

## Практический тур – 1

*На выполнение этой части отводится 2.5 часа*

### Задача 1. Таинственные огни

В 1941 году компьютеры были совсем не так доступны и не столь совершенны, как в 2017. Конечно, и тогда нередко встречались задачи, где современная техника оказалась бы очень кстати. Одна из них — моделирование взаимодействующих галактик.

Именно тогда Эрик Холмберг, шведский астроном, создал первую подобную модель. Чтобы сократить количество вычислений, он использовал известное сходство между двумя физическими законами:

$$F = \frac{GMm}{r^2} \quad \text{и} \quad J = \frac{L}{4\pi r^2}.$$

В его модели каждая галактика состояла из 37 лампочек с фотоэлементами; он определял в каждый момент времени, сколько света приходит с какой стороны, а после этого рассчитывал силу, пользуясь тем, что показатели степени при  $r$  одинаковы. После этого он передвигал лампочки, применяя один из численных методов интегрирования дифференциальных уравнений.

Уже в наше время астрошкольник Ашот захотел убедиться в том, что метод работает. Конечно, галактики были сложны для него; поэтому он решил смоделировать обычное кеплерово движение космического корабля, облетающего Солнце.

Для наглядности Ашот выбрал систему единиц, в которой основными единицами расстояния и времени являются астрономическая единица и земной год соответственно. Если размерность величины не указана — значит, величина представлена в этой системе единиц, например, гелиоцентрическая (кеплерова) постоянная

$$\kappa = GM_{\odot} = 39.475.$$

Начальные координаты и компоненты скорости корабля (в плоской прямоугольной системе координат с центром в Солнце) были такими:

$$\begin{cases} x^{(0)} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, & y^{(0)} = -\frac{1}{2}; \\ v_x^{(0)} = 0, & v_y^{(0)} = 6.283. \end{cases}$$

В качестве Солнца Ашот использовал лампу с мощностью  $P = 100$  Вт. Фотодатчик (КПД преобразования сеть – лампа – датчик  $\eta = 2\%$ ), измеряющий освещённость в месте своего расположения,

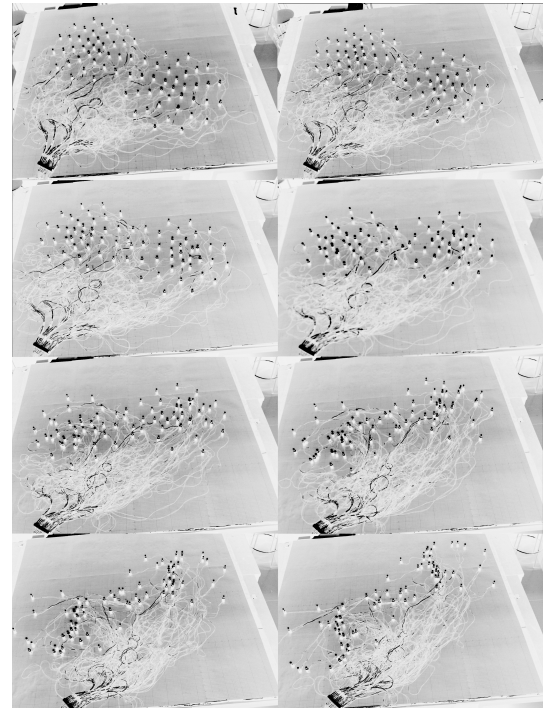


Рис. 1: Фотография аналогичного эксперимента, проведённого в 2013 году (негатив)

размещался на таком же расстоянии от лампы в метрах, на каком корабль находился от Солнца в астрономических единицах. Это позволило использовать формулу

$$\frac{1}{r^2} = \frac{4\pi J}{L},$$

не пересчитывая блеск и светимость ни в какую другую систему и получать  $r$  сразу в астрономических единицах.

