

**T1. Не забудь сохраниться!**

Галактика представлена простой моделью потенциала

$$\Phi(r) = -\frac{GM}{c + \sqrt{c^2 + r^2}},$$

где  $M = 10^{10} M_{\odot}$  и  $c = 0.2$  кпк,  $r$  — галактоцентрическое расстояние. В некоторый момент звезда находилась на расстоянии 3 кпк от центра галактики и имела скорость 70 км/с, направленную перпендикулярно радиус-вектору.

- Определите минимальное и максимальное расстояние от звезды до центра галактики.
- На каком расстоянии от центра галактики скорость звезды оказывается равной круговой?
- Оцените изменение азимута объекта за один виток между последовательными прохождениями апоцентров.

**T2. Хочешь знать, откуда эти шрамы**

Шарообразный однородный астероид радиусом 10 км подвергся безжалостному внешнему воздействию, вследствие чего на его поверхности образовался кратер со сферической поверхностью. Центр кратера находится на глубине 200 м под первоначальной точкой поверхности, а диаметр кратера по прямой между краями составил 800 м.

- Какую долю своего вещества потерял астероид?
- Какую долю неба одновременно видит сидящий в центре кратера наблюдатель?
- Какая область неба принципиально доступна для наблюдения из центра кратера, если центр находится на широте  $60^\circ$ ?
- Оцените потенциальную энергию тела единичной массы в центре кратера, если средняя плотность астероида  $2 \text{ г/см}^3$ .

**T3. Годографические изогоны**

Астероид обращается вокруг Солнца по эллиптической орбите. Пусть  $A$  и  $B$  — некоторые точки на орбите, в которых углы между радиус-вектором и вектором скорости тела равны. Скорость астероида в точке  $A$  равна  $V$ , а в точке  $B$  —  $xV$ .

- Найдите скорость астероида в момент, когда расстояние до центрального тела равно большой полуоси его орбиты.
- Пусть  $z$  — максимально возможное значение коэффициента  $x$  для данной орбиты. Определите максимальный угол между радиус-вектором и вектором скорости в ходе орбитального движения тела.

**Т4. Миллион и вертолёт**

Рассмотрим звёзды, высоты которых в верхней и нижней кульминациях одновременно удовлетворяют условиям

$$\begin{cases} 0^\circ \leq h_{\text{В.К.}} \leq H, \\ -H \leq h_{\text{Н.К.}} \leq 0^\circ, \end{cases} \quad \text{где } 0^\circ \leq H \leq 90^\circ.$$

- На каких широтах  $\varphi$  найдутся звёзды, удовлетворяющие данным условиям при некотором фиксированном значении  $H$ ?
- При каких значениях  $H$  на любой широте найдутся такие звёзды?
- При каких значениях  $H$  и  $\varphi$  условию удовлетворяет максимальное количество звёзд?

Считайте, что звёзды распределены на небесной сфере равномерно.

**Т5. Корабельная газодинамика**

Движущийся прямолинейно космический корабль попадает в молекулярное водородное облако диаметром 5 пк и массой  $200 M_\odot$  и выключает двигатели, обладая скоростью 100 м/с. Площадь миделева сечения корабля составляет  $4 \text{ м}^2$ , масса равна 10 т. Для простоты считайте облако однородным шаром.

- Насколько изменится скорость корабля, если он проходит облако по диаметру?
- Как долго корабль будет двигаться сквозь облако?
- В какой точке корабль остановится?

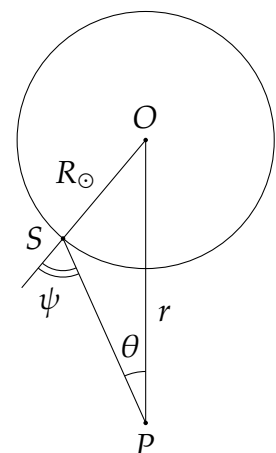
**Т6. Варкалось**

Неподвижный наблюдатель находится на расстоянии 0.5 а. е. от центра Солнца. Близ центра оптического диапазона потемнение диска Солнца к краю описывается соотношением

$$I(\psi) = (a_0 + 0.9 \cos \psi - 0.2 \cos^2 \psi) \cdot I(0),$$

где угол  $\psi$  определяется как показано на рисунке.

