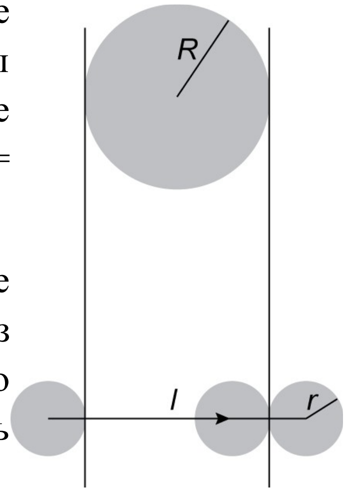
8-9 класс

1. **Условие.** Планета размером с Юпитер вращается вокруг похожей на Солнце звезды по круговой орбите с радиусом орбиты, равным большой полуоси орбиты Меркурия. Наблюдатели на Земле видят регулярные падения блеска звезды из-за прохождения этой планеты по ее диску. Оцените характерное время затмения.

   Решение. От момента когда «передний» край планеты впервые касается диска звезды, до момента, когда «задний» край звезды сходит с диска звезды, планете надо преодолеть расстояние равное сумме ее диаметра и диаметра звезды, т. е. $l = 2R + 2r = 1.5 \cdot 10^6$ км.



   Следует заметить, что планета движется не по прямой, а по дуге окружности. Но найденное расстояние примерно в 100 раз больше радиуса орбиты планеты. Столь короткая дуга мало отличима от прямой линии, что и позволяет нам упростить вычисления.

   Поскольку далекая звезда похожа на Солнце, то по 3-му закону Кеплера орбитальный период экзопланеты будет такой же как у Меркурия. За один сидерический период T = 88 дней экзопланета преодолеет расстояние $L = 2\pi a_{\text{mer}} \approx 2.4$ а.е. $\approx 3{,}6 \cdot 10^8$ км. Отсюда получаем ее скорость:

   $$v = L\ /\ T \approx 48 \text{ км/с.}$$

   Значит прохождение будет происходить в течение времени $t = l\ /\ v = 8.7$ часа = 8 ч. 41 мин.

   Рекомендации для жюри. Вывод о том, что, хотя масса Юпитера и больше чем Меркурия, суммарная динамическая масса системы определяется звездой, а значит период обращения при той же большой полуоси остается прежним — 1 балл. Для определения продолжительности прохождения планеты по диску звезды участник олимпиады должен определить расстояние, которое планета проходит по орбите во время затмения (3 балла), и ее среднюю скорость (2 балла). Еще 2 балла выставляется за вычисление окончательного ответа.

   Если при вычислении l или v допущены ошибки то часть баллов за ошибочную часть задачи не выставляется. Например, если для определения l используется только диаметр звезды или радиусы звезды и планеты вместо диаметров, то за каждую ошибку оценка данной части задачи уменьшается на 1 балл. Использование для определения v синодического вместо сидерического периода Меркурия штрафуется 2 баллами.

2. **Условие.** На поверхности каких планет земной группы можно наблюдать восход Солнца? Где он будет самым коротким? Оцените его длительность.

   Решение. К планетам земной группы относят Меркурий, Венеру, Землю и Марс. Венера покрыта столь густой пеленой облаков, что Солнце на венерианском небе не видно никогда. Значит и восход Солнца увидеть не удастся. На остальных планетах восход увидеть в принципе можно.

   Самым быстрым восход будет в том случае, когда Солнце будет вставать перпендикулярно горизонту, что возможно на экваторе планеты. На продолжительность восхода влияют два фактора: продолжительность солнечных суток на планете и угловой размер Солнца на небе планеты. Чем короче сутки, т. е. Чем быстрее вращается планет, тем восход короче. Также, чем меньше видимый размер Солнца, тем восход короче.

   Очевидно, Меркурий проигрывает по всем параметрам. На меркурианском небе Солнце самое большое, а солнечные сутки равны 176 дней.

