

T1. Не забудь сохраниться!

Галактика представлена простой моделью потенциала

$$\Phi(r) = -\frac{GM}{c + \sqrt{c^2 + r^2}},$$

где $M = 10^{10} M_{\odot}$ и $c = 0.2$ кпк, r — галактоцентрическое расстояние. В некоторый момент звезда находилась на расстоянии 3 кпк от центра галактики и имела скорость 70 км/с, направленную перпендикулярно радиус-вектору.

- Определите минимальное и максимальное расстояние от звезды до центра галактики.
- На каком расстоянии от центра галактики скорость звезды оказывается равной круговой?
- Оцените изменение азимута объекта за один виток между последовательными прохождениями апоцентров.

T2. Хочешь знать, откуда эти шрамы

Шарообразный однородный астероид радиусом 10 км подвергся безжалостному внешнему воздействию, вследствие чего на его поверхности образовался кратер со сферической поверхностью. Центр кратера находится на глубине 200 м под первоначальной точкой поверхности, а диаметр кратера по прямой между краями составил 800 м.

- Какую долю своего вещества потерял астероид?
- Какую долю неба одновременно видит сидящий в центре кратера наблюдатель?
- Какая область неба принципиально доступна для наблюдения из центра кратера, если центр находится на широте 60° ?
- Оцените потенциальную энергию тела единичной массы в центре кратера, если средняя плотность астероида 2 г/см^3 .

T3. Годографические изогоны

Астероид обращается вокруг Солнца по эллиптической орбите. Пусть A и B — некоторые точки на орбите, в которых углы между радиус-вектором и вектором скорости тела равны. Скорость астероида в точке A равна V , а в точке B — xV .

- Найдите скорость астероида в момент, когда расстояние до центрального тела равно большой полуоси его орбиты.
- Пусть z — максимально возможное значение коэффициента x для данной орбиты. Определите максимальный угол между радиус-вектором и вектором скорости в ходе орбитального движения тела.

Т4. Миллион и вертолёт

Рассмотрим звёзды, высоты которых в верхней и нижней кульминациях одновременно удовлетворяют условиям

$$\begin{cases} 0^\circ \leq h_{\text{В.К.}} \leq H, \\ -H \leq h_{\text{Н.К.}} \leq 0^\circ, \end{cases} \quad \text{где } 0^\circ \leq H \leq 90^\circ.$$

- На каких широтах φ найдутся звёзды, удовлетворяющие данным условиям при некотором фиксированном значении H ?
- При каких значениях H на любой широте найдутся такие звёзды?
- При каких значениях H и φ условию удовлетворяет максимальное количество звёзд?

Считайте, что звёзды распределены на небесной сфере равномерно.

Т5. Корабельная газодинамика

Движущийся прямолинейно космический корабль попадает в молекулярное водородное облако диаметром 5 пк и массой $200 M_\odot$ и выключает двигатели, обладая скоростью 100 м/с. Площадь миделева сечения корабля составляет 4 м^2 , масса равна 10 т. Для простоты считайте облако однородным шаром.

- Насколько изменится скорость корабля, если он проходит облако по диаметру?
- Как долго корабль будет двигаться сквозь облако?
- В какой точке корабль остановится?

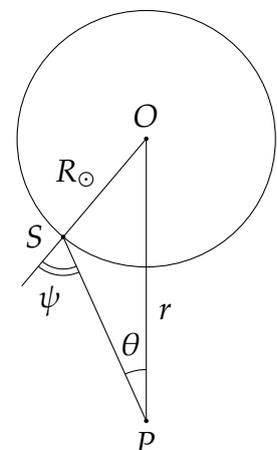
Т6. Варкалось

Неподвижный наблюдатель находится на расстоянии 0.5 а. е. от центра Солнца. Близ центра оптического диапазона потемнение диска Солнца к краю описывается соотношением

$$I(\psi) = (a_0 + 0.9 \cos \psi - 0.2 \cos^2 \psi) \cdot I(0),$$

где угол ψ определяется как показано на рисунке.

