

D1 Планета, спрятанная в шуме

В вашем распоряжении серия высокоточных измерений лучевой скорости звезды солнечного типа. Наблюдения велись двумя спектрографами на протяжении нескольких лет. Предполагается наличие как минимум одной планеты малой массы.

В файле `rv_star.dat` приведены результаты наблюдений:

- BJD — барицентрическая юлианская дата наблюдения;
- RV — измеренная лучевая скорость звезды в м/с, приведённая к барицентрической системе отсчёта Солнечной системы;
- sigma_RV — оценка случайной ошибки измерения (1σ) в м/с;
- inst — код инструмента (A или B).

D1.1 Первичный анализ данных

- Постройте графики зависимости лучевой скорости v_i от времени t_i . Точки, соответствующие измерениям, полученным различными инструментами, нанесите различным цветом.
- Исследуйте данные спектрографов на наличие систематического различия их нулевых точек.

D1.2 Поиск периода

Для поиска периодических сигналов в неравномерно отсэмплированном по времени наборе измерений $\{t_i; (v_i \pm \sigma_i)\}$ часто используют *периодограмму Ломба — Скаргла*. В данной работе предлагаем использовать её взвешенную модификацию для учёта неравноточности измерений.

Пусть $w_i \equiv 1/\sigma_i^2$ — веса, \bar{v} и σ_v^2 — взвешенное среднее и дисперсия:

$$\bar{v} = \frac{\sum_i w_i v_i}{\sum_i w_i}, \quad \sigma_v^2 = \frac{\sum_i w_i (v_i - \bar{v})^2}{\sum_i w_i}.$$

Для заданной угловой частоты $\omega \equiv \frac{2\pi}{P}$ вводится сдвиг по времени $\tau(\omega)$, определяемый условием

$$\tan(2\omega\tau) = \frac{\sum_i w_i \sin(2\omega t_i)}{\sum_i w_i \cos(2\omega t_i)}.$$

Тогда периодограмма имеет вид

$$\Pi(\omega) = \frac{1}{2\sigma_v^2} \left[\frac{\left(\sum_i w_i (v_i - \bar{v}) \cos \omega(t_i - \tau) \right)^2}{\sum_i w_i \cos^2 \omega(t_i - \tau)} + \frac{\left(\sum_i w_i (v_i - \bar{v}) \sin \omega(t_i - \tau) \right)^2}{\sum_i w_i \sin^2 \omega(t_i - \tau)} \right].$$

- c) Рассчитайте и визуализируйте периодограмму для объединённого набора данных.
- d) Определите период P доминирующего периодического сигнала и оцените его неопределённость.
- e) Постройте фазовую кривую лучевой скорости, свернув времена наблюдений с найденным периодом P .

D1.3 Круговая орбита

Предположим, что орбита планеты круговая, а луч зрения почти совпадает с плоскостью орбиты. В этом приближении лучевая скорость звезды относительно центра масс системы может быть представлена как

$$\hat{v}(t) = K \sin\left(2\pi \frac{t - T_0}{P}\right) + \text{const},$$

- f) Подгоните параметры K и T_0 , минимизируя взвешенную сумму квадратов невязок

$$\chi^2 = \sum_i \frac{[v_i - \hat{v}(t_i)]^2}{\sigma_i^2} \rightarrow \min.$$

D1.4 Эллиптическая орбита

Для более точного описания движения планеты необходимо учитывать возможную эллиптичность орбиты:

$$\hat{v}(t) = K [\cos(\nu(t) + \omega) + e \cos \omega] + \text{const},$$

где e — эксцентриситет орбиты, ω — аргументperiцентра, $\nu(t)$ — истинная аномалия планеты в момент времени t .

- g) Подгоните параметры K , e , ω , минимизируя взвешенную сумму квадратов невязок.
- h) Сравните качество аппроксимации в круговой ($e = 0$) и эллиптической ($e \neq 0$) модели. Можно ли уверенно утверждать, что орбита некруговая?

