Тренерский штаб сборной России по астрономии и астрофизике Методическая комиссия олимпиады школьников по астрономии имени В. Я. Струве



III Олимпиада школьников по астрономии имени В. Я. Струве

Заключительный этап

Задания, решения и критерии оценивания Методическое пособие

> Москва 2024

УДК 52(076.1) ББК 22.6

III Олимпиада школьников по астрономии имени В. Я. Струве. Заключительный этап. Задания, решения и критерии оценивания : методическое пособие / Под ред. И. А. Утешева, А. В. Веселовой — М.: 2024. — 40 с.

Олимпиада школьников по астрономии имени В. Я. Струве проводится для учащихся 7–8-х классов как дополнение к Всероссийской олимпиаде школьников по астрономии, в последних этапах которой принимают участие 9–11-классники. Олимпиада проводится для популяризации астрономии и других естественных наук, а также для выявления на раннем этапе способных и талантливых учащихся и их привлечения к систематическим занятиям астрономией.

Заключительный этап III олимпиады состоялся 16–17 мая 2024 года в распределённом формате в 53 регионах России от Камчатского края до Калининградской области.

Комплект заданий подготовлен методической комиссией олимпиады школьников по астрономии имени В. Я. Струве struve.astroedu.ru • struve@astroedu.ru

Авторы- Веселова А. В., СПбГУ (Санкт-Петербург)

составители: Волобуева М. И., ПФМЛ № 239 (Санкт-Петербург)

Игнатьев В. Б., лицей № 5, ФТЛ (Долгопрудный)

Утешев И. А., МФТИ, ЦПМ (Москва)

Шамбин А.И., АГУ (Республика Адыгея)

Редакторы: Утешев И. А. — письменный тур

Веселова А.В. — онлайн-тур

Рецензенты: Эскин Б. Б., СПбГУ (Санкт-Петербург)

Раменский М. С., НИУ ВШЭ, ЦПМ (Москва)

Тренерский штаб сборной России по астрономии и астрофизике выражает благодарность Министерству просвещения Российской Федерации и Московскому физико-техническому институту за поддержку инициативы по организации олимпиады, а также всех причастных к её проведению, в особенности членов жюри заключительного этапа олимпиады 2024 года: Автаеву А.А., Акметдинова Р.Р., Безбородову И. Н., Беспятого И.В., Венгерскую А.С., Веселову А.В., Голубеву О.Ю., Горбунова Н.А., Игнатьева В.Б., Костину М.В., Леденева Е.И., Орлова И.О., Русакова С.А., Утешева И.А., Шамбина А.И., Шишкину А.Ф.

Содержание

I	Пи	сьменный тур	4
7 в	хласс	2	6
	7.1	Ревёт ли зверь в лесу глухом	6
	7.2	Panthera uncia	8
	7.3	Пролив Дрейка	11
	7.4	Трансатлантический перелёт	13
	7.5	Красиво держат строй	15
	7.6	Все ходы записаны	18
8 K	сласс		22
	8.1	Ах, планетезимали	22
	8.2	Panthera uncia	24
	8.3	Далеко пойдёт	27
	8.4	Ты чего такой мрачный?	29
	8.5	Взаимность в дипломатии	32
	8.6	Все ходы записаны	35
II	Oı	нлайн-тур	39
Ст	іраі	зочные данные	40

Часть I

Письменный тур

На письменном туре участникам предложены 6 задач, на выполнение которых отводилось 3 часа 55 минут. Каждая задача предполагает представление развёрнутого письменного решения. Похожие задачи для разных классов имеют одинаковые названия, но разное содержание.

Решение каждого задания оценивается из 10 баллов. Максимальная оценка за тур — 60 баллов.

Принципы оценивания олимпиадных работ

- 1. Правильное решение оценивается полным баллом, при этом оно не обязано повторять авторское буквально или логически. Частично верное или совершенно неверное решение оценивается соответственно частичным баллом или нулём.
- 2. Решение участника разбивается на логические элементы (шаги). Каждый из шагов оценивается независимо в соответствии с критериями, приведёнными после авторского решения задачи. Оценка за задачу равна сумме оценок за каждый из критериев. За каждый из критериев выставляется *целая неотрицательная* оценка. Если критерием предусмотрен штраф, он применяется к полной оценке за критерий; штрафы в пределах одного критерия складываются.
- 3. Каждый критерий оценивается независимо. За одну и ту же ошибку участник не может быть «наказан» дважды.

Так, если критерии подразумевают выполнение последовательности действий и участник допускает ошибку, оценка снижается только за соответствующий шаг, а последующие результаты должны пересчитываться и оцениваться так, будто промежуточный ответ был правильным.

Исключение: если участник получил и проигнорировал заведомо абсурдный ответ (конечный или промежуточный), оценка снижается за все связанные критерии вплоть до нуля.

4. Оригинальные решения, не совпадающие с авторскими, оцениваются по аналогии, если в них возможно выделить аналогичные шаги.

Решение участника может оказаться более эффективным, чем авторское. В таком случае «выпадающие» критерии оцениваются в полном объёме.

5. Если участник совершает ошибку, не предусмотренную в критериях, член жюри самостоятельно определяет величину штрафа.

Оценка *не снижается* за плохой почерк, помарки, недостатки оформления и прочие не относящиеся к сути решения участника элементы, но может быть снижена за запись численных ответов с заведомо абсурдной точностью.

- 6. Для выставления справедливой оценки учитывается *вся проделанная участником работа*. Некоторые правильные идеи и догадки, имеющие отношение к корректному решению задачи, могут быть оценены суммарно в 1–2 балла даже при отсутствии конкретных продвижений.
- 7. Не оцениваются элементы, не имеющие отношения к решению конкретной задачи: отвлечённые факты и произвольные формулы. Однако если правильное решение содержит необязательные дополнения и комментарии с грубыми физическими и астрономическими ошибками, оценка может быть снижена.

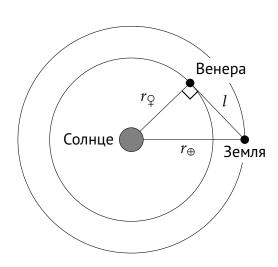
7 класс

7.1 Ревёт ли зверь в лесу глухом

Радиолокационная астрономия занимается исследованием тел Солнечной системы посредством излучения зондирующего сигнала и приёма отражённых радиоволн. Основная трудность такого метода заключается в ослаблении радиоволн с увеличением расстояния. В апреле 1961 года на комплексе антенн в Евпатории была осуществлена первая в мире радиолокация Венеры. В результате прямого измерения расстояния до планеты была подтверждена величина астрономической единицы.

Задание. С поверхности Земли проводится радиолокация Венеры в момент, когда на земном небе она наблюдается дальше всего от Солнца. Во сколько раз расстояние, на которое за сеанс радиолокации успевает сдвинуться Земля по орбите, больше диаметра Земли? Орбиты планет считайте круговыми и лежащими в одной плоскости.

Возможное решение. Положение наибольшего отклонения Венеры от Солнца на небе Земли — это конфигурация наибольшей элонгации. При этом луч зрения проходит по касательной к орбите Венеры и треугольник Земля — Венера — Солнце является прямоугольным с прямым углом при Венере. Тогда расстояние между Землей и Венерой можно выразить по теореме Пифагора через радиус орбиты Земли $r_{\oplus} = 1.00$ а. е. и радиус орбиты Венеры $r_{\heartsuit} = 0.72$ а. е. как



$$l = \sqrt{r_{\oplus}^2 - r_{\bigcirc}^2} = \sqrt{(1.00 \text{ a. e.})^2 - (0.72 \text{ a. e.})^2} = 0.69 \text{ a. e.}$$

Альтернативно возможно заметить, что $r_{\mathbb{Q}}/r_{\oplus}\approx 0.71\approx 1/\sqrt{2}$, то есть $r_{\oplus}\approx \sqrt{2}r_{\mathbb{Q}}$, так что \triangle CB3 — практически равнобедренный треугольник с $l\approx r_{\mathbb{Q}}\approx 0.7$ а. е. Такой точности с учётом контекста задачи вполне достаточно.

Заметим, что за сеанс радиолокации сигнал проходит от Земли к Венере, отражается от поверхности и возвращается к Земле, то есть преодолевает двойное расстояние между планетами: 2l = 0.69 a. e. $\times 2 = 1.38$ a. e.

