

T1. Далеко ли до Таллина?

Определите минимальное и максимальное расстояние между Землёй в изображённой конфигурации и орбитой Меркурия (рис. 1). Орбиту Земли считайте круговой, орбиты планет — лежащими в одной плоскости.

T2. Солнечный факел

Во время проведения учебно-тренировочных сборов в Сириусе 4 июля 2024 года была сделана фотография Олимпийского факела на закате (рис. 2). Определите гражданское время момента съёмки с точностью до нескольких минут.

	Широта	Долгота	Высота над уровнем моря
Место съёмки	43.4015° с. ш.	39.9640° в. д.	24 м
Вершина факела	43.4057° с. ш.	39.9546° в. д.	50 м

Примечание. Рефракцию около горизонта без учёта конкретных условий наблюдения можно оценить как

$$R = \cot \left(h_v + \frac{7.31}{h_v + 4.40} \right),$$

где h_v — видимая высота светила, выраженная в градусах, R — величина рефракции, выраженная в минутах дуги (Bennett, 1982).

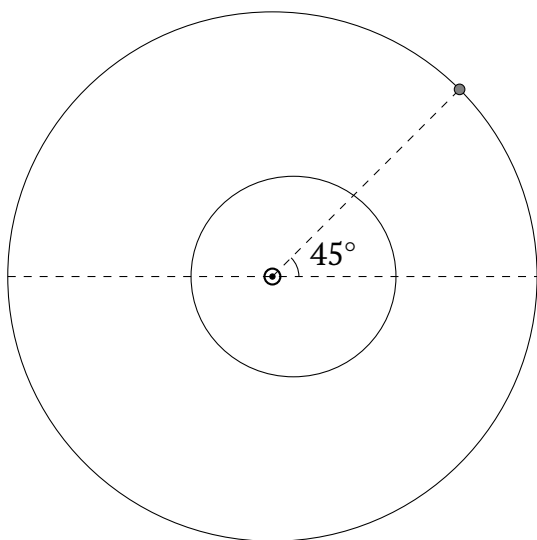


Рис. 1: К задаче T1.

Взаимное расположение Земли и орбиты Меркурия



Рис. 2: К задаче T2.

Олимпийский факел на закате

Т3. Этого явно мало

По круговой орбите на расстоянии 2 а. е. от звезды солнечного типа обращается космический аппарат. Завершив исследование звезды, аппарат с помощью кратковременного удельного импульса величиной 11 км/с в направлении движения переводится на новую траекторию. Спустя три месяца было решено дополнить исследование звезды и вернуть к ней аппарат. Из-за неисправности удалось лишь придать аппарату дополнительный импульс 11 км/с против направления движения. На какое минимальное расстояние аппарат сможет при этом приблизиться к звезде?

Т4. Представляет интерес

На поверхности Земли в трёх пунктах: A (60° с. ш., 30° в. д.), B (12° с. ш., 10° з. д.), C (31° с. ш., 82° в. д.) — ведётся наблюдение спутника. В некоторый момент спутник оказывается в плоскости большого круга с пунктами A и B и при этом находится на высоте 40° над горизонтом для наблюдателя в A . Оцените его высоту при наблюдении из двух других пунктов. Известно, что спутник движется по круговой орбите радиусом $1.0 \cdot 10^4 \text{ км}$. Несферичностью Земли пренебрегите.

Т5. Кучнее, ярче, светлее

Пусть наблюдатель находится на расстоянии $d = 20 \text{ пк}$ от центра крупного шарового скопления радиуса $r = 10 \text{ пк}$. Пусть число звезд $N = 10^6$, они все имеют светимость $L_1 = 0.1L_\odot$ и расположены однородно. Определите освещённость, создаваемую звёздами скопления, которую регистрирует наблюдатель. Покажите, что в случае $d \gg r$ выполняется закон обратных квадратов.

Т6. Дрон-защитник

Ночное небо бороздит беспилотный аппарат, двигаясь по некоторой замкнутой траектории. Минимальная высота полёта составляет 2000 метров. Около местной полуночи наблюдатель на станции слежения заметил, что один «оборот» дрон совершает за 10 минут, причём видимая траектория беспилотника на экране «радар» представляет собой окружность (рис. 3 на с. 3). Известно, что для удобства любителей астрономии «радар» показывает карту звёздного неба в стереографической проекции на текущий момент времени, на которой отмечается точка, соответствующая текущему направлению на дрон.

- Определите наибольшую и наименьшую угловую высоту дрона для наблюдателя в течение «оборота».
- Предположим, что беспилотник включил достаточно яркую подсветку. Какую траекторию полёта дрона наблюдатель на станции мог бы наблюдать невооружённым глазом? Определите экваториальные координаты её центра.
- Оцените, какое минимальное расстояние дрон пролетит до восхода Солнца.