- Какую долю от центральной интенсивности наблюдатель увидит на лимбе Солнца?
- Какую долю радиуса составляет расстояние, на котором интенсивность равна половине центральной?
- Оцените разность звёздных величин при прохождении Меркурия по диску Солнца в момент второго контакта и прохождения Меркурия через центр Солнца. Считайте орбиту Меркурия круговой с радиусом 0.4 а. е.



**Т7. Я разогнался посмотреть**

Представьте себе, что вы летите на звездолёте с субсветовой скоростью  $v := \beta c$ . Курсовым углом  $\kappa$  некоторого объекта будем называть угол между направлением на этот объект и на апекс движения звездолёта. Вследствие аберрации света курсовой угол одного и того же объекта при наблюдении с покоящегося относительно окружающих звёзд и движущегося звездолёта различаются.

- а) Выразите курсовой угол в системе отсчёта движущегося звездолёта  $\kappa_z$  через аналогичный угол в системе отсчёта звёзд  $\kappa_s$  и безразмерную скорость  $\beta$ .

*Подсказка.* Аберрация света описывается формулой

$$\cos \theta_z = \frac{\cos \theta_s - \beta}{1 - \beta \cos \theta_s},$$

где  $\theta_s$  и  $\theta_z$  — угол между скоростью источника  $\beta$  и направлением на источник в системе отсчёта источника и наблюдателя соответственно.

- б) На каком курсовом угле  $\kappa_z$  вы увидите звёзды в их истинном цвете, если звездолёт движется со скоростью  $\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ?

*Подсказка.* Релятивистский эффект Доплера вычисляется по формуле

$$\nu_z = \nu_s \gamma (1 - \beta \cos \theta_s),$$

где  $\nu_s$  и  $\nu_z$  — частоты излучения в системе отсчёта источника и наблюдателя соответственно;  $\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$  — лоренц-фактор.

- в) На каком курсовом угле  $\kappa_s$  окажутся звёзды из предыдущего пункта, если звездолёт остановится?

- д) Какую долю небесной сферы занимают звёзды, видимые глазом со звездолёта, движущегося со скоростью  $\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ?

Для простоты считайте, что на покоящемся корабле вы бы увидели космос, равномерно заполненный точечными источниками, излучающими на длине волны 550 нм, а ваши глаза воспринимают излучение в диапазоне от 380 нм до 760 нм. Изменение интенсивности излучения вследствие релятивистских эффектов учитывать не будем.

- е) Какую долю небесной сферы будут занимать *те же* звёзды из предыдущего пункта, если звездолёт остановится?

**Т8. Ящик Пандоры**

Рассмотрим скопление галактик, располагающееся на  $z = 0.3$  и имеющее угловой диаметр  $\theta_{200} \sim 10'$  при среднеквадратичном отклонении красных смещений отдельных входящих в скопление галактик  $\sigma_z \approx 0.005$ .

Оцените динамическую массу скопления тремя способами:

- исходя из указанного размера скопления;
- в предположении динамического равновесия входящих в скопление галактик;
- используя соотношение из Ferragamo et al. (2021), связывающее *одномерное* среднеквадратичное отклонение скорости галактик в скоплении и его массу:

$$\frac{\sigma_{200}}{\text{км/с}} = A \left( \frac{h(z) M_{200}}{10^{15} M_{\odot}} \right)^{\alpha + \beta z}; \quad \begin{aligned} A &= 1172, \\ \alpha &= 0.35, \\ \beta &= 0.02. \end{aligned}$$

Величины с индексом «200» относятся к области вокруг центра скопления, в пределах которой средняя плотность превышает критическую плотность в 200 раз. Как соотносятся полученные результаты?

**Т9. Шалость удалась?**

Два юных любителя экспериментальной физики позаимствовали в лаборатории дифракционную решётку длиной 2 см с характеристикой 100 штрихов на мм. Смогут ли они при должной смекалке разрешить фраунгоферовы линии H и K Ca II?

*Подсказка.* Расстояние между линиями H и K примерно совпадает с расстоянием между линиями  $H_{\gamma}$  и  $H_{\epsilon}$ .