   Рассчитаем продолжительность восхода на Земле. Солнце имеет угловой размер 32′, а солнечные сутки равны 24 часа. Значит минимальная продолжительность восхода составляет

$$T_з = \frac{32'}{360°} 24\, часа \approx 2\, мин.$$

   Минимальный размер солнечного диска на Марсе в афелии составляет 19′ (средний 21′). Продолжительность средних солнечных суток равна 24.66 часа. Отсюда

$$T_м = \frac{19'}{360°} 2466\, часа \approx 1.3\, мин. = 1\, мин.\, 18\, с.$$

   Для среднего размера диска Солнца получаем 1.4 мин. Значит самый короткий рассвет будет на Марсе.

   Рекомендации для жюри. Для ответа на первый вопрос надо указать те планеты земной группы, на которых в принципе возможно пронаблюдать восход Солнца, т. е. Меркурий, Земля и Марс. При правильном указании этих планет выставляется 2 балла. Если в этом списке отсутствует Земля, то то выставляется только 1 балл. При любом ином варианте баллы не выставляются.

   Условие, при котором восход Солнца самый короткий: наблюдения проводятся вблизи экватора, когда Солнце движется перпендикулярно горизонту — 1 балл. Вычисление углового размера Солнца с Земли и Марса оценивается в 2 балла. Определение времени восхода еще в 2 балла. Правильный ответ оценивается еще 1 баллом. Если вывод сделан только по синодическим периодам, а самый короткий восход все равно указан на Марсе, то в решении наверняка ошибка, поскольку самый короткий синодический период у Земли. Вычисления для Меркурия не оцениваются, ввиду очевидно большого периода вращения вокруг своей оси. Штрафа за использование звёздных суток вместо солнечных нет, ввиду малости эффекта.

3. **Условие.** Житель острова Киритимати (1°53′ с. ш., 157°24′ з. д., UTC+14) решил сплавать в гости к своему другу, живущему на острове Нуку-Хива (8°52′ ю. ш., 140°06′ з. д. , UTC-9.5). Для этого он сел на корабль, который по прямой со скоростью 40 км/ч доставил его на Нуку-Хива. Какой день был и сколько было времени на Нуку-Хива, когда туда прибыл путешественник, если он начал свой путь в полдень понедельника? UTC — всемирное время.

   Решение. Определим, сколько времени продолжалось плавание. Для начала вычислим расстояние между островами в градусах. Нуку-Хива находится на 10°45′ южнее и на 17°18′ восточнее Киритимати. Поскольку события происходят около экватора, а разница широт точек начала и конца путешествия не очень велика, можно пользоваться обычной геометрией, а именно, теоремой Пифагора. Тогда искомое расстояние между островами составляет

$$\gamma=\sqrt{10.75^2+17.3^2}=20.37^\circ=20^\circ 22'=0.3555\ \text{рад}$$

   Расстояние, пройденное кораблем, равно $l=R\gamma=2268\,\text{км}$. При скорости 40 км/ч путешествие должно было занять 2 дня 8 часов 40 минут. Дальше можно рассуждать несколькими способами.

   Время на Киритимати отличается от времени на Нуку-Хива на 23.5 часа, т. е. По времени Нуку-Хива путешественник отправился в путь в $12^h\ 30^m$ воскресенья. Тогда, прибыл он во вторник в $21^h\ 10^m$.

   С другой стороны, разница времени между островами $24-9.5-14=0.5$ часов. Однако, где-то между ними проходит линия перемены дат. Поэтому реальная разница во времени $23^h\ 30^m$.