Можно вспомнить, что расстояние от Солнца до Земли свет пролетает примерно за 500 с. Тогда сеанс радиолокации будет длиться 1.38×500 с = 690 с. Такой же результат можно получить, переведя расстояние из астрономических единиц в километры и разделив полученную величину на скорость света:

$$t = \frac{1.38 \times 1.5 \cdot 10^8 \text{ km}}{3 \cdot 10^5 \text{ km/c}} = 690 \text{ c}.$$

Теперь оценим, на какое расстояние за это время сдвинется Земля. В справочных данных приводится средняя скорость орбитального движения Земли: $v_{\oplus} \approx 30$ км/с.

Впрочем, эту величину нетрудно вычислить исходя из величины астрономической единицы и продолжительности года:

$$v_{\oplus} = rac{2\pi \ \mathrm{a.\,e.}}{1 \ \mathrm{год}} = rac{2\pi imes 1.5 \cdot 10^8 \ \mathrm{KM}}{365.25 imes 24 imes 60 imes 60 \ \mathrm{c}} pprox 30 \ \mathrm{KM/c.}$$

Тогда за время радиолокации Земля пройдёт по орбите

$$s = v_{\oplus}t = 30 \text{ km/c} \times 690 \text{ c} = 2.1 \cdot 10^4 \text{ km},$$

а отношение этой величины к диаметру Земли составит

$$\frac{s}{2R_{\oplus}} = \frac{2.1 \cdot 10^4 \text{ KM}}{2 \times 6.4 \cdot 10^3 \text{ KM}} \approx 1.6.$$

Критерии оценивания:

	Всего		10
<u> </u>	Радиус Земли вместо диаметра	-1	
5	Ответ		2
4	Расстояние, пройденное Землёй за время сеанса		2
	Не учтено, что сигнал проходит путь туда и обратно	-1	
3	Время сеанса радиолокации		2
2	Расчёт расстояния от Земли до Венеры в модели участника		2
	Угол Земля – Солнце – Венера прямой	0	
1	Угол Солнце – Венера – Земля прямой (прямое указание, чертёж или неявное использование)		2

Примечание. Название задания отсылает к стихотворению А. С. Пушкина «Эхо»: https://www.culture.ru/poems/4442/ekho

7.2 Panthera uncia

Жители некоторой далёкой планеты Ррыр измеряют видимую яркость звёзд и других объектов звёздного неба в «унциях» (uncia, от ūnus — «один»), сравнивая их со священной звездой Ирбис. Как и у жителей Земли, особенности органов чувств ррырцев таковы, что поток энергии от светила связан с субъективным ощущением (которое можно описать в терминах «унций») нелинейно. В таблице приведено соотношение между некоторыми значениями потока энергии E, выраженного в величинах потока E_0 от звезды Ирбис, и унциями:

- а) Во сколько раз поток энергии от звезды Ирбис больше, чем от самых тусклых звёзд, видимых невооружённым глазом, если их видимая яркость равна –24 унциям?
- б) Телескопы жителей Ррыра способны наблюдать звёзды яркостью до –60 унций. Выразите поток энергии от них в сравнении с Ирбисом.
- в) Поток энергии от дневной звезды в этой системе (местного «Солнца») в 69 миллиардов раз больше, чем от Ирбиса. Выразите видимую яркость местного «Солнца» в унциях.
- г) Астрономы Земли также выражают видимую яркость светил некоторой численной характеристикой, аналогичной унциям. Какая звезда служит стандартом для землян вместо Ирбиса?

Возможное решение. Можно заметить, что в верхнем ряду таблицы соседние значения E/E_0 отличаются в 2 раза и в целом представляют собой ряд целочисленных степеней двойки, а в нижнем ряду разность соседних значений составляет 3 унции. Таким образом, отношение потоков $E/E_0 = 2^x$ соответствует 3x унциям; величина в m унций соответствует потоку

$$E = E_0 \cdot 2^{m/3}.$$

Примечание. Иными словами, когда изменение потока представляет собой показательную функцию, соответствующие «ощущения» изменяются линейно. Этот факт называется психофизиологическим законом Вебера — Фехнера и справедлив для любых раздражителей: звука, света, температуры, вкусовых ощущений и так далее — и в широком диапазоне силы раздражителя. Использование шкалы, в которой источники характеризуются показателем степени, позволяет выбирать начало отсчёта произвольно: разность величин двух источников в унциях не зависит от выбора «нулевого» источника.

а) Заметим, что если $\frac{E_1}{E_0} = \frac{E_0}{E_2}$, то величины E_1 и E_2 выражаются количеством унций, одинаковым по модулю и противоположным по знаку. Определяем по таблице, что разнице в 24 унции соответствует отношение потоков **в 256 раз.**

То же самое возможно заключить, рассчитав, что -24 унции соответствуют потоку

$$E_A = E_0 \cdot 2^{-24/3} = \frac{E_0}{256} \approx 0.004 E_0 \implies \frac{E_0}{E_A} = 256.$$

б) Заметим, что $60 = 3 \times 20$, то есть для получения ответа необходимо пройти 20 «шагов» удвоения или воспользоваться обнаруженной общей формулой:

$$E_B = E_0 \cdot 2^{-60/3} = \frac{E_0}{2^{20}} \approx 9.5 \cdot 10^{-7} E_0.$$

в) Теперь решаем обратную задачу. Отношение потоков $E_C/E_0=69\cdot 10^9=2^{x_c}$, где x_c — некоторый показатель степени. Наиболее подходящий x_c можно найти перебором:

$$2^{33} \approx 8.6 \cdot 10^{9};$$
 $2^{35} \approx 34 \cdot 10^{9};$
 $2^{36} \approx 69 \cdot 10^{9} \checkmark \implies x_{c} = 36.$
 $2^{37} \approx 14 \cdot 10^{10};$
 $2^{39} \approx 55 \cdot 10^{10}.$

Знакомые с функцией логарифма и её свойствами могут вычислить значение x_c на калькуляторе:

$$x_c = \log_2(69 \cdot 10^9) = \frac{\lg(69 \cdot 10^9)}{\lg 2} = 36.0.$$

Получаем, что яркость местного «Солнца» в унциях равна $3x_c = 36 \times 3 = 108$.

г) Астрономы Земли для описания видимой яркости звёзд используют величину, аналогичную унциям, которая так и называется — звёздная величина. Она отличается от унций основанием степенной зависимости: отличие потоков в 100 раз соответствует 5 звёздным величинам, а также тем, что шкала звёздных величин «перевёрнута»: более ярким звёздам соответствует меньшая звёздная величина; отношение потоков $E/E_0 = 100^x$ соответствует звёздной величине -5x. В качестве стандарта для визуальных наблюдений, то есть звезды нулевой звёздной величины, исторически выступает звезда **Вега** (α Лиры).

Примечание. Сегодня более точные измерения (поскольку никто уже не сравнивает блески звёзд напрямую, удобнее использовать более универсальные эталоны) показывают, что видимая звёздная величина Веги равна около +0.03, но для большинства практических нужд она округляется до нуля. Кстати, показатели цвета Веги в фотометрической системе UBV также положены равными нулю, то есть Вега ещё и эталонно белая звезда.

Критерии оценивания:

	Словесное описание соотношения между отношением потоков и величиной в унциях <i>или</i> запись соответствующей формулы	2
а	Рассуждения/выражение и ответ	1 + 1
б	Рассуждения/выражение и ответ	1 + 1
В	Рассуждения/выражение, значение x_c и ответ	1+1+1
Γ	Ответ	1
	Bcero	10

Примечание. Научное (латинское) название ирбисов (снежных барсов) — Panthera uncia.

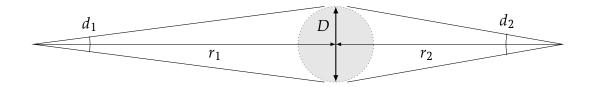
7.3 Пролив Дрейка

В эпоху межзвёздных перелётов два наблюдателя изучают одно и то же шаровое звёздное скопление. Первый наблюдатель находится в 200 парсеках от скопления, второй — в 150 парсеках. Видимый диаметр скопления для второго наблюдателя оказался ровно на 2 градуса больше, чем для первого. По окончании исследования было вычислено среднее расстояние между звёздами скопления, оказавшееся равным 0.2 пк. Оцените полное число звёзд скопления.

Возможное решение. Вспомним, что видимый угловой диаметр d объекта обратно пропорционален расстоянию r до него, пока угловой размер не слишком велик, и связан с линейным размером (диаметром) объекта D соотношением

$$d = \frac{D}{r}$$
 (рад) = $\frac{D}{2\pi r} \cdot 360^\circ$.