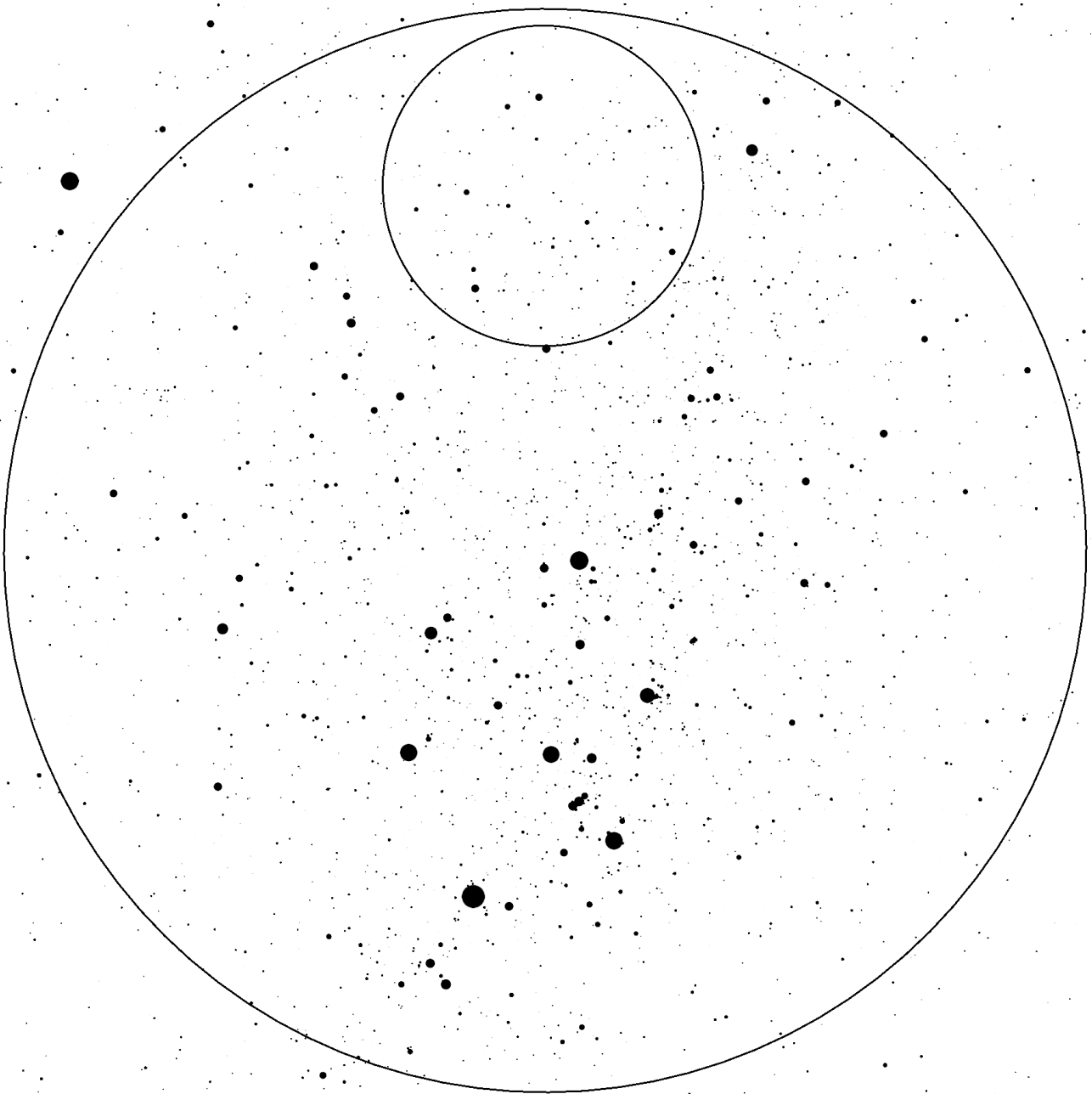


Рис. 3: К задаче Т6. Видимая траектория беспилотника на звёздной карте. Внешняя окружность — математический горизонт.

Т7. Латте с тёмной материей

Рассмотрим модель Хернквиста распределения плотности в галактике:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0 a^\alpha}{r^\alpha (1 + r/a)^{\beta-\alpha}}, \quad \alpha = 1, \quad \beta = 4.$$

Здесь a — пространственный масштаб, r — галактоцентрическое расстояние, ρ_0 — плотность в центре галактики. Представим, что некоторая галактика следует такому распределению плотности, а её полная масса равна $3 \cdot 10^{11} \mathcal{M}_\odot$ при $a = 4$ кпк.

а) Оцените плотность ρ_0 в массах Солнца на кубический парсек.

б) Какая доля от полной массы находится внутри сферы радиусом a ?

с) Получите выражение для потенциала $\Phi(r) = -G \int_r^{+\infty} \frac{\mathcal{M}(r')}{r'^2} dr'$.

д) Определите максимальное значение круговой скорости при указанных выше параметрах галактики.

Т8. Крыльев им не дано

Рассмотрим двойную затменную переменную звезду, состоящую из двух одинаковых компонент солнечного типа. Затмения центральные. Видимый блеск системы изменяется от $+10.5^m$ до $+9.5^m$. Грубо оцените расстояние между центрами компонентов системы и период изменения блеска, а также вычислите расстояние до системы.

Т9. Спасательный круг

Оцените периоды прецессии:

а) Земли, если бы Луны не существовало (при прочих равных);

б) Марса.

Известно, что экваториальные радиусы Земли и Марса больше соответствующих полярных радиусов на 20 километров.

Т10. Спидран по галактикам

Загадочный источник излучения, находящийся на расстоянии 30 кпк от Солнца, обладает наблюдаемым значением собственного движением $4''/\text{год}$. Определите допустимые значения угла между вектором скорости объекта и лучом зрения, считая движение прямолинейным и скорость постоянной, причем не превышающей $0.99c$.