

Т1. Прозрачность оказалась временной

Около главной оптической оси тонкой плосковыпуклой линзы с постоянной скоростью $\vec{v}$ ползёт муха. В некоторый момент времени скорость её изображения составила $a\vec{v}$. На одну из поверхностей линзы мгновенно наносят идеально отражающее серебряное нанопокрывтие, и скорость изображения становится равной $b\vec{v}$. Показатель преломления стекла $n = 1.4$.

Какие значения может принимать отношение a/b , если $|a| = 4$?

Т2. Земле добавили метр

Радиус орбиты Земли увеличили на метр.

- На сколько изменится расстояние, которое Земля пролетает за 365 суток по своей орбите вокруг Солнца, если радиус орбиты увеличится на метр?
- Считая изменение радиуса орбиты квазистационарным, оцените работу, которую нужно совершить, чтобы осуществить такой «подъём» Земли, если силу «тяги» направить:
 - вдоль вектора орбитальной скорости Земли;
 - в радиальном направлении.

Т3. Свет ушёл в непрозрачные активы

Представим молекулярный водород в Галактике в крайне упрощенной модели как однородную кольцеобразную структуру с внутренним радиусом 4.0 кпк, внешним радиусом 7.5 кпк и толщиной 200 пк при суммарной массе $2 \cdot 10^9 M_{\odot}$.

Известно, что поглощение в полосе V связано с лучевой концентрацией атомов водорода по формуле $A_V = 5.2 \cdot 10^{-22} \cdot N_H$, где N_H измеряется в см^{-2} . Расстояние от Солнца до центра Галактики равно $R_0 = 8.0$ кпк, Солнце находится в плоскости симметрии диска.

- Оцените поглощение в полосе V , создаваемое только данной средой, для объекта с галактическими координатами $(b, l) = (0^\circ, 0^\circ)$ на расстоянии 3 кпк от Солнца.
- Определите то же для объекта с галактическими координатами $(b, l) = (5^\circ, 40^\circ)$ на расстоянии 3 кпк от Солнца.
- Каково максимальное поглощение при гелиоцентрическом расстоянии 6 кпк на галактической долготе $l = 50^\circ$ в рассматриваемой модели?
- Оцените полученные выше величины поглощений на соответствие реальности. В случае отклонений опишите возможные причины таковых.

Т4. Тёмную материю прижали логарифмом

Одна из простейших моделей потенциала гало тёмной материи — так называемое логарифмическое гало, задаваемое формулой для потенциала

$$\Phi_L = W^2 \ln \left(R_c^2 + R^2 + \frac{z^2}{q^2} \right) + \text{const.}$$

Здесь R и z — галактоосевое расстояние и отклонение от плоскости Галактики (в кпк), q — отношение осей эквипотенциальных поверхностей, R_c — масштабное расстояние (в кпк), W^2 — постоянный множитель размерности квадрата скорости, обычно выражаемый в $(\text{км/с})^2$.

- Считая гало бесконечно протяжённым, выразите величину круговой скорости в экваториальной плоскости потенциала и получите выражение предельного значения скорости при $R \rightarrow +\infty$.
- Предположим, что круговая скорость на бесконечности равна 220 км/с, а масштабное расстояние составляет 12 кпк. Во сколько раз меньше реальной скорости Солнца оказывается круговая скорость на расстоянии Солнца от центра Галактики, обеспечиваемая только вкладом гравитации гало?
- Точная форма гало известна довольно плохо. Предположим для простоты, что гало является сферически-симметричным, и сохраним параметры из предыдущего пункта.

Некоторая звезда на расстоянии 10.0 кпк от центра гало имела скорость, перпендикулярную радиус-вектору, равную 100 км/с. Покажите, что траектория является плоской. Если движение ограничено по расстоянию, определите минимальное и максимальное расстояния от центра гало. Если движение не ограничено, определите минимальное и максимальное значения скорости на траектории.

- Выведите формулу для зависимости плотности от расстояния в случае сферически-симметричного гало. Известно, что в таком случае потенциал и плотность связаны соотношением

$$\left| \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) \right| = 4\pi G \rho(r).$$

Чему равна плотность темной материи в центре гало и на расстоянии Солнца от центра гало? Ответы выразите в $\mathcal{M}_\odot/\text{пк}^3$.

