоторая звезда при наблюдении в Санкт-Петербурге имеет наибольшую высоту 35° . Определите высоту этой звезды в момент, когда её азимут равен 90° .

Задача 3. Гравитация падает

«В настоящее время основной теорией гравитации считается общая теория относительности. Однако ОТО имеет ряд существенных проблем, что приводит к представлению иных теорий.» Рассмотрим следующую модификацию закона всемирного тяготения:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2 + \frac{r^4}{r_0^2}}.$$

Найдите первую поправку ко второй космической скорости для объекта массой M и радиуса R в рамках данной теории, полагая $R \ll r_0$.

Подсказка: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{\arctan \frac{x}{a}}{a} + C.$

Задача 4. Полушар

В погоне за звёздами астроном поднялся на стратостате до высоты $h = 30$ км над поверхностью Земли. Пренебрегая поглощением в атмосфере, вычислите количество звёзд, которое он сможет наблюдать, используя подзорную трубу с апертурой $D = 100$ мм и увеличением $\Gamma = 15^\times$.

Задача 5. Пэ два – Пэ четыре

При столкновении высокоэнергетичного протона космических лучей с его земным «собратом» возможно образование протон-антипротонной пары: $p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$. Найдите порог такой реакции, то есть минимальную энергию E_0 протона космических лучей, при которой она осуществима.

Подсказка: Величина $E^2 - P^2 c^2$, связывающая энергию и импульс системы, сохраняется и является релятивистским инвариантом (не зависит от выбора системы отсчёта).

Средние задачи

по 25 баллов

Задача 6. Наблюдаемость

Некоторая звезда со склонением $\delta = +40^\circ$ наблюдается в Санкт-Петербурге (широта $\varphi = 60^\circ$ с.ш.). Известно, что когда её высота над горизонтом составила 20° , видимая звёздная величина была равна 6.8^m . Поднявшись на 10° , звезда поярчала на 0.4^m . Будет ли эта звезда доступна для наблюдения невооруженным глазом в какой-либо момент времени? Если да, то как долго это будет продолжаться? Проницающую способность невооружённого петербуржца принять равной 6^m .

Задача 7. Ускользящая звезда

При фотографических наблюдениях рассеянного скопления М44 с помощью телескопа ТАЛ-1 (рефлектор Ньютона) и соосно закреплённого фотоаппарата (диаметр объектива $\Delta = 100$ мм), бедному астроному пришлось его гидировать вручную. К сожалению, в созвездии Рака неподалеку от скопления не нашлось ярких звёзд, кроме звезды ε Спс ($m = 6.29^m$).

Вспомнив наставления своего преподавателя, астроном расфокусировал звезду настолько это было возможно и начал наблюдения, в ходе которых получил $N = 10$ фотографий с выдержкой каждой по $T = 2$ мин. Квантовая эффективность используемой камеры $\eta = 42\%$.

Зависимость количества отсчётов в каждом пикселе конечного изображения после компьютерной обработки прямо пропорциональна квадратному корню количества фотографий: $E_f = E_0\sqrt{N}$; ошибка гидирования обратно пропорциональна размеру изображения звезды и для сфокусированной звезды составляет $1'$.

Определите предельную звёздную величину изображения, полученного после компьютерной обработки, используя сведения о телескопе ТАЛ-1, приведённые в таблице:

Диаметр главного зеркала	$D = 110$ мм
Фокусное расстояние	$F = 806$ мм
Малая ось вторичного зеркала	$d = 20$ мм

Задача 8. Yellowknives

Ходят легенды, что в исчезнувшем племени Йеллоунайф существовал древний обычай: в момент, когда часовой угол Солнца составлял $13^h 29^m$, а ярчайшая звезда осеннего неба Альдебаран ($4^h 36^m; +16^\circ 31'$) пересекала небесный меридиан, главный жрец племени обращал свой взор на путеводную звезду — Полярную, в направлении которой небо озарялось разноцветными лентами, парящими в небе. Увидев ленты, согласно древнему поверью, жрец запускал священные часы, отсчитывающие ровно 111 звёздных суток, по истечении которых члены племени должны увидеть первые талые воды. Эти часы отстают с ходом $\pi \cdot 10^{-3}$.

Определите, во сколько по истинному солнечному времени и в какую дату йеллоунайфцы услышали бы первую капель в 2018 году. Уравнение времени η (в минутах) связано с прямым восхождением α_\odot среднего Солнца соотношением

$$\eta = 7.53 \cos \alpha_\odot + 1.5 \sin \alpha_\odot - 9.87 \sin 2\alpha_\odot.$$

В 2017 году астрономическая весна наступила 20 марта в 10:28 по местному времени. Продолжительность тропического года примите равной $T_\oplus = 365.242374$ сут.

Задача 9. Марибо

«Ночью 17 января 2009 года многие люди, находящиеся вблизи Балтийского моря, наблюдали яркий след метеороида, падающего в атмосфере Земли. Камера в Швеции зафиксировала на видео это событие.» Метеороид двигался равномерно и прямолинейно. Определите его скорость v по данным съёмки (см. таблицу). Каково минимальное удаление траектории падения от точки наблюдения, если метеорит был найден на расстоянии 195 км от неё? Кривизной поверхности Земли пренебречь.

$t - t_0$	Азимут	Высота
2.46 с	197.4°	28.4°
5.28 с	222.3°	14.7°
	231.0°	0° точно
±5 мс	±0.05°	±0.05°

Длинные задачи

по 50 баллов

Задача 10. Солнышко

1. Одна из ранних гипотез об источнике энергии Солнца гласила, что оно светит из-за астероидов, прилетающих на его поверхность. На значительном удалении от Солнца сферические астероиды массой m каждый распределены в пространстве равномерно с концентрацией n , их скорости равномерно распределены на промежутке $[v_1; v_2]$ и сонаправлены.