   Рекомендации для жюри. Решение задачи разбивается на несколько этапов. Участник олимпиады должен определить на сколько часов отличается время в точке отправления и прибытия. Важно, что это «административное» время, отличающееся от местного или от поясного времени (под поясным подразумевается время данного часового пояса, как полосы в 15° по долготе на поверхности Земли). Если разница во времени определена как раз таким способом, то за нее, то эта часть оценивается в 1 балл (если само вычисление верное). Правильное вычисление разницы времени оценивается в 3 балла. Определение времени путешествия оценивается в 4 балла, а именно, определение углового расстояния между островами оценивается в 2 балла, перевод его в километры — еще 1 балл и собственно вычисление времени путешествия 1 балл. Окончательное вычисление времени прибытия на Нуку-Хива — 1 балл.

4. **Условие.** Космический аппарат «Dawn» в феврале 2015 года прибывает к последней цели своего путешествия — карликовой планете Церера. По пути он посетил Марс и долго исследовал астероид Веста. Определите, сколько времени потребовалось бы космическому аппарату для выполнения его программы, если бы после встречи с Марсом он двигался только по оптимальным (гомановским) эллипсам? Сколько времени у него было бы для исследования Весты? Орбиты Марса, Весты и Цереры считать круговыми и лежащими в одной плоскости. В момент отправки с Марса Церера отставала от него в орбитальном движении на 140º.

   Решение. Большая полуось орбиты Марса равна a_m = 1.5 а.е., Весты — a_v = 2.4 а.е. Значит большая полуось орбиты аппарата на первом участке полета равна

$$a_1 = \frac{a_m + a_v}{2} = 2\,a.e.$$

   По 3-му закону Кеплера время перелета по этой орбите от Марса до Весты окажется равным

$$T = T_0 \frac{1}{2} \left(\frac{a}{a_0} \right)^{3/2} = 1.4\,года.$$

   Здесь T_0 = 1 год и a_0 = 1 а.е. — сидерический период и радиус орбиты Земли. Прибыв на Весту космический аппарат совершил половину оборота вокруг Солнца, в то время, как Церера прошла лишь 1.4 / 4.6 = 0.3 своего пути. Значит, она отстает от Весты на 180º +140º – 1.4 /4.6 · 360 º ≈ 210º, или опережает на 150º.

   Большая полуось орбиты перелета на Цереру равна

$$a_2 = \frac{a_c + a_v}{2} = \frac{2.8 + 2.4}{2} = 2.6\,a.e.,$$

   а время перелета

$$T = T_0 \frac{1}{2} \left(\frac{a}{a_0} \right)^{3/2} = 2.1\,года.$$

   За это время Церера смещается по орбите на 2.1 / 4.6 · 360º = 164º, т. е. для того, чтобы аппарат встретился с Церерой, она должна опережать Весту на 16º.

   Синодический период Цереры для наблюдателя с Весты равен

$$S = \left(\frac{1}{T_v} - \frac{1}{T_c} \right)^{-1} = 16.6\,лет$$

   Значит до нужной конфигурации осталось

$$\frac{360^\circ - 164^\circ + 16^\circ}{360^\circ} \cdot S = 9.8\, лет$$

Все это время аппарат мог бы потратить на исследование Цереры. Полностью перелет от Марса к Церере занял бы 13.3 года.

Рекомендации для жюри. Решение задачи разделяется на 2 части. Во-первых, необходимо определить время перелетов по гомановской орбите. Эта часть оценивается в 3 балла. Определение положения Цереры в моменту прибытия КА к Весте оценивается в 1 балл, еще 2 балла выставляется за определение необходимого взаимного положения Весты и Цереры и времени, необходимого для ожидания этой конфигурации. Последний балл выставляется за формулировку окончательного ответа.

5. **Условие.** Космическое межзвездное облако имеет размер 100 а. е. и среднюю концентрацию 10^6 см$^{-3}$. Концентрация молекул воды в этом облаке составляет 10^{-5} от средней. Космический корабль пролетает через это облако по прямой со скоростью 50 км/с. Экипаж корабля решил пополнить бортовые запасы воды, раскрыв снаружи корабля специальную ловушку диаметром 10 м. За какое время удастся собрать этой ловушкой тонну воды? Масса молекулы воды $3 \cdot 10^{-23}$ г.