Примечание. Шаровые скопления имеют характерные диаметры не более ~60 пк, а расстояния от наблюдателей до объектов по условию задачи не меньше 150 парсеков, то есть рассматриваемое скопление действительно имеет сравнительно небольшие угловые размеры для наблюдателей, тем более, что увеличение расстояния на 25 % изменило его видимый размер всего на 2°. Убедиться в справедливости используемого приближения можно было бы и после получения результата.



По условию задачи

$$d_2 = d_1 + 2^\circ,$$

что с учётом записанного выше соотношения между линейными и угловыми размерами приводит к линейному уравнению на диаметр скопления:

$$\frac{D}{2\pi r_2} \cdot 360^\circ = \frac{D}{2\pi r_1} \cdot 360^\circ + 2^\circ$$

$$\implies D \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = \frac{2^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi$$

$$\implies D = \frac{r_1 r_2}{r_1 - r_2} \cdot \frac{2\pi}{180} = \frac{150 \times 200}{200 - 150} \, \text{пк} \times \frac{2\pi}{180} \approx 21 \, \text{пк}.$$

Среднее расстояние между звёздами скопления по условию равно 0.2 пк. Можно оценить, что на каждую звезду приходится удельный объём

$$V_0 \sim (0.2 \text{ nK})^3 = 0.008 \text{ nK}^3.$$

Полный объём скопления равен

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi D^3}{6} = 4850 \text{ nK}^3.$$

В таком случае количество звёзд скопления

$$N = \frac{V}{V_0} = \frac{4850}{0.008} \approx \mathbf{6} \cdot \mathbf{10^5}.$$

В меру упитанное скопление!

Критерии оценивания:

	Bcero	10
4	При некорректной модели (критерий 3) баллы за этот критерий также не выставляются	
	Вычисление объёма скопления и количества звёзд в нём	1 + 1
3	Понимание того, как среднее расстояние между звёздами связано с приходящимся на звезду объёмом, $V \sim \langle r \rangle^3$	3
2	Вычисление линейного диаметра скопления и результат	2 + 1
1	Понимание того, что такое угловой размер; его связь с линейным размером и расстоянием до объекта	2

Примечание. Название задачи напоминает об эпохе Великих географических открытий и отсылает к формуле Дрейка, предназначенной для определения числа внеземных цивилизаций в Галактике, с которыми у человечества есть шанс вступить в контакт.

7.4 Трансатлантический перелёт

Самолёт летит из г. Либревиль (0.4° с. ш., 9.4° в. д.) в г. Макапа (0.0° с. ш., 51.1° з. д.), отправившись из Либревиля ровно в солнечную полночь. Оцените местное солнечное время в Макапе в момент прибытия самолёта, если его средняя скорость составила 800 км/ч.

Возможное решение. Оценим время движения самолёта. Для этого определим длину его пути, поскольку средняя скорость самолёта $v=800\,\mathrm{km/y}$ известна. Можно заметить, что широты пунктов практически нулевые, то есть движение происходит вдоль экватора. Тогда длина пути равна длине дуги экватора, соответствующей разности долгот пунктов.

Длину экватора C определяем как длину окружности с радиусом R_{\oplus} , то есть $C=2\pi R_{\oplus}$. Расстояние между городами

$$s = \frac{\lambda_{\rm J} - \lambda_{\rm M}}{360^{\circ}} \cdot 2\pi R_{\oplus} = \frac{9.4^{\circ} - (-51.1^{\circ})}{360^{\circ}} \times 2\pi \times 6378 \ {\rm km} = 6735 \ {\rm km}.$$

Такое расстояние самолёт преодолеет за время

$$t = \frac{s}{v} = \frac{6735 \text{ km}}{800 \text{ km/y}} = 8.4 \text{ y}.$$

Следовательно, к моменту прибытия самолёта в Макапу в Либревиле пройдёт 8.4 часа с полуночи.

Макапа находится западнее Либревиля. Местное солнечное время в этом городе отстаёт от времени Либревиля на

$$\Delta t = \frac{\lambda_{\rm II} - \lambda_{\rm M}}{360^{\circ}} \times 24 \, \text{u} \approx 4.0 \, \text{u}.$$

Следовательно, местное солнечное время в Макапе составит 8.4 - 4.0 = 4.4 часа.

Допустимо, если так удобнее для восприятия, привести все моменты времени к другой единой шкале времени, например, к всемирному времени. Местное время LT связано с всемирным временем UT и долготой λ места наблюдения соотношением

$$LT = UT + \lambda$$
,

причём для восточного полушария $\lambda>0$, для западного — $\lambda<0$. На 1 час приходится $360^\circ/24=15^\circ$ по долготе. Тогда самолёт вылетел из Либревиля за $9.4/15\times60=38$ минут до всемирной полуночи, прилетел в Макапу в 7:47 по всемирному времени, что соответствует 4:23 по местному времени.

Критерии оценивания:

1	Разность долгот городов и разница их местных времён	2	+ 1
_	Не учтено, что города расположены по разные стороны от нулевого меридиана	-1	
2	Расстояние между городами		2
3	Время полёта самолёта		2
4	Итоговая формула, которая учитывает время полёта самолёта и разность местных времён двух пунктов (прямо или косвенно), получен ответ		3
	Излишняя точность	-1	
	Неверный ответ, полученный из-за ошибки в знаке	-1	
	Всего		10

Примечание. Либревиль — столица Габона (Центральная Африка), Макапа — столица штата Амапа (Бразилия, Южная Америка). Прямых рейсов регулярного сообщения между этими двумя городами в настоящее время нет.

7.5 Красиво держат строй

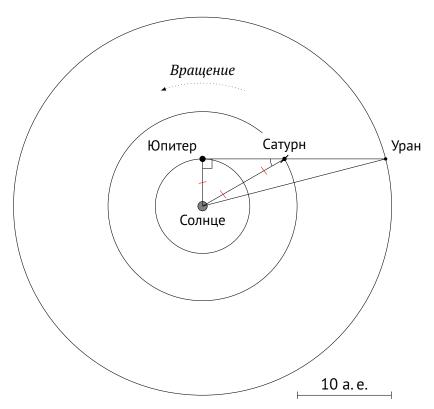
В некоторый момент Юпитер, Сатурн и Уран выстроились в одну линию, перпендикулярную направлению Солнце-Юпитер. Известно, что для наблюдателя, находящегося в верхних слоях атмосферы Сатурна вблизи экватора, Юпитер восходит на Δt раньше Солнца, а Уран восходит позже Солнца.

Задания:

- а) Определите расстояние между Ураном и Сатурном в астрономических единицах.
- б) Изобразите на чертеже, как располагались планеты относительно друг друга в тот момент.
- в) Оцените величину Δt .

Указания. *Используйте для построений выданный лист с заготовкой чертежа*. Орбиты планет считайте круговыми. Примите, что расстояние между Солнцем и Юпитером равно 5 а. е.; Сатурн находится от Солнца в 2 раза дальше, чем Юпитер, а Уран — в 2 раза дальше, чем Сатурн.

Построение:



Возможное решение:

Примечание. Никто не обещал, что задачу предстоит решать по порядку пунктов. Как правило, сразу зарисовать ситуацию, чтобы понять, что происходит — хорошая идея!

б) Если смотреть с Северного полюса, планеты Солнечной системы обращаются вокруг Солнца против часовой стрелки. В том же направлении они, за исключением Венеры и Урана, вращаются вокруг своей оси.

Для сатурнианского экваториального наблюдателя Юпитер восходит раньше Солнца, значит, луч Сатурн – Юпитер повёрнут по часовой стрелке относительно луча Сатурн – Солнце. Два возможных положения Урана на пересечении окружностиорбиты Урана и прямой Юпитер – Сатурн позволяет различить указание в условии: Уран восходит позже Солнца, то есть не вместе с Юпитером. Изложенное приводит к однозначному построению.

Примечание. Правилом хорошего тона является прямое указание выбранного или подразумеваемого направления вращения планет. По умолчанию считается, что чертёж изображён для «северного» наблюдателя, то есть вращение происходит против часовой стрелки.

а) Расстояние между Ураном и Сатурном возможно определить *графически*, непосредственным измерением по чертежу, однако более точным является аналитический способ. Воспользуемся теоремой Пифагора, чтобы вычислить длины катетов в прямоугольных треугольниках с прямым углом при Юпитере, а затем вычтем:

Юпитер – Сатурн:
$$\sqrt{(10 \text{ a. e.})^2 - (5 \text{ a. e.})^2} = 8.660 \text{ a. e.};$$
Юпитер – Уран:
$$\sqrt{(20 \text{ a. e.})^2 - (5 \text{ a. e.})^2} = 19.365 \text{ a. e.};$$
Сатурн – Уран:
$$19.365 \text{ a. e.} - 8.660 \text{ a. e.} \approx \textbf{10.7 a. e.}$$

в) Заметим, что в прямоугольном △ Солнце – Юпитер – Сатурн катет против угла при Сатурне вдвое короче гипотенузы. Следовательно, ∠ Солнце – Сатурн – Юпитер равен 30°.