Т5. Вселенная не оставила в покое

Рассмотрим абсолютно чёрную сферическую пылинку радиусом R и массой m в пустой и холодной Вселенной, заполненной лишь реликтовым излучением температурой T . Оцените длину свободного пробега частицы пыли с точностью до числового коэффициента.

Т6. Доклад с орбиты — без перерыва

В плоскости экватора по круговой орбите радиусом $1.40 \cdot 10^4$ км движется спутник. Для наблюдателя на широте 50° с. ш. определите:

- топоцентрическое склонение спутника в момент верхней кульминации спутника;
- топоцентрическое склонение спутника в момент его восхода;
- сколько времени проходит от восхода до захода спутника;
- какое минимальное количество спутников необходимо разместить на указанной орбите, чтобы наблюдатель в каждый момент времени мог наблюдать хотя бы один спутник данного семейства.

Т7. Светимость объяснила темпы

Некоторая дисковая галактика наблюдается из Млечного Пути. Известно, что её поверхностная яркость распределена по экспоненциальному закону:

$$I(R) = I_0 e^{-R/h},$$

где R — расстояние от центра галактики в её плоскости, $h = 3$ кпк — радиальный масштаб, $I_0 = 2 \cdot 10^2 L_\odot / \text{пк}^2$ — центральная поверхностная яркость в полосе V . Расстояние до галактики составляет 50 Мпк.

- Оцените среднюю поверхностную яркость галактики μ_V в пределах круга радиусом h при наблюдении галактики плашмя, выразите её в $^m/\square''$.
- Представим, что темп звездообразования связан со светимостью L_U (Вт) в полосе U соотношением

$$\text{SFR} [\mathcal{M}_\odot/\text{год}] = \kappa L_U,$$

В данной галактике $\text{SFR} = 0.2 \mathcal{M}_\odot/\text{год}$. Вычислите значение κ .

- Галактика видна под углом 40° к лучу зрения. Известно, что в направлении на галактику полное поглощение из пункта наблюдения в окрестности Солнца в полосе V составляет $A_V = 3^m$. Оцените среднюю наблюдаемую поверхностную яркость в полосе B , создаваемую той же областью галактики, что и в первом пункте задачи. Наличием межзвездной среды в наблюдаемой галактике пренебречь.

Справочно:

Собственные показатели цвета галактики

$$(U - B)_0 = 0.4, (B - V)_0 = 0.7$$

Абсолютные звёздные величины Солнца

$$V_\odot = 4.83, B_\odot = 5.48, U_\odot = 5.61$$

Данные о полосе U

$$\lambda_{\text{eff}} = 365 \text{ нм, характерная ширина } 66 \text{ нм}$$

Т8. Оппозиция не помешала трансферу

В один прекрасный день D на Земле наблюдалось противостояние Марса и Венеры. Расположение планет было таково, что Марс вновь противостоял Венере на земном небе через наименьший возможный промежуток времени.

- а) Каков промежуток времени между этими двумя противостояниями?
- б) Через какой минимальный промежуток времени после дня D возможно отправить с Земли на Марс космический аппарат по гомановской траектории?
- в) Определите расстояние от аппарата до Венеры на «полпути» — в момент, когда аппарату осталось лететь столько же времени, сколько прошло с его запуска.

Орбиты планет считайте круговыми и лежащими в одной плоскости.

Т9. Неповторимая заря

И вновь поднимется заря,
С зарёй обнимется Земля...

В некоторый день Солнце пересекло математический горизонт в $8^h 16.5^m$ по местному солнечному времени. Следующий восход Солнца в том же пункте зафиксировали в $8^h 12.6^m$.

- а) На каких широтах и в какие дни года возможно такое наблюдение?
- б) Определите возможный азимут первого из описанных восходов Солнца.

Рефракцией, угловыми размерами Солнца и уравнением времени пренебрегите.

Т10. Жизнь — туда и обратно

Космический корабль звёздного класса совершает прямолинейный межзвёздный круиз по маршруту Земля–Земля. В течение полёта корабль движется с постоянным по величине ускорением g в мгновенно сопутствующих кораблю инерциальных системах отсчёта.

Во сколько раз изменится предельное возможное удаление корабля от Земли, если увеличить ускорение на 10 %? Продолжительность круиза с точки зрения пассажиров составляет 70 лет.