Таким образом, для ускорения корабля верно следующее выражение (здесь векторы обозначаются жирным шрифтом;  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор корабля,  $\mathbf{a}$  — его ускорение):

$$\mathbf{a} = -\frac{G\mathcal{M}_\odot}{r^3}\mathbf{r} = \frac{4\pi G\mathcal{M}_\odot}{L} \cdot J \cdot \frac{\mathbf{r}}{r}, \quad (1)$$

куда все величины можно подставлять без изменения системы единиц.

Чтобы вычислить положение и скорость корабля в последующие моменты времени, Ашот использовал так называемый метод «чехарды»:

$$\mathbf{r}^{(i+1)} = \mathbf{r}^{(i)} + \mathbf{v}^{(i)}\Delta t + \frac{\mathbf{a}^{(i)}}{2}\Delta t^2, \quad (2)$$

$$\mathbf{v}^{(i+1)} = \mathbf{v}^{(i)} + \frac{\mathbf{a}^{(i)} + \mathbf{a}^{(i+1)}}{2}\Delta t, \quad (3)$$

где

$$\mathbf{r}^{(0)} \equiv \mathbf{r}(0) = (x^{(0)}, y^{(0)}),$$

$$\mathbf{v}^{(0)} \equiv \mathbf{v}(0) = (v_x^{(0)}, v_y^{(0)}),$$

$$\mathbf{a}^{(i)} \equiv \mathbf{a}(\mathbf{r}^{(i)}),$$

$$\Delta t = 0.03.$$

Ашот вычислил значения для первых 10 точек (см. измерения фотоэлемента в таблице справа).

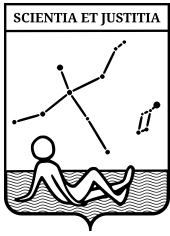
$i$	$J$ , Вт/м <sup>2</sup>
0	0.150
1	0.203
2	0.231
3	0.308
4	0.429
5	0.542
6	0.547
7	0.464
8	0.391
9	0.260

1. Изобразите на графике реальную орбиту космического корабля.
2. На том же графике отметьте точки, рассчитанные Ашотом.
3. Считая, что абсолютная погрешность фотоэлемента постоянна, оцените её отношение к точному значению освещённости в начальный момент времени.
4. Отметьте на графике реальные положения корабля в те моменты времени, для которых провёл вычисления Ашот.
5. Какой модификации требует метод для задачи  $n$  тел? Почему в ситуации с галактиками он оказывается эффективен, хотя в эксперименте Ашота это явно не так?

*Подсказка.* Вам могут пригодиться соотношения между истинной, эксцентрической и средней аномалиями:

$$M = E - \varepsilon \sin E, \quad (4)$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}} \tan \frac{E}{2}. \quad (5)$$



Осенние учебно-тренировочные сборы по астрономии  
13 октября 2017 г.

## Практико-наблюдательный тур – 2

*На выполнение этой части отводится 2 часа*

### Задача 2. Spirality

Угол закрутки спирального рукава в логарифмической модели спиральной ветви определяется как угол между касательной к спирали и перпендикуляром к радиусу-вектору, проведенному к точке касания (таким образом, окружность – логарифмическая спираль с нулевым углом закрутки). В таблице приведены галактические координаты  $(r, l)$  модельных мазерных источников. Оцените угол закрутки описываемого ими спирального сегмента в предположении расстояния от Солнца до центра Галактики  $R_0 = 8.5$  кпк.

$r$ , кпк	$l$ , °	$r$ , кпк	$l$ , °	$r$ , кпк	$l$ , °	$r$ , кпк	$l$ , °	$r$ , кпк	$l$ , °	$r$ , кпк	$l$ , °
11.08	47.0	10.17	49.0	10.29	53.4	9.64	53.7	9.56	60.2	9.77	60.4
8.82	64.5	7.10	64.2	7.20	68.3	6.47	71.9	5.69	78.3	5.73	85.8
4.44	85.0	4.19	86.2	3.85	95.2	3.23	109.0	2.07	99.3	1.87	124.5
1.39	144.9	1.22	179.4	2.19	-163.5	2.91	-151.2	3.04	-135.1	3.92	-124.9
10.03	44.2	10.89	49.2	9.48	50.1	10.22	53.5	8.76	54.9	8.62	60.1
8.56	61.8	7.55	69.0	7.55	66.0	7.44	72.3	5.94	77.7	4.77	78.6
5.18	85.8	4.44	91.5	3.40	96.7	3.00	98.4	2.56	115.3	2.33	132.5
2.23	152.6	1.90	175.9	1.55	-151.6	2.56	-146.7	2.92	-126.4	3.93	-125.2