Из справочных данных узнаём, что Сатурн совершает оборот вокруг своей оси за 10.66 ч. На 30° окольцованная планета поворачивается за

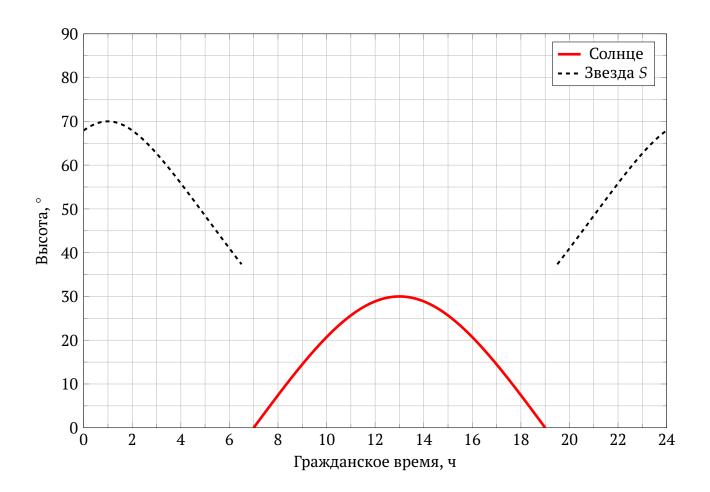
$$\Delta t = 10.66 \text{ y} \times \frac{30^{\circ}}{360^{\circ}} \approx 0.9 \text{ y} \approx 1 \text{ y}.$$

Критерии оценивания:

	Bcero	10
в2	Вычисление времени через период осевого вращения Сатурна	1
в1	Есть понимание, что необходимо использовать угол Солнце – Сатурн – Юпитер; расчёт или измерение этого угла	1 + 1
a2	Вычисление расстояния + ответ	1 + 1
a1	соотношения Если расстояние измерено по чертежу	0
62	Верная + обоснованная ориентация чертежа с учётом направления вращения Сатурна Записана теорема Пифагора или тригонометрические	1+1
б1	Юпитер, Сатурн и Уран расположены на одной прямой, перпендикулярной линии Солнце – Юпитер; правильное взаиморасположение планет	1+1

7.6 Все ходы записаны

Любознательные наблюдатели измерили зависимость высоты над горизонтом некоторой звезды *S* и Солнца от времени на протяжении суток. Наблюдения проводились в России в часовом поясе МСК (UTC+3), их результаты представлены на графике. Известно, что ночью была хорошая погода. К десяти вечера взошла Спика.



Определите:

- а) дату наблюдения;
- б) широту и долготу места наблюдения;
- в) экваториальные координаты звезды (склонение и прямое восхождение).

Рефракцией и угловыми размерами Солнца пренебрегите.

Возможное решение:

а) Солнце находилось над горизонтом с 7 до 19 часов, продолжительность дня составила ровно 12 часов. Такое возможно либо в дни равноденствий, либо на экваторе (в любой день). Но экватор не подходит, так как высота Солнца в полдень составила всего 30° , а на экваторе она не может быть меньше, чем $90^{\circ} - \varepsilon = 66.5^{\circ}$, где $\varepsilon = 23.5^{\circ}$ угол между осью вращения Земли и перпендикуляром к плоскости земной орбиты, он же угол между небесным экватором и эклиптикой.

Значит, наблюдения проводились в день равноденствия. Спика (α Девы) взошла вечером и, соответственно, находится в области неба, противоположной Солнцу. В созвездии Девы находится точка осеннего равноденствия, поэтому Солнце находилось в точке весеннего равноденствия, а наблюдения проводились **приблизительно 20 марта.**

б) В день весеннего равноденствия Солнце находится на небесном экваторе, его склонение равно нулю. Высота Солнца в верхней кульминации совпадает с наивысшей точкой небесного экватора и равна $90^{\circ} - \varphi$. Таким образом, широта места наблюдения

$$\varphi = 90^{\circ} - 30^{\circ} = 60^{\circ}$$
 с. ш.

Заметим, что случай южной широты нас не интересует, так как по условию задачи наблюдения проводились в России, которая полностью находится в Северном полушарии Земли.

Верхняя кульминация Солнца происходит в 12 часов по солнечному времени. Гражданское время совпадает с солнечным для наблюдателя, находящегося на серединном меридиане соответствующего часового пояса. Для часовой зоны UTC+3 долгота этого меридиана равна $15^{\circ} \times 3 = 45^{\circ}$ в. д. (360° соответствуют 24 часам, то есть 1 час соответствует $360^{\circ}/24 = 15^{\circ}$). Однако в солнечный полдень на часах наблюдателей было 13 часов, то есть кульминация Солнца «опоздала» на 1 час. Это значит, что наблюдатели находились на 15° западнее серединного меридиана, то есть на долготе 30° в. д. Координаты (60° с. ш.; 30° в. д.) соответствуют городу-герою Ленинграду, ныне Санкт-Петербургу.

Примечание. На самом деле из-за наклона земной оси и эллиптичности земной орбиты истинное солнечное время в течение года течёт неравномерно, поэтому для определения серединных меридианов используют не настоящее Солнце, а его усреднённую «копию». Разница между средним и истинным солнечным временем называется «уравнением времени» и в течение года принимает значения от -16.4 до +14.3 минут. В день весеннего равноденствия уравнение времени составляет около 7 минут, поэтому при определении долготы мы «ошиблись» чуть менее, чем на 2° .

в) Звезда оказывается в верхней кульминации в 1 час ночи, через 12 часов после верхней кульминации Солнца, то есть разность прямых восхождений Солнца и звезды равна 12 часам. Солнце находится в точке весеннего равноденствия, его прямое восхождение равно нулю, поэтому прямое восхождение звезды равно 12 часам.

Осталось определить склонение звезды δ . Есть два случая:

• Верхняя кульминация происходит к северу от зенита, то есть $\delta > \varphi$. Тогда из высоты в верхней кульминации, которая на графике равна 70° :

$$h_{\rm BK} = 90^{\circ} - \delta + \varphi \implies \delta = 90^{\circ} - h_{\rm BK} + \varphi = 90^{\circ} - 70^{\circ} + 60^{\circ} = 80^{\circ}.$$

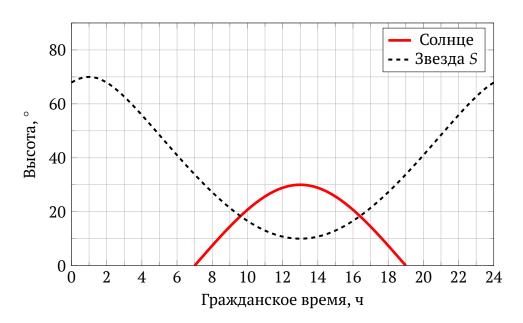
Заметим, что при таком склонении высота звезды в нижней кульминации равна $\varphi + \delta - 90^\circ = 60^\circ + 80^\circ - 90^\circ = 50^\circ$, что противоречит графику, на котором высота звезды бывает меньше. Соответственно, этот вариант не подходит.

• Верхняя кульминация происходит к югу от зенита, то есть $\delta < \varphi$. Тогда из высоты в верхней кульминации:

$$h_{\rm BK} = 90^{\circ} + \delta - \varphi \implies \delta = -90^{\circ} + h_{\rm BK} + \varphi = -90^{\circ} + 70^{\circ} + 60^{\circ} = 40^{\circ}.$$

Высота звезды в нижней кульминации составит $\varphi + \delta - 90^\circ = 60^\circ + 40^\circ - 90^\circ = 10^\circ.$

Точка с экваториальными координатами ($12^{\rm h}$; + 10°) располагается на границе созвездий Девы и Льва, недалеко от Денеболы (β Льва). Для полноты анализа покажем, как выглядит график без учёта светлого времени суток (когда звезду не видно):



Критерии оценивания:

a	Сделан вывод, что наблюдения проводились в день равноденствия, причём равноденствие весеннее	1 + 1
б1	Определение широты пункта наблюдения по высоте верхней кульминации Солнца	2
б2	Определение долготы пункта наблюдения по сдвигу моментов восхода/захода Солнца или полудня	2
в1	Определение склонения звезды по высоте её верхней кульминации	2
в2	Определение прямого восхождения звезды по времени её верхней кульминации	2
	Bcero	10

8 класс

8.1 Ах, планетезимали

На раннем этапе формирования планетной системы в крупную газовую протопланету врезается небольшая каменистая протопланета. В результате каменистая протопланета уцелела, а газовая потеряла 20% вещества. Оставшееся газовое вещество сформировало два шарообразных сгустка, радиус одного из которых вдвое больше радиуса другого. Считая плотности газовой протопланеты и сгустков одинаковыми, определите отношение радиусов большего сгустка и первоначальной газовой протопланеты.