- Какую долю от центральной интенсивности наблюдатель увидит на лимбе Солнца?
- Какую долю радиуса составляет расстояние, на котором интенсивность равна половине центральной?
- Оцените разность звёздных величин при прохождении Меркурия по диску Солнца в момент второго контакта и прохождения Меркурия через центр Солнца. Считайте орбиту Меркурия круговой с радиусом 0.4 а. е.



Т7. Я разогнался посмотреть

Представьте себе, что вы летите на звездолёте с субсветовой скоростью $v := \beta c$. Курсовым углом κ некоторого объекта будем называть угол между направлением на этот объект и на апекс движения звездолёта. Вследствие абберации света курсовой угол одного и того же объекта при наблюдении с покоящегося относительно окружающих звёзд и движущегося звездолёта различаются.

- а) Выразите курсовой угол в системе отсчёта движущегося звездолёта κ_z через аналогичный угол в системе отсчёта звёзд κ_s и безразмерную скорость β .

Подсказка. Абберация света описывается формулой

$$\cos \theta_z = \frac{\cos \theta_s - \beta}{1 - \beta \cos \theta_s},$$

где θ_s и θ_z — угол между скоростью источника β и направлением на источник в системе отсчёта источника и наблюдателя соответственно.

- б) На каком курсовом угле κ_z вы увидите звёзды в их истинном цвете, если звездолёт движется со скоростью $\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$?

Подсказка. Релятивистский эффект Доплера вычисляется по формуле

$$\nu_z = \nu_s \gamma (1 - \beta \cos \theta_s),$$

где ν_s и ν_z — частоты излучения в системе отсчёта источника и наблюдателя соответственно; $\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ — лоренц-фактор.

- в) На каком курсовом угле κ_s окажутся звёзды из предыдущего пункта, если звездолёт остановится?

- д) Какую долю небесной сферы занимают звёзды, видимые глазом со звездолёта, движущегося со скоростью $\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$?

Для простоты считайте, что на покоящемся корабле вы бы увидели космос, равномерно заполненный точечными источниками, излучающими на длине волны 550 нм, а ваши глаза воспринимают излучение в диапазоне от 380 нм до 760 нм. Изменение интенсивности излучения вследствие релятивистских эффектов учитывать не будем.

- е) Какую долю небесной сферы будут занимать *те же* звёзды из предыдущего пункта, если звездолёт остановится?

Т8. Ящик Пандоры

Рассмотрим скопление галактик, располагающееся на $z = 0.3$ и имеющее угловой диаметр $\theta_{200} \sim 10'$ при среднеквадратичном отклонении красных смещений отдельных входящих в скопление галактик $\sigma_z \approx 0.005$.

Оцените динамическую массу скопления тремя способами:

- исходя из указанного размера скопления;
- в предположении динамического равновесия входящих в скопление галактик;
- используя соотношение из Ferragamo et al. (2021), связывающее *одномерное* среднеквадратичное отклонение скорости галактик в скоплении и его массу:

$$\frac{\sigma_{200}}{\text{км/с}} = A \left(\frac{h(z) M_{200}}{10^{15} M_{\odot}} \right)^{\alpha + \beta z}; \quad \begin{aligned} A &= 1172, \\ \alpha &= 0.35, \\ \beta &= 0.02. \end{aligned}$$

Величины с индексом «200» относятся к области вокруг центра скопления, в пределах которой средняя плотность превышает критическую плотность в 200 раз. Как соотносятся полученные результаты?

Т9. Шалость удалась?

Два юных любителя экспериментальной физики позаимствовали в лаборатории дифракционную решётку длиной 2 см с характеристикой 100 штрихов на мм. Смогут ли они при должной смекалке разрешить фраунгоферовы линии H и K Ca II?

Подсказка. Расстояние между линиями H и K примерно совпадает с расстоянием между линиями H_{γ} и H_{ϵ} .