   Решение. Ловушка, пролетая сквозь облако заметает часть этого облака в форме цилиндра. Объем этого цилиндра равен

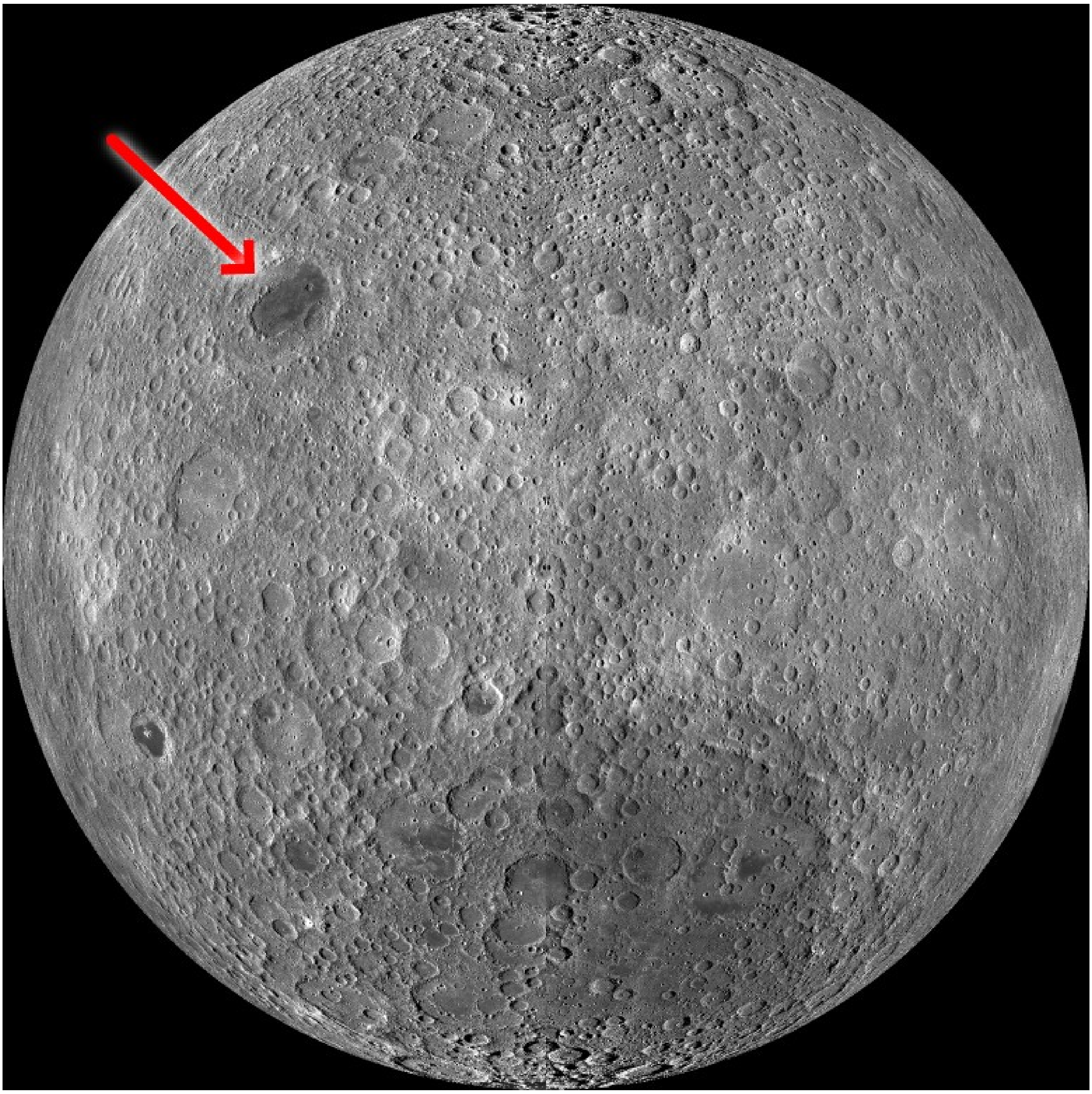
$$V = \pi r^2 l = 1.2 \cdot 10^{15}\, м^3.$$

   Здесь r — радиус ловушки, l — размер облака, т. е. длина пути корабля сквозь облако.