Возможное решение. Первоначальный объём газовой протопланеты радиусом R_0 равен $\frac{4}{3}\pi R_0^3$. Пусть радиусы образовавшихся сгустков составляют R и 2R, тогда объемы сгустков составят $\frac{4}{3}\pi R^3$ и $\frac{4}{3}\pi (2R)^3$. Поскольку газовая протопланета потеряла 20% вещества, а плотность осталась неизменной, объём также уменьшился на 20%. Следовательно, можно записать соотношение для объемов:

$$\frac{4}{3}\pi R_0^3 \cdot (1 - 0.20) = \frac{4}{3}\pi R^3 + \frac{4}{3}\pi (2R)^3$$

$$\implies 0.8R_0^3 = R^3 + 8R^3 = 9R^3 \implies \frac{R}{R_0} = \sqrt[3]{\frac{0.8}{9}} \approx 0.45.$$

Тогда отношение радиуса большего сгустка к радиусу изначальной протопланеты равно $0.45 \times 2 = 0.89$.

Примечание 1. Коэффициент $\frac{4}{3}\pi$ сократился, поскольку все исследуемые в данной задаче тела подобные (шары). Для корректного решения достаточно было бы сказать, что $V \propto R^3$.

Примечание 2. При проверке работ обнаружилось неверное прочтение условия многими участниками: решение строилось в предположении, что два сгустка образует потерянное вещество, а не оставшееся. При этом соотношение радиусов приводится к виду

$$0.2R_0^3 = 9R^3 \implies \frac{R}{R_0} = \sqrt[3]{\frac{0.2}{9}} = 0.28,$$

а отношение радиуса большего сгустка к радиусу изначальной протопланеты равно $0.28 \times 2 = 0.56$. Такое решение оценивалось из 8 баллов.

Примечание 3. Поскольку в условии задачи не указано в явном виде, радиус какого объекта является делимым, верными считались и обратные отношения: $R_0/R = 1.12$ и 1.77 — при двух вариантах прочтения условия.

Критерии оценивания:

	Всего		10
6	Вычисление отношение радиусов большего сгустка и исходной протопланеты		1
5	Решение уравнения с выражением отношения радиусов		1
4	Составление уравнения связи радиуса исходной протопланеты и радиуса сгустка		2
3	Переход от соотношения масс к соотношению объёмов		1
2	Понимание того, что два сгустка формирует оставшееся, а не выброшенное вещество		2
1	Ошибка в коэффициенте Ошибка в показателе степени	-1 -3	
1	Формула для объема шара с верным коэффициентом и верной степенью или указанная пропорциональность кубу радиуса		3

Примечание. Планетезималь (от англ. *planet* – планета и англ. *infinitesimal* – бесконечно малая) — объект, образованный из пыли, камня и других материалов, возникающий на последней стадии формирования планеты из протопланетного вещества.

8.2 Panthera uncia

Жители некоторой далёкой планеты Ррыр измеряют видимую яркость звёзд и других объектов звёздного неба в «унциях» (uncia, от ūnus — «один»), сравнивая их со священной звездой Ирбис. Как и у жителей Земли, особенности органов чувств ррырцев таковы, что поток энергии от светила связан с субъективным ощущением (которое можно описать в терминах «унций») нелинейно. В таблице приведено соотношение между некоторыми значениями потока энергии E, выраженного в величинах потока E_0 от звезды Ирбис, и унциями:

- а) Во сколько раз поток энергии от звезды Ирбис больше, чем от самых тусклых звёзд, видимых невооружённым глазом, если их видимая яркость равна –24 унциям?
- б) Телескопы жителей Ррыра способны наблюдать звёзды яркостью до –60 унций. Выразите поток энергии от них в сравнении с Ирбисом.
- в) Поток энергии от дневной звезды в этой системе (местного «Солнца») в 69 миллиардов раз больше, чем от Ирбиса. Выразите видимую яркость местного «Солнца» в унциях.
- г) Астрономы Земли также выражают видимую яркость светил некоторой численной характеристикой, аналогичной унциям. Какая звезда служит стандартом для землян вместо Ирбиса?

Возможное решение. Можно заметить, что в верхнем ряду таблицы соседние значения E/E_0 отличаются в 2 раза и в целом представляют собой ряд целочисленных степеней двойки, а в нижнем ряду разность соседних значений составляет 3 унции. Таким образом, отношение потоков $E/E_0 = 2^x$ соответствует 3x унциям; величина в m унций соответствует потоку

$$E = E_0 \cdot 2^{m/3}.$$

Примечание. Иными словами, когда изменение потока представляет собой показательную функцию, соответствующие «ощущения» изменяются линейно. Этот факт называется психофизиологическим законом Вебера — Фехнера и справедлив для любых раздражителей: звука, света, температуры, вкусовых ощущений и так далее — и в широком диапазоне силы раздражителя. Использование шкалы, в которой источники характеризуются показателем степени, позволяет выбирать начало отсчёта произвольно: разность величин двух источников в унциях не зависит от выбора «нулевого» источника.

а) Заметим, что если $\frac{E_1}{E_0} = \frac{E_0}{E_2}$, то величины E_1 и E_2 выражаются количеством унций, одинаковым по модулю и противоположным по знаку. Определяем по таблице, что разнице в 24 унции соответствует отношение потоков **в 256 раз.**

То же самое возможно заключить, рассчитав, что -24 унции соответствуют потоку

$$E_A = E_0 \cdot 2^{-24/3} = \frac{E_0}{256} \approx 0.004 E_0 \implies \frac{E_0}{E_A} = 256.$$

б) Заметим, что $60 = 3 \times 20$, то есть для получения ответа необходимо пройти 20 «шагов» удвоения или воспользоваться обнаруженной общей формулой:

$$E_B = E_0 \cdot 2^{-60/3} = \frac{E_0}{2^{20}} \approx 9.5 \cdot 10^{-7} E_0.$$

в) Теперь решаем обратную задачу. Отношение потоков $E_C/E_0=69\cdot 10^9=2^{x_c}$, где x_c — некоторый показатель степени. Наиболее подходящий x_c можно найти перебором:

$$2^{33} \approx 8.6 \cdot 10^{9};$$
 $2^{35} \approx 34 \cdot 10^{9};$
 $2^{36} \approx 69 \cdot 10^{9} \checkmark \implies x_{c} = 36.$
 $2^{37} \approx 14 \cdot 10^{10};$
 $2^{39} \approx 55 \cdot 10^{10}.$

Знакомые с функцией логарифма и её свойствами могут вычислить значение x_c на калькуляторе:

$$x_c = \log_2(69 \cdot 10^9) = \frac{\lg(69 \cdot 10^9)}{\lg 2} = 36.0.$$

Получаем, что яркость местного «Солнца» в унциях равна $3x_c = 36 \times 3 = 108$.

г) Астрономы Земли для описания видимой яркости звёзд используют величину, аналогичную унциям, которая так и называется — звёздная величина. Она отличается от унций основанием степенной зависимости: отличие потоков в 100 раз соответствует 5 звёздным величинам, а также тем, что шкала звёздных величин «перевёрнута»: более ярким звёздам соответствует меньшая звёздная величина; отношение потоков $E/E_0 = 100^x$ соответствует звёздной величине -5x. В качестве стандарта для визуальных наблюдений, то есть звезды нулевой звёздной величины, исторически выступает звезда **Вега** (α Лиры).

Примечание. Сегодня более точные измерения (поскольку никто уже не сравнивает блески звёзд напрямую, удобнее использовать более универсальные эталоны) показывают, что видимая звёздная величина Веги равна около +0.03, но для большинства практических нужд она округляется до нуля. Кстати, показатели цвета Веги в фотометрической системе UBV также положены равными нулю, то есть Вега ещё и эталонно белая звезда.

Критерии оценивания:

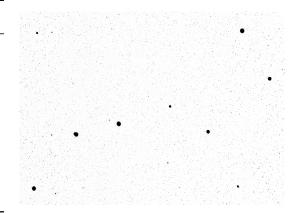
	Словесное описание соотношения между отношением потоков и величиной в унциях <i>или</i> запись соответствующей формулы	2
а	Рассуждения/выражение и ответ	1 + 1
б	Рассуждения/выражение и ответ	1 + 1
В	Рассуждения/выражение, значение x_c и ответ	1+1+1
Γ	Ответ	1
	Всего	10

Примечание. Научное (латинское) название ирбисов (снежных барсов) — Panthera uncia.

