

D1. Козырь в галактическом рукаве

Махнула левым рукавом — стало
озеро, махнула правым — поплыли
по озеру белые лебеди...

Русская народная сказка

Вопрос о форме и количестве спиральных рукавов Галактики до сих пор окончательно не решён. В рамках задачи рассмотрим наиболее простую модель центральной линии рукава — логарифмическую спираль. В галактоцентрической системе координат, где в плоскости Галактики галактоосевое расстояние R отсчитывается от центра Галактики, а галактоцентрическая долгота λ — от линии «центр Галактики – Солнце» по часовой стрелке и измеряется в радианах, логарифмическая спираль задаётся формулой

$$R(\lambda) = |R_0 - X_0|e^{\lambda \tan i},$$

где i — угол закрутки рукава, R_0 — расстояние от Солнца до центра Галактики, X_0 — позиционный параметр рукава.

Будем работать с двумя близкими к Солнцу крупными рукавами — Персея и Стрельца:

Название	R_0 , кпк	X_0 , кпк	i , °
Рукав Стрельца	8.0	1.3	−13
Рукав Персея	8.0	−1.7	−6.2

Поскольку наблюдения объектов проводятся из солнечной окрестности, удобно использовать декартову гелиоцентрическую систему координат: ось X в ней направлена от Солнца к центру Галактики, ось Y — в сторону вращения Галактики. Параметр X_0 в модели рукавов при этом соответствует координате пересечения рукавом направления на галактический центр.

- Постройте схему расположения данных спиральных рукавов в проекции на плоскость Галактики в декартовых гелиоцентрических координатах. Масштаб по осям при этом должен быть одинаковым, а диапазон λ должен соответствовать реальному расположению рукавов в широкой окрестности Солнца. Также крупными точками отметьте центр Галактики и Солнце.
- Определите расстояние от Солнца до центральных линий обоих рукавов.
- Постройте зависимость наблюдаемой из Солнечной системы лучевой скорости объектов в данных спиральных ветвях от галактической долготы l объекта. Считайте, что все объекты движутся по круговым орбитам. Расчётная модельная кривая вращения Галактики дана в файле **r_curve.txt**: в первом столбце записаны галактоосевые расстояния в кпк, во втором — величина круговой скорости в км/с.

D2. Правнуки Кеплера

Если я видел дальше других,
то потому, что стоял на плечах
гигантов [мысли – прим. ред.].

Исаак Ньютон

Вам предложен коллаж **Mars_trace.png** фотографий Марса, сделанных Д. Т. в течение апреля 2025 года. На нём видны две яркие звезды, а также положения Марса с подписанными датами в формате Месяц/День/Часы:Минуты. Также отмечена точка ближайшего к съёмке стояния и указана его дата.

Указание. Теоретическая зависимость углового расстояния D [rad], на которое объект сместился от «западной» точки стояния, от времени t [yr], прошедшего с соответствующего стояния:

$$D(t) = 2\pi t - \operatorname{arccotan} \left(\frac{\cos(2\pi f_a(t + t_0)) - 1/a}{\sin(2\pi f_a(t + t_0))} \right) + \text{const.}$$

Здесь D — угловое расстояние, выраженное в радианах, параметр a — большая полуось орбиты объекта, выраженная в астрономических единицах.

Величина t_0 , выраженная в годах, при $a \in [1; 3]$ AU вычисляется по приближённой формуле

$$t_0 [\text{yr}] \approx 0.058 \cdot \ln(a [\text{AU}]) + 0.075.$$

В то же время величина f_a вычисляется как

$$f_a [\text{yr}^{-1}] = 1 - a^{-3/2}.$$

Задание:

- Назовите две яркие звезды на фотографии.
- Получите зависимость пройденного Марсом расстояния (в относительных единицах) от времени. Постройте график.
- Определите величину a большой полуоси Марса.
- Оцените погрешность a .
- Сравните полученную величину a с известным значением. Сделайте выводы.
- Какой физический смысл имеют величины t_0 и f_a ?

D3. Уверенность в завтрашнем дне

«Кто-то посчитал, какова вероятность, что Солнце взойдёт в $(N + 1)$ -й календарный день, если вошло в прошлые N календарных дней, потом все результаты сжёг...»

- a) Постройте график зависимости указанной вероятности от значения N для Мурманска ($68^\circ 58'$ с. ш.).
- b) Постройте тепловую или контурную карту зависимости указанной вероятности от широты и значения N .
- c) На каких широтах уверенность в завтрашнем $(N + 1)$ -м восходе убывает быстрее всего с ростом N ? Ответ объясните.
- d) На каких широтах вероятность наступления 90-го восхода подряд превышает 95 %?
- e) Пусть N дней подряд были восходы, а затем N дней подряд восходов не было. Какова вероятность, что на следующий день Солнце взойдёт? Постройте график.

Рефракцией и угловым размером Солнца пренебрегите.