### Задача 3. Угадай-ка

1. Для каких из перечисленных объектов невозможно покрытие их Луной?

- |         |         |
|---------|---------|
| а) M82  | г) M4   |
| б) M104 | д) M101 |
| в) M45  | е) M62  |

2. Какие из этих объектов являются галактиками?

- |         |             |
|---------|-------------|
| а) M51  | д) NGC 224  |
| б) M44  | е) NGC 6514 |
| в) M16  | ж) M27      |
| г) M110 | з) M57      |

3. Какие из этих объектов расположены в пределах зодиакальных созвездий?

- |         |                       |
|---------|-----------------------|
| а) M101 | д) M17                |
| б) M12  | е) Тройная туманность |
| в) M44  | ж) M104               |
| г) M63  | з) Туманность Кольцо  |

4. Соотнесите обозначение объекта в каталоге Мессье и его собственное название.

- |         |              |
|---------|--------------|
| а) M17  | α) Подсолнух |
| б) M63  | β) Улей      |
| в) M97  | γ) Вертушка  |
| г) M44  | δ) Сова      |
| д) M101 | ε) Омега     |

5. Соотнесите название объекта и созвездие, в котором он находится

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| а) M32               | α) Лира              |
| б) Туманность Сова   | β) Андромеда         |
| в) Туманность Орёл   | γ) Змея              |
| г) NGC 1952          | δ) Большая Медведица |
| д) Туманность Кольцо | ε) Телец             |

6. Соотнесите объекты и их координаты

- |           |  |
|-----------|--|
| а) M1     | α) $\alpha = 00^h 42^m 44^s$ , $\delta = +41^\circ 16' 09''$ |
| б) Sgr A* | β) $\alpha = 20^h 41^m 26^s$ , $\delta = +45^\circ 16' 49''$ |
| в) Денеб  | γ) $\alpha = 05^h 34^m 31^s$ , $\delta = +22^\circ 00' 52''$ |
| г) M31    | δ) $\alpha = 01^h 33^m 51^s$ , $\delta = +30^\circ 39' 36''$ |
| д) M33    | ε) $\alpha = 17^h 45^m 40^s$ , $\delta = -29^\circ 00' 28''$ |

7. Соотнесите названия звезд и обозначения Байера для них

- |                  |          |
|------------------|----------|
| а) Шаула         | α) α Aqr |
| б) Дифда         | β) δ Cap |
| в) Виндемиатрикс | γ) ε UMa |
| г) Менкар        | δ) λ Sco |
| д) Регор         | ε) α Cet |
| е) Садалмелик    | ζ) η UMa |
| ж) Бенетнаш      | η) β Cyg |
| з) Денеб Альгеди | θ) β Cet |
| и) Алиот         | ι) γ Vel |
| к) Альбирео      | κ) ε Vir |

8. Через какие из указанных созвездий проходит галактический экватор?

- |              |                    |
|--------------|--------------------|
| а) Скульптор | г) Волосы Вероники |
| б) Персей    | д) Наугольник      |
| в) Лебедь    | е) Кассиопея       |

9. Ниже представлены цепочки, в которых расположенные рядом созвездия имеют общий участок границы. Заполните пропуски.

- а) Щит — ... — Южная Корона — ... — Волк  
б) Северная Корона — ... — Большая Медведица — ... — Возничий  
в) Треугольник — ... — Водолей — ... — Феникс  
г) Микроскоп — ... — Павлин — ... — Наугольник