8.3 Далеко пойдёт

Начинающий астроном решил совершить длительное путешествие. Оно начнётся в пункте, где Большой Ковш (астеризм в созвездии Большая Медведица) всегда целиком находится над горизонтом, а завершится в пункте, где ни одну звезду Ковша увидеть нельзя. Определите наименьшую возможную длину маршрута.

Название	Прямое восхождение	Склонение
Дубхе	11 ^h 04 ^m	+61° 45′
Мерак	$11^{\rm h}02^{\rm m}$	$+56^{\circ} 23'$
Фекда	11 ^h 54 ^m	+53° 42′
Мегрец	12 ^h 15 ^m	$+57^{\circ}02'$
Алиот	12 ^h 54 ^m	+55° 58′
Мицар	13^h24^m	+54° 56′
Бенетнаш	13^h48^m	+49° 19′



Возможное решение. Большая Медведица — созвездие северного неба. Большой Ковш будет находиться целиком над горизонтом на протяжении суток в северных широтах. Недоступным для наблюдения этот астеризм будет уже в Южном полушарии, довольно далеко от экватора.

Длина маршрута окажется наименьшей, если двигаться вдоль меридиана от самой *южной* параллели, на которой Ковш всегда выше горизонта, до самой *северной* параллели, на которой не видна ни одна звезда Ковша. Определим широты соответствующих параллелей.

Для того, чтобы Ковш всегда находился над горизонтом, необходимо, чтобы все его звезды были незаходящими, в том числе и самая южная, то есть звезда с наименьшим склонением — Бенетнаш. Следовательно, высота нижней кульминации этой звезды должна быть не меньше нуля. Запишем формулу для высоты нижней кульминации, подставим склонение звезды Бенетнаш:

$$h_{\rm HK} = |\varphi + \delta| - 90^\circ \geqslant 0 \quad \Longrightarrow \quad |\varphi + 49^\circ \, 19'| - 90^\circ \geqslant 0^\circ \quad \Longrightarrow \quad \varphi \geqslant \varphi_1 = 40^\circ \, 41'.$$

Для того, чтобы Ковш не был виден, необходимо, чтобы все его звезды являлись невосходящими, в том числе и самая южная из звезд. Следовательно, высота верхней кульминации звезды Бенетнаш должна быть меньше нуля. Запишем формулу

для высоты верхней кульминации, подставим склонение звезды Бенетнаш:

$$h_{\rm BK} = 90^\circ - |\varphi - \delta| < 0 \quad \Longrightarrow \quad 90^\circ - |\varphi - 49^\circ \, 19'| < 0^\circ \quad \Longrightarrow \quad \varphi \leqslant \varphi_2 = -40^\circ \, 41'.$$

Расстояние по широте между двумя граничными параллелями составит тогда

$$40^{\circ} 41' - (-40^{\circ} 41') = 81^{\circ} 22'.$$

Вспомним, что длина экватора составляет около 40 тыс. км, тогда расстояние между параллелями вдоль меридиана оценим как

$$\frac{81^{\circ} 22'}{360^{\circ}} \times 4 \cdot 10^4 \text{ км} \approx 9 \cdot 10^3 \text{ км}.$$

Примечание. Заметим, что прямолинейный маршрут по суше невозможен: если предположить, что начало маршрута находилось в Евразии, то завершать маршрут пришлось бы на юге Африки, но её самая южная точка находится почти на 6 градусов севернее требуемой условиями задачи параллели. Южная Америка достигает требуемой южной широты, но тогда начинать маршрут пришлось бы в Северной Америке и двигаться не строго на юг, а частично и на восток. Маршрут по воде возможен, причем как в Атлантическом, так и в Тихом океане.

Критерии оценивания:

	Bcero	10
4	Разница широт и определение длины маршрута	2
3	Невосходящий Ковш. Условие для верхней кульминации, расчёт широты южной границы	3
2	Незаходящий Ковш. Условие для нижней кульминации, расчёт широты северной границы	3
1	Значение для решения могут иметь звёзды с наибольшим и наименьшим склонениями	2

Примечание. «Далеко пойти» — устойчивое сочетание (фразеологизм), применяемый в значении «добиться больших успехов в жизни, достичь больших результатов в чём-либо». Чего мы желаем и всем участникам олимпиады!

8.4 Ты чего такой мрачный?

Квант света (фотон), излученный фотосферой Солнца, начал своё движение и достиг орбиты Юпитера за время t. Отразившись от Европы, фотон проделал путь до Сатурна за $\sqrt{3}t$, отразился от частицы одного из колец Сатурна — и за $2\sqrt{3}t$ достиг Урана. Отразившись от облаков верхнего слоя атмосферы Урана, фотон спустя 3.8t попал на Землю и был поглощён ПЗС-матрицей мобильного телефона туриста, снимавшего ночной пейзаж.

Задания:

- а) Изобразите на чертеже, как располагались планеты относительно друг друга в тот момент, если известно, что Сатурн относительно Юпитера находился в западной квадратуре.
- б) В каких конфигурациях находились Сатурн относительно Урана, Уран относительно Земли?
- в) Вычислите полное время движения фотона от Солнца до Земли по описанному маршруту в секундах.

Указания. *Используйте для построений выданный лист с заготовкой чертежа*. Орбиты планет считайте круговыми. Примите, что расстояние между Солнцем и Юпитером равно 5 а. е.; Сатурн находится от Солнца в 2 раза дальше, чем Юпитер, а Уран — в 2 раза дальше, чем Сатурн. Собственным движением планет за время пролёта фотона по всему пути пренебрегите.

Возможное решение:

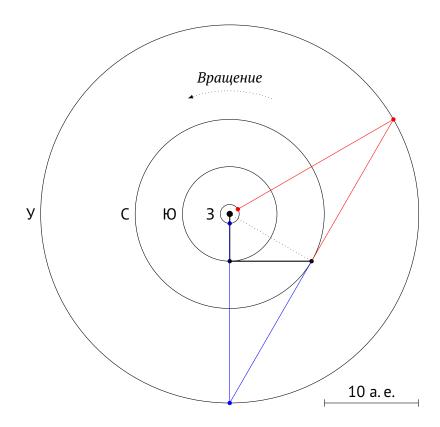
- а) Расположим Юпитер в произвольной точке орбиты. Сатурн находится в западной квадратуре относительно Юпитера, то есть:
 - ∠ Солнце Юпитер Сатурн прямой;
 - при наблюдении с Юпитера Сатурн находится западнее Солнца («правее», если смотреть с Северного полюса).

Расстояния между объектами прямо пропорциональны времени, которое фотон затрачивает на пролёт между ними. Так, расстояние от Сатурна до Урана в 2 раза больше, чем расстояние от Юпитера до Сатурна. Но по условию радиус орбиты Урана относится к радиусу орбиты Сатурна так же, как радиус орбиты Сатурна относится к радиусу орбиты Юпитера (2 : 1). Это означает подобие конфигураций, то есть Уран при наблюдении с Сатурна находится в квадратуре, ∠ Солнце – Сатурн – Уран прямой.

Возможны два варианта расположения Урана: в западной квадратуре (красный цвет на чертеже) относительно Сатурна и в восточной (синий).

Осталось заметить, что свет пролетел расстояние от Солнца до Юпитера (5 а. е.) за t, а от Урана до Земли — за 3.8t. Значит, расстояние между Ураном и Землёй было равно $3.8 \times 5 = 19$ а. е. — разности радиусов орбит Урана и Земли! Отсюда можно сделать вывод, что Земля находилась между Ураном и Солнцем.

Построение:



- б) На основании вышеизложенного сделаем вывод, что Сатурн относительно Урана находится в наибольшей элонгации (любой), а Уран относительно Земли находится в противостоянии.
- в) Полное время движения фотона по маршруту:

$$t + \sqrt{3}t + 2\sqrt{3}t + 3.8t \approx 10t$$
.