D1.5 Физические параметры планеты

- i) Оцените минимальную массу планеты в массах Земли и большую полуось орбиты в астрономических единицах.
- j) Сделайте качественный вывод о типе этой планеты (например, горячий юпитер).

D2 Войд не играет в хоккей

В файле `apjs417480t3_mrt.txt` представлен каталог внегалактических объектов с описанием полей каталога.

- a) Постройте гистограммы для распределения объектов по значению красного смещения для всех объектов, а также для двух выборок с ограничением по видимой звёздной величине: при $Ktmag < 9.00$ и при $Ktmag < 11.00$.
- b) Постройте Hockey Puck plot — «круглую» диаграмму распределения объектов относительно наблюдателя, которая представляет собой проекцию положения объектов цилиндрической области с осью вдоль перпендикуляра к плоскости Галактики на плоскость $b = 0^\circ$. Расстояния от оси цилиндра возьмите в пределах $cz \leq 15\,000$ км/с, от плоскости Галактики — в пределах $cz \leq 4\,000$ км/с.
- c) Постройте график зависимости средней поверхностной плотности галактик (в единицах на квадратный градус) для различных галактических широт в случае нескольких вариантов ограничения видимой звездной величины ($Ktmag < 9.00$, $Ktmag < 10.00$, $Ktmag < 11.00$, $Ktmag < 12.00$). Небо разделяйте на полосы по модулю галактической широты шириной 5° .
- d) Морфологический класс объекта (параметр `type`) указан в закодированном виде: первые один или два символа — числа, показывающие тип объекта, например, -9 означает квазар или в целом галактику с активным ядром, 0 означает линзовидную галактику, 15 означает пекулярную галактику; спиральные галактики разных подклассов обозначаются цифрами от 1 до 9. При этом код может и ограничиться первыми числовыми символами, особенно для эллиптических галактик. Определите количество спиральных галактик в каталоге.

Пример расшифровки обозначения: 3A2s — спиральная галактика (3=Sb), не обладает баром (A), довольно яркая (2), обладает s-образной формой (s).

D3 Крутится, вертится диск H I

В спектре компактного объекта (предположительно, белого карлика в тесной двойной системе) наблюдается яркая эмиссионная линия $\text{H}\alpha$ (6562.8 \AA) с двухвершинным профилем. Считается, что линия формируется в тонком аккреционном газовом диске, вращающемся вокруг центрального объекта по почти круговым кеплеровским орбитам.

Из других наблюдений известно, что плоскость диска составляет с картинной плоскостью угол $i = 75^\circ$.

В файле `disk_line.dat` приведён фрагмент нормированного спектра в окрестности линии $\text{H}\alpha$:

- `lambda` — длина волны в \AA ;
- `flux` — нормированный поток (континуум вне линии приведён к 1.00);
- `sigma_flux` — оценка случайной ошибки потока.

D3.1 Профиль линии $\text{H}\alpha$

- Постройте график зависимости `flux` от `lambda`.
- Найдите длины волн λ_1 и λ_2 двух основных максимумов линии, а также $\Delta\lambda_{\text{FWZI}}$ — ширину линии на уровне континуума (Full Width at Zero Intensity).
- Оцените лучевую скорость объекта относительно наблюдателя.

D3.2 Пики и подошвы

- Объясните наблюдаемую форму профиля линии. Считайте, что все дополнительные уширения намного меньше доплеровского уширения из-за вращения диска; в этой задаче ими можно пренебречь.
- Оцените отношение внешнего и внутреннего радиуса диска $R_{\text{out}}/R_{\text{in}}$.
Подсказка: считайте, что интенсивность излучения зависит преимущественно от количества вещества. Как вы думаете, где в спектре запечатлено излучение внутренней части диска? внешней части?

D3.3 Природа центрального объекта

Независимые оценки указывают, что внутренний край диска находится на расстоянии $R_{\text{in}} \approx 5 R_{\text{WD}}$, где характерный радиус белого карлика $R_{\text{WD}} \approx 9 \times 10^8 \text{ см}$.

- Оцените массу центрального объекта M в граммах и в массах Солнца.
- Согласуется ли полученный результат с предположением, что объект является белым карликом?