

## **D11 Одиннадцатый круг Оушена**

В файле `delSct.dat` представлены данные о переменных типа  $\delta$  Sct в затменных двойных системах:

- TIC — номер объекта в каталоге,
- RA и DEC — экваториальные координаты звезды в градусах,
- TeffTESS — эффективная температура по данным TESS,
- TeffGAIA — эффективная температура по данным GAIA,
- LGAIA — светимость по данным GAIA,
- Etype — тип затменной переменной.

а. Определите коэффициент линейной корреляции и его значимость для температур TeffTESS и TeffGAIA для всей выборки объектов, в диапазоне температур до 6 000 К, в диапазоне температур от 6 000 К до 9 000 К.

Коэффициент линейной корреляции для набора величин  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$  вычисляется как

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}}.$$

Здесь  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  — выборочные средние значения.

Значимость корреляции можно определить следующим образом. Вероятность получить  $|r|$  больше измеренного при нулевой корреляции случайных величин  $x$  и  $y$  при небольшом объеме выборки в рамках нуль-гипотезы об отсутствии корреляции можно рассчитать по формуле (Press et al., 1997):

$$P = 1 - S_{N-2}(t),$$

$$t = r \sqrt{\frac{N-2}{1-r^2}},$$

где  $S_{N-2}(t)$  — распределение Стьюдента с  $N - 2$  степенями свободы:

$$S_{\kappa}(t) = \frac{\Gamma(\kappa/2)}{\sqrt{\pi(\kappa-1)} \cdot \Gamma((\kappa-1)/2)} \int_{-t}^t \left(1 + \frac{u^2}{\kappa-1}\right)^{-\kappa/2} du.$$

В таблице приведены значения  $S_{\kappa}$  (в процентах в верхней строке) для некоторых величин  $\kappa$  (левый столбец) при разных значениях  $t$  (клетки самой таблицы):

	50 %	60 %	70 %	80 %	90 %	95 %	97 %	99 %	99.5 %	99.9 %
31	0.68	0.85	1.06	1.31	1.70	2.04	2.27	2.75	3.02	3.63
50	0.68	0.85	1.05	1.30	1.68	2.01	2.23	2.68	2.94	3.49
85	0.68	0.85	1.04	1.29	1.66	1.99	2.21	2.64	2.88	3.42
127	0.68	0.84	1.04	1.29	1.66	1.98	2.19	2.61	2.85	3.37
160	0.68	0.84	1.04	1.29	1.65	1.98	2.19	2.61	2.85	3.35

b. На диаграмме рассеяния (TeffTESS, TeffGAIA) в диапазоне температур от 6 000 К до 9 000 К проведите аппроксимационную прямую вида  $TeffGAIA = k \cdot TeffTESS$ , определите её угловой коэффициент.

## D12 Чёрный юмор

В файле `zT.dat` даны значения температуры реликтового излучения и её неопределенности в зависимости от величины красного смещения (Gelo et al., 2022). Если предположить, что Вселенная расширяется адиабатически, количество фотонов сохраняется, а спектр реликтового излучения изначально чернотельный, то температура реликтового излучения будет зависеть от красного смещения как  $T(z) = T_0(1+z)$ , где современное значение температуры фона  $T_0 = 2.7255 \pm 0.0006$  К. Тем не менее, наблюдательные данные не идеально ложатся на такую модель. Gelo et al. (2022) предложили зависимость следующего вида:

$$\frac{T(z)}{T_0} = (1+z)^{3w_r} \left( \frac{(m-3\Omega_m) + m(\Omega_m-1)(1+z)^{m-3}}{(m-3)\Omega_m} \right)^{w_r}.$$

Здесь  $w_r, m, \Omega_m$  — параметры модели. При использовании стандартного уравнения состояния для излучения  $w_r \equiv 1/3$ .

а. Минимизируя сумму квадратов невязок  $S^2$ , определите параметры  $m$  и  $\Omega_m$  модели по имеющимся данным: постройте тепловую карту значений  $S^2$  на плоскости параметров  $(m, \Omega_m)$  в диапазоне  $m \in [0.03 : 0.40]$ ,  $\Omega_m \in [0.20 : 0.40]$  с шагом 0.01 по каждой переменной, определите точку с наименьшей  $S^2$ . Можно ли считать, что эта точка соответствует глобальному минимуму  $S^2$ ?

б. Постройте зависимость  $T(z)$ , проведите на графике оба варианта теоретической зависимости. Оцените  $S^2$  для предлагаемой простой зависимости.

*Примечание.* В случае учёта неопределенностей параметров рассматривается взвешенная сумма квадратов невязок:

$$S^2 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} (T_i - f(z_i))^2,$$

где  $\sigma_i$  — неопределённость измерения температуры  $T_i$ ,  $f(T_i)$  — модельная зависимость температуры от красного смещения.

## **D13 Локальный объём**

В файле LVG.xlsx приведена таблица измерений гелиоцентрических лучевых скоростей групп галактик, подобных Местной группе, окружающих Местную группу. В таблице колонки содержат следующие параметры: название группы, созвездие, галактическая долгота  $l$  и широта  $b$ , модуль расстояния  $\mu$ , межгалактическое поглощение  $A$ , гелиоцентрическая лучевая скорость  $V_{r\odot}$ .

Определите:

- a. текущие радиус (в Мпк) и объём (в Мпк<sup>3</sup>) исследуемой области,
- b. значение постоянной Хаббла в локальном объёме и ошибку определения постоянной Хаббла.

Укажите названия групп галактик, использованных для определения постоянной Хаббла!

Координаты апекса Солнца по отношению к Местной группе галактик  $l_{\odot} = 93^{\circ}$  и  $b_{\odot} = -4^{\circ}$ ; скорость движения  $V_{\odot} = 316$  км/с.

## D14 Планета опасности

В файле `sbdb_query_results.csv` приведены параметры сближающихся с Землей астероидов по состоянию на 2 декабря 2022 года: абсолютная звездная величина, показатели цвета  $B - V$  и  $U - B$ , параметры орбиты (эксцентриситет, большая полуось в а.е., наклон, долгота восходящего узла, аргумент перицентра (в градусах)), минимальное расстояние между точками орбиты астероида и Земли в а.е. (MOID), а также полное название объекта. Астероид считается сближающимся с Землей, если перигелийное расстояние  $q$  для его орбиты не превышает 1.3 а.е.

а) Определите астероид с наименьшим MOID, выразите MOID в км. Как можно объяснить такое малое значение?

б) Постройте зависимость большой полуоси орбиты от эксцентриситета, выбрав адекватный интервал значений большой полуоси (сколько объектов не попало на график?). Проведите границу, соответствующую  $q = 1.3$  а.е. Какому условию вида  $a(1 + \alpha e) = \beta$  соответствует нижняя чёткая граница области, населённой астероидами на графике?

На графике также глобальная область повышенной плотности распределения объектов. Каким соотношением между  $a$  и  $e$  описывается эта область?

в) Постройте гистограмму для больших полуосей с шагом  $\Delta a = 0.01$  а.е. в диапазоне  $[0.5 : 4]$  а.е. Определите, резонансам какого вида с Юпитером (или с чем-то ещё...) соответствуют наиболее явные провалы на графике.

г) Постройте распределение астероидов по звёздной величине. Является ли распределение чисто гауссовым или же его имеет смысл рассматривать как бимодальное? Определите моду (моды) распределения. Оцените диаметры «модных» астероидов в предположении альбеда 0.1.