   Всего в одном кубическом сантиметре облака содержится 10^6 частиц, из них только 10^6 / 10^5 = 10 молекул воды. Значит в одном кубическом метре 10^7 молекул воды. При такой концентрации тонна воды содержится в объеме $3.3 \cdot 10^{21}$ м^3. Т. е. при пролете через это облако (который будет продолжаться в течение 9.5 лет) собрать необходимую массу воды не удастся.

   Рекомендации для жюри. Определение полного объема, который может «замести» ловушка оценивается в 2 балла. Определение количества частиц воды в этом объеме — 2 балла. Определение максимально возможной массы — 2 балла. Вывод о том, что необходимую массу воды собрать не удастся — 2 балла.

6. **Условие.** Перед Вами фотография одного из полушарий Луны. Оцените максимальный угловой размер лунного моря (отмечено стрелкой) при наблюдении с орбиты Венеры, поверхности Земли и Марса. Можно ли его пронаблюдать в этот момент с помощью 150 мм телескопа?



Решение. Измерим диаметр Луны с помощью линейки, получим величину 127 мм. Наибольший поперечник моря составляет около 1 см. Диаметр Луны равен 3476 км, значит наибольший поперечник D лунного моря достигает 274 км. Угловой размер (в радианах) можно оценить по формуле $\alpha = D/L$, где L — расстояние до Луны в момент наблюдений. Разумеется, наименьшим расстояние до Луны оказывается при наблюдении с Земли, но мы видим совершенно непривычную конфигурацию морей на Луне, а это значит что море находится на обратной, не видимой с Земли стороне. Поэтому данное море принципиально не наблюдаемо с нашей планеты, во всяком случае, в настоящее время. Формальный подсчёт углового размера не является ошибкой, если есть указание на его «мнимый характер».

При наблюдении с Венеры наилучшие условия складываются, когда Земля и Луна находятся в противостоянии. В это время с Венеры виден полностью освещённый диск Луны. Пренебрегая эксцентриситетом орбит, расстояние в этот момент составляет 1 — 0,72 = 0,277 а.е. ≈ 41.4 млн км. Подставляя это расстояния в формулу, находим угловой поперечный размер моря, составляющий $6.61 \cdot 10^{-6}$ радиан или 1.36″. Формальное разрешение 100-мм телескопа составляет 140/100= 1.4″. Таким образом, море видно с орбиты Венеры на пределе разрешения телескопа.

При наблюдении с Марса наибольший угловой размер Луны достигается при нижнем соединении Луны (при этом с Земли наблюдается противостояние Марса). Даже при «великих» противостояниях Марса расстояние не превышает 55 млн км, что соответствует угловому размеру моря в $4.98 \cdot 10^{-6}$ радиан или 1.03″. Это чуть меньше разрешающей способности телескопа, но в данной конфигурации к наблюдателю на Марсе обращена ночная сторона Луны, и наблюдения моря принципиально невозможны.

Рекомендации для жюри. Вывод о том, что это обратная сторона Луны, и море невозможно увидеть с Земли оценивается тремя баллами. Вычисление углового разрешения телескопа — 1 балл. Подсчет углового размера при наблюдении с Венеры — 2 бала. Вывод о том, что море наблюдаемо с Венеры в этот момент — 1 балл. Подсчет углового размера при наблюдении с Марса — 2. Вывод о тот, что море не наблюдаемо с Марса в этот момент — 1 балл.