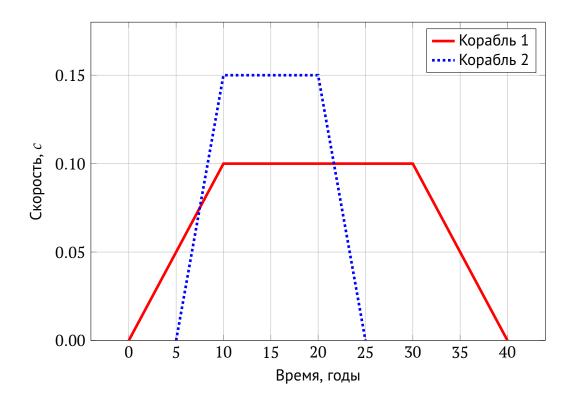
Астрономическую единицу фотон пролетает за 500 с. Радиус орбиты Юпитера, 5 а. е. — за $500 \times 5 = 2500$ с. Следовательно, описанный маршрут фотон пролетает за **25 тыс. с** (около 7 часов).

Критерии оценивания:

	Всего		10
	Абсурдный ответ	-2	
BZ	Ответ не в секундах	-1	
в2	Радиус орбиты Юпитера не равен 5 а. е.	-1	
	Итоговый ответ в секундах		2
в1	Полное время в единицах t		1
б2	Названа конфигурация Урана относительно Земли		1
01	Несоответствие указанной элонгации и рисунка	-1	
б1	Названа конфигурация Сатурна относительно Урана		1
a3	Положение Земли на чертеже		1
a2	Положение Урана относительно Сатурна на чертеже: две квадратуры	1	+ 1
a1	Положение Сатурна относительно Юпитера на чертеже: квадратура + западная	1	+ 1

8.5 Взаимность в дипломатии

В эпоху межзвёздных перелётов две цивилизации будущего отправили посольские корабли к планетным системам друг друга. На графике представлены зависимости скоростей полёта кораблей (в единицах скорости света) в системе отсчёта, в которой системы обеих цивилизаций покоятся.



- а) Определите расстояние между планетными системами двух цивилизаций.
- б) В какой момент каждому из кораблей следовало бы начать торможение (с прежними характеристиками), чтобы послы встретились и провели встречу в некоторой точке между системами? Как долго пришлось бы ждать эту встречу?
- в) Изобразите соответствующий пункту «б» график скоростей. Используйте для построений выданный лист с заготовкой графика.

Возможное решение:

а) Используя график зависимости скорости от времени, возможно найти величину пройденного пути как площадь под графиком. В данной задаче имеем две трапеции. Площадь трапеции есть среднее арифметическое длин оснований на высоту:

$$s_1=rac{(20+40)\ ext{cb. лет}}{2} imes 0.10c=$$
 3.00 св. года; $s_2=rac{(10+20)\ ext{cb. лет}}{2} imes 0.15c=2.25\ ext{cb. года}.$

Пути двух послов не равны!

Участники могли по-разному интерпретировать это обстоятельство. Вообще говоря, не гарантируется, что послы летели по прямой и долетели до своих целей (планеты другой цивилизации). Основные варианты, встречавшиеся в олимпиадных работах:

- Выбрано расстояние в 3.00 св. года в предположении недолёта второго посла. **Недолёт** объясняет необходимость организации встречи кораблей в промежуточной точке.
- Выбрано расстояние в 2.25 св. года как оценка сверху в предположении неоптимальности полёта первого посла (перелёт или залёт «в магазин за гостинцами»). Далее в такой ситуации послы не смогут собраться одновременно, что противоречит изображённой на заготовке графика ситуации (проведены прямые до t=10 лет, а тормозить придётся раньше момента t).
- Среднее арифметическое s_1 и s_2 или сумма. Трудно мотивировать.
- В предположении движения систем друг относительно друга 2.5 св. года. Это противоречит условию задачи и обнулению скоростей обоих послов на финише.

Все варианты оценивались в соответствии со степенью разумности объяснения и непротиворечивости.

Примечание. Для многих оказалось крайне губительно работать в метрах, или, что ещё сложнее, в астрономических единицах. Произведение 1 года на 1c даёт 1 световой год. В данной задаче это удобная единица измерения, тем более — для аналитических решений, в которых производился расчёт по формуле $at^2/2$. Чем меньше мест, где можно ошибиться, тем меньше ошибок.

б) Для встречи послов необходимо, чтобы общее пройденное ими расстояние оказалось равно расстоянию между системами ($s_0 = 3.00$ св. года), а скорости в момент встречи обнулились.

Первый корабль разгоняется и тормозит по 10 лет, второй — по 5 лет. За время разгона и торможения корабли пролетают суммарно

$$s_A = 10$$
 лет $\times 0.10c + 5$ лет $\times 0.15c = 1.75$ св. года.

Предположим, что встреча должна состояться в момент $t \ge 20$ лет (чтобы оба корабля успели разогнаться и, соответственно, симметрично затормозить).

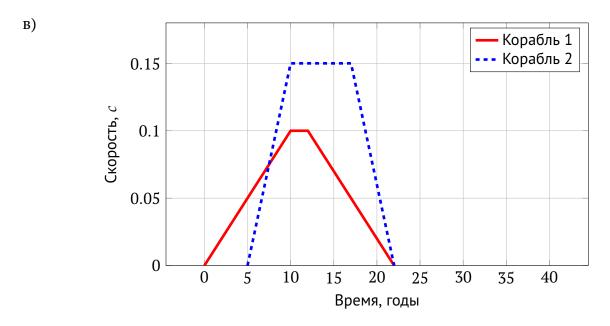
Тогда

$$s = s_A + (t - 20 \text{ лет}) \cdot 0.10c + (t - 15 \text{ лет}) \cdot 0.15c = s_A - 4.25 \text{ св. года} + 0.25ct$$

откуда момент встречи послов

$$t=rac{s-s_A+4.25\ ext{cв. года}}{0.25c}=rac{5.50\ ext{cв. года}}{0.25c}=\mathbf{22}\ \mathbf{года}.$$

Соответственно, корабль 1 должен начать торможение в момент $t_1 = 12$ лет, а корабль 2 - в момент $t_2 = 17$ лет.

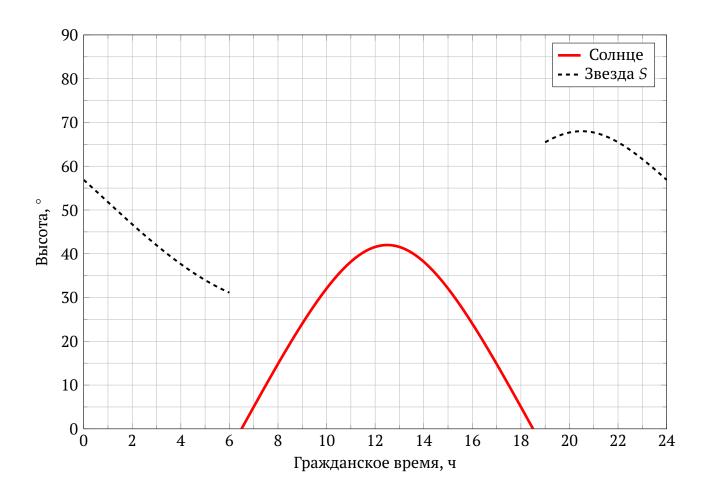


Критерии оценивания:

	Всего	10		
В	Корректный график, соответствующий полученному результату			
б2	Уравнение и ответ, не противоречащий условию и модели участника			
б1	Подсчёт расстояния, которое проходит каждый из кораблей за время торможения и разгона			
a2	Комментарий по поводу расхождения путей и выбор разумной модели			
a1	Путь— площадь под графиком скорости; расчёт пути для каждого из кораблей			

8.6 Все ходы записаны

Любознательные наблюдатели измерили зависимость высоты над горизонтом некоторой звезды *S* и Солнца от времени на протяжении суток. Наблюдения проводились в России в часовом поясе МСК (UTC+3), их результаты представлены на графике. Известно, что ночью была хорошая погода: даже Туманность Андромеды можно было наблюдать невооружённым глазом.



Определите:

- а) дату наблюдения;
- б) широту и долготу места наблюдения;
- в) экваториальные координаты звезды (склонение и прямое восхождение).

Рефракцией и угловыми размерами Солнца пренебрегите.

Возможное решение:

а) Солнце находилось над горизонтом с 6:30 до 18:30 часов, продолжительность дня составила ровно 12 часов. Такое возможно либо в дни равноденствий, либо на экваторе (в любой день). Но экватор не подходит, так как высота Солнца в полдень составила всего 42° , а на экваторе она не может быть меньше, чем $90^{\circ} - \varepsilon = 66.5^{\circ}$, где $\varepsilon = 23.5^{\circ} -$ угол между осью вращения Земли и перпендикуляром к плоскости земной орбиты, он же угол между небесным экватором и эклиптикой.