Оцените установившуюся светимость Солнца, считая, что высвечивается вся кинетическая энергия аккрецируемых объектов; v_1 и v_2 — первая и вторая космические скорости для Солнца. Выразите ответ через m , n , M_\odot , R_\odot и физические постоянные.

2. Теория термоядерного синтеза долго не получала признания, поскольку в рамках классической физики температура на Солнце недостаточно велика для протекания термоядерных реакций. Оцените температуру, при которой возможно сближение двух протонов на расстояние порядка ядерного.
3. Положим радиус ядра Солнца равным $0.3R_\odot$. Мощность энерговыделения единицы объёма ядра q , плотность потока энергии пропорциональна градиенту температуры:

$$F = -\kappa \frac{dT}{dr}, \quad \kappa > 0.$$

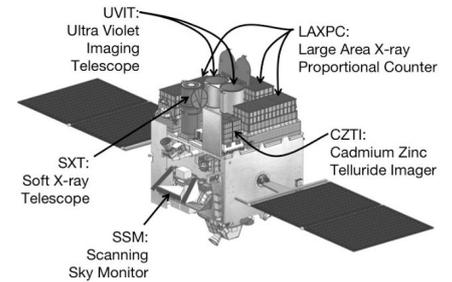
Найдите температуру T_1 на границе ядра, если в центре Солнца она составляет T_0 .

4. Ядро окружает зона лучистого переноса, простирающаяся от $0.3R_\odot$ до $0.7R_\odot$. В этой зоне уже не идут ядерные реакции, не происходит переноса вещества. Найдите температуру T_2 на границе зоны лучистого переноса.
5. Томсоновское рассеяние на свободном электроне является самым распространённым типом рассеяния фотонов в недрах Солнца, его эффективное сечение $\sigma \simeq 7 \cdot 10^{-29} \text{ м}^2$. Рассчитайте характерную длину свободного пробега фотона в солнечном веществе, считая концентрацию электронов n_e не зависящей от глубины.
6. Вследствие многократных рассеяний путь фотона выглядит как случайное блуждание. Оцените время, за которое фотон, рождённый в центре Солнца, достигнет поверхности.

Задача 11. AstroSat

На индийском астрономическом спутнике AstroSat, запущенном в сентябре 2015 года, есть 5 различных инструментов. В данной задаче мы будем обсуждать 3 из них: SXT, LAXPC и CZTI. Эти инструменты наблюдают в рентгеновском диапазоне и имеют общее поле.

Инструмент	Полоса (кэВ)	Площадь (м ²)	Квантовая эффективность	Уровень насыщения (отсчёты)	Число пикселей
SXT	0.3 ÷ 8.0	0.067	60%	15000 всего	512 × 512
LAXPC	3 ÷ 80*	1.5	40%	50000 в любом из 8 счётчиков или 200000 всего	—
CZTI	10 ÷ 150	0.09	50%	—	4 × 4096



*Энергетический диапазон LAXPC распределён на 8 счётчиков с равной шириной полос без перекрытия.

Пусть спутник наблюдает точечный рентгеновский источник, энергетический спектр которого имеет степенной характер: спектральная плотность потока фотонов с энергией E

$$F(E) = KE^{-2/3}.$$

Из наблюдений известно, что $F(1 \text{ кэВ}) = 10 \text{ фотонов}/(\text{кэВ} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с})$.

- Найдите спектральные плотности потока фотонов с энергиями 1 кэВ, 5 кэВ, 40 кэВ и 100 кэВ для данного источника. Для каждой плотности потока рассчитайте полное число отсчётов в единичном интервале энергий, зафиксированное каждым из инструментов за время экспозиции $t = 200 \text{ с}$.
- Вычислите для наблюдаемого источника максимальное время экспозиции t_S , при котором не достигается насыщение матрицы SXT.
- Предположив, что источник стал в 3500 раз ярче, вычислите ожидаемое полное число отсчётов в секунду на счётчиках 1 и 8 LAXPC. Что окажется причиной насыщения при длительной экспозиции: переполнение какого-либо отдельного счётчика или общее по всем счётчикам?
- Источник считается зарегистрированным, если отношение «сигнал/шум» $\text{SNR} \geq 3$. Известно, что среднеквадратическая погрешность отсчётов CZTI вследствие случайных флуктуаций составляет $0.00014 \text{ отсчёт}/(\text{с} \cdot \text{кэВ} \cdot \text{пиксель})$. Каково минимальное время накопления t_c , необходимое для регистрации всё того же источника на CZTI?
- Представим себе, что наш источник демонстрирует переменность, при которой коэффициент K «скачком» возрастает на 20%. AstroSat наблюдал источник в течение 1 с до изменения яркости и 1 с после него. Вычислите количество отсчётов, измеренное каждым из инструментов в обоих наблюдениях. Какой инструмент наилучшим образом подходит для регистрации подобных изменений?
- У некоторых рентгеновских источников, таких, как Cas A, наблюдается линия излучения, соответствующая радиоактивному распаду ^{44}Ti , с длиной волны 0.01825 нм . Представим себе, что существует источник, который излучает только одну яркую линию, соответствующую этому распаду. Какова должна быть минимальная (по модулю) лучевая скорость v такого источника, чтобы регистрируемая линия и линия лабораторного источника соответствовали различным счётчикам LAXPC?