Туманность Андромеды находится в созвездии Андромеды, которое граничит с созвездием Рыб и находится к северу от него. Это достаточно тусклый объект, который можно наблюдать только тёмной ночью. Таким образом, Туманность Андромеды располагается относительно недалеко от точки весеннего равноденствия, находящейся в Рыбах, и при этом в области неба, противоположной Солнцу. Значит, Солнце находилось в точке осеннего равноденствия, а наблюдения проводились приблизительно 22–23 сентября.

б) В день осеннего равноденствия Солнце находится на небесном экваторе, его склонение равно нулю. Высота Солнца в верхней кульминации совпадает с наивысшей точкой небесного экватора и равна $90^{\circ} - \varphi$. Таким образом, широта места наблюдения

$$\varphi=90^{\circ}-42^{\circ}=48^{\circ}$$
 с. ш.

Заметим, что случай южной широты нас не интересует, так как по условию задачи наблюдения проводились в России, которая полностью находится в Северном полушарии Земли.

Верхняя кульминация Солнца происходит в 12 часов по солнечному времени. Гражданское время совпадает с солнечным для наблюдателя, находящегося на серединном меридиане соответствующего часового пояса. Для часовой зоны UTC+3 долгота этого меридиана равна $15^{\circ} \times 3 = 45^{\circ}$ в. д. (360° соответствуют 24 часам, то есть 1 час соответствует $360^{\circ}/24 = 15^{\circ}$). Однако в солнечный полдень на часах наблюдателей было 12:30, то есть кульминация Солнца «опоздала» на полчаса. Это значит, что наблюдатели находились на $15^{\circ}/2 = 7.5^{\circ}$ западнее серединного меридиана, то есть на долготе 37.5° в. д. Координаты (48° с. ш.; 37.5° в. д.) соответствуют городу Донецку. *Примечание*. На самом деле из-за наклона земной оси и эллиптичности земной орбиты истинное

примечиние. На самом деле из-за наклона земной оси и эллиптичности земной оройты истинное солнечное время в течение года течёт неравномерно, поэтому для определения серединных меридианов используют не настоящее Солнце, а его усреднённую «копию». Разница между средним и истинным солнечным временем называется «уравнением времени» и в течение года принимает значения от –16.4 до +14.3 минут. В день осеннего равноденствия уравнение времени составляет около 8 минут, поэтому при определении долготы мы «ошиблись» примерно на 2°.

в) Звезда оказывается в верхней кульминации в 20:30, через 8 часов после верхней кульминации Солнца, то есть разность прямых восхождений Солнца и звезды равна 8 часам, причём звезда находится восточнее. Солнце находится в точке осеннего равноденствия, его прямое восхождение равно 12 часам, поэтому прямое восхождение звезды равно $12^h + 8^h = 20^h$.

Осталось определить склонение звезды δ . Есть два случая:

• Верхняя кульминация происходит к югу от зенита, то есть $\delta < \varphi$. Тогда из высоты в верхней кульминации, которая на графике равна 68° :

$$h_{\rm BK} = 90^{\circ} + \delta - \varphi \implies \delta = -90^{\circ} + h_{\rm BK} + \varphi = -90^{\circ} + 68^{\circ} + 48^{\circ} = 26^{\circ}.$$

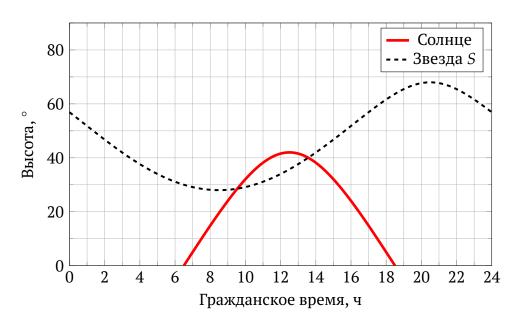
Заметим, что при таком склонении высота звезды в нижней кульминации равна $\varphi + \delta - 90^\circ = 48^\circ + 26^\circ - 90^\circ = -16^\circ$, что противоречит графику, так как к моменту нижней кульминации (около 8:30) звезда явно не успеет достигнуть такой высоты.

• Верхняя кульминация происходит к северу от зенита, то есть $\delta > \varphi$. Тогда из высоты в верхней кульминации:

$$h_{\rm BK} = 90^\circ - \delta + \varphi \quad \Longrightarrow \quad \delta = 90^\circ - h_{\rm BK} + \varphi = 90^\circ - 68^\circ + 48^\circ = 70^\circ.$$

Высота звезды в нижней кульминации составит $\varphi + \delta - 90^\circ = 48^\circ + 70^\circ - 90^\circ = 28^\circ.$

Точка с экваториальными координатами (20^{h} ; + 70°) располагается в созвездии Дракона, недалеко от звезды ε Dra. Для полноты анализа покажем, как выглядит график без учёта светлого времени суток (когда звезду не видно):



Критерии оценивания:

в2	Определение прямого восхождения звезды по времени её верхней кульминации	2			
в1	Определение склонения звезды по высоте её верхней кульминации	2			
б2	Определение долготы пункта наблюдения по сдвигу моментов восхода/захода Солнца или полудня				
б1	Определение широты пункта наблюдения по высоте верхней кульминации Солнца				
a	Сделан вывод, что наблюдения проводились в день равноденствия, причём равноденствие осеннее				

Часть II

Онлайн-тур

На онлайн-туре участники выполняли задания в системе тестирования. Комплект для каждого класса содержит 24 задания: вопросы на общие астрономические знания, упражнения для демонстрации практических навыков и простые вычислительные задачи. На выполнение заданий отводился 1 час 30 минут.

Для каждого задания оценивается только представленный участником ответ, оценка составляет 1–2 балла в зависимости от сложности задания и количества подвопросов. Максимальная оценка за тур — 40 баллов.

С полным содержанием комплекта в системе тестирования возможно ознакомиться на сайте олимпиады struve.astroedu.ru.



Справочные данные

Некоторые основные физические и астрономические постоянные

Гравитационная постоянная $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кr}^{-1} \cdot \text{c}^{-2}$ Скорость света в вакууме $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/c}$ Масса протона $m_p = 1.673 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ Масса электрона $m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ Астрономическая единица $1 \text{ a. e.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$ Парсек $1 \text{ пк} = 206265 \text{ a. e.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$ Световой год $1 \text{ св. год} = 365.25 \text{ сут.} \times c = 9.461 \cdot 10^{15} \text{ м}$

Данные о Солнце, Земле и Луне

на поверхности Земли

Видимая звёздная величина Солнца $m_{\odot} = -26.8^{\rm m}$ $T_{\odot, \, \text{eff}} = 5.8 \cdot 10^3 \, \text{K}$ Эффективная температура Солнца $E_{\odot} = 1.4 \cdot 10^3 \, \text{BT/m}^2$ Поток энергии на расстоянии Земли = 365.24219 сут. Тропический год = 365.25636 сут. Сидерический (орбитальный) период = 29.8 km/cСредняя орбитальная скорость = 23 ч 56 мин 04 с Звёздные сутки $\varepsilon = 23.44^{\circ}$ Наклон экватора к эклиптике Сидерический месяц = 27.32 cyt.= 29.53 cyt.Синодический месяц $g = 9.8 \text{ m/c}^2 = 9.8 \text{ H/kg}$ Ускорение свободного падения

Характеристики Солнца, планет Солнечной системы и Луны

		Радиус орбиты, а. е.	Орбитальный	Масса, кг	Радиус, 10 ³ км	Осевой
		оройты, а. е.	период		TU KWI	период
\odot	Солнце			$1.989\cdot10^{30}$	697	25.38 сут.
¥	Меркурий	0.3871	87.97 сут.	$3.302 \cdot 10^{23}$	2.44	58.65 сут.
9	Венера	0.7233	224.70 сут.	$4.869 \cdot 10^{24}$	6.05	243.02 сут.
\oplus	Земля	1.0000	см. выше	$5.974 \cdot 10^{24}$	6.37	23.93 ч
\mathbb{C}	∽ Луна	0.0026	27.32 сут.	$7.348 \cdot 10^{22}$	1.74	синхр.
o ⁷	Mapc	1.5237	686.98 сут.	$6.419 \cdot 10^{23}$	3.40	24.62 ч
4	Юпитер	5.2028	11.862 лет	$1.899 \cdot 10^{27}$	71.5	9.92 ч
ħ	Сатурн	9.5388	29.458 лет	$5.685 \cdot 10^{26}$	60.3	10.66 ч
ð	Уран	19.1914	84.01 лет	$8.683 \cdot 10^{25}$	25.6	17.24 ч
\forall	Нептун	30.0611	164.79 лет	$1.024 \cdot 10^{26}$	24.7	16.11 ч