Тренерский штаб сборной России по астрономии и астрофизике
Методическая комиссия олимпиады школьников по астрономии имени В. Я. Струве

V Олимпиада школьников по астрономии имени В. Я. Струве

Заключительный этап

Задания, решения и критерии оценивания

Методическое пособие

Москва
2026

УДК 52(076.1)
ББК 22.6

V Олимпиада школьников по астрономии имени В. Я. Струве. Заключительный этап. Задания, решения и критерии оценивания : методическое пособие / Под ред. И. А. Утешева, А. В. Веселовой — М.: 2026. — 49 с.

Олимпиада школьников по астрономии имени В. Я. Струве проводится для учащихся 7–8-х классов как дополнение к Всероссийской олимпиаде школьников по астрономии, в последних этапах которой принимают участие 9–11-классники. Олимпиада проводится для популяризации астрономии и других естественных наук, а также для выявления на раннем этапе способных и талантливых учащихся и их привлечения к систематическим занятиям астрономией.

Заключительный этап V олимпиады состоялся 6–7 мая 2026 года в распределённом формате в 65 регионах России от Камчатки до Калининграда.

Комплект заданий подготовлен методической комиссией
олимпиады школьников по астрономии имени В. Я. Струве
struve.astroedu.ru • struve@astroedu.ru

Авторы-составители:	Веселова А. В., СПбГУ (Санкт-Петербург)
	Волобуева М. И., ПФМЛ № 239 (Санкт-Петербург)
	Игнатьев В. Б., лицей № 5, ФТЛ (Долгопрудный)
	Утешев И. А., МФТИ, ЦПМ (Москва)
	Чугунов И. В., ГАО РАН (Санкт-Петербург)
	Шамбин А. И., АГУ (Республика Адыгея)
Редакторы:	Утешев И. А. — письменный тур
	Веселова А. В. — компьютерный тур
Рецензенты:	Эскин Б. Б., СПбГУ (Санкт-Петербург)
	Булыгин И. И., ФИАН (Москва)
	Желтоухов С. Г., МГУ им. М. В. Ломоносова (Москва)
	Фадеев Е. Н., ФИАН (Москва)

Тренерский штаб сборной России по астрономии и астрофизике выражает благодарность Министерству просвещения Российской Федерации и Московскому физико-техническому институту за поддержку инициативы по организации олимпиады, а также всех причастных к её проведению.

Содержание

Часть I

Письменный тур

На письменном туре участникам предложены 6 задач, на выполнение которых отводилось 3 часа 55 минут. Каждая задача предполагает представление развёрнутого письменного решения.

Решение каждого задания оценивается из 10 баллов. Максимальная оценка за тур — 60 баллов.

Принципы оценивания олимпиадных работ

1. Правильное решение оценивается полным баллом, при этом оно не обязано повторять авторское буквально или логически. Частично верное или совершенно неверное решение оценивается соответственно частичным баллом или нулём.

2. Решение участника разбивается на логические элементы (шаги). Каждый из шагов оценивается независимо в соответствии с критериями, приведёнными после авторского решения задачи. Оценка за задачу равна сумме оценок за каждый из критериев.

За каждый из критериев выставляется *неотрицательная* оценка. Если критерием предусмотрен штраф, он применяется к полной оценке за критерий; штрафы в пределах одного критерия складываются.

3. Каждый критерий оценивается независимо. За одну и ту же ошибку участник не может быть «наказан» дважды. Однако если участник получил и проигнорировал заведомо абсурдный результат, оценка может быть снижена вплоть до нуля.

4. Оригинальные решения, не совпадающие с авторскими, оцениваются по аналогии, если в них возможно выделить аналогичные шаги.

Решение участника может оказаться более эффективным, чем авторское. В таком случае «выпадающие» критерии оцениваются в полном объёме.

5. Если участник совершает ошибку, не предусмотренную в критериях, член жюри самостоятельно определяет величину штрафа.

Оценка *не снижается* за плохой почерк, помарки, недостатки оформления и прочие не относящиеся к сути решения участника элементы, но может быть снижена за запись численных ответов с заведомо абсурдной точностью.

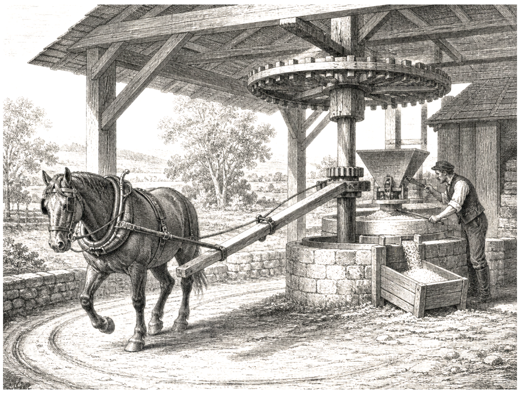
6. Для выставления справедливой оценки учитывается *вся проделанная участником работа*. Некоторые правильные идеи и догадки, имеющие отношение к корректному решению задачи, могут быть (на усмотрение членов жюри) оценены суммарно в 1–2 балла даже при отсутствии конкретных продвижений.

7. Не оцениваются элементы, не имеющие отношения к решению конкретной задачи: отвлечённые факты и произвольные формулы. Однако если правильное решение содержит необязательные дополнения и комментарии с грубыми физическими и астрономическими ошибками, оценка может быть снижена.

8. Каждая задача проверяется независимо двумя членами жюри. В протокол жюри вносится *одна* согласованная оценка за задачу. Если устранить разногласия не удалось, окончательное решение принимает председатель жюри или уполномоченный им член жюри.

7 класс

7.1 Год электрической лошади



С давних времён люди использовали лошадей для тяжёлой работы: вспашки земли, перевозки и передвижения грузов, молотьбы и мукомолья. В 1784 году инженер Джеймс Уатт (Ватт) создал первую универсальную паровую машину. Для того, чтобы объяснить покупателям преимущества своего изобретения, в качестве единицы измерения мощности он предложил *лошадиную силу.*

По сей день лошадиные силы используются при описании характеристик двигателей (автомобиля, мотоцикла, газонокосилки и т. п.).

К концу XIX века для обеспечения единства измерений была принята метрическая единица измерения мощности — *ватт,* названная в честь Дж. Уатта. 1 ватт определяют как мощность, при которой за 1 секунду времени совершается работа в 1 джоуль. Для лошадиной силы при этом приняты различные определения, например,

1 *электрическая лошадиная сила* = 1 э. л. с. = 746 Вт.

а) Выразите светимость (мощность излучения) Солнца в э. л. с.

б) Рассчитайте суммарную мощность солнечного излучения, попадающего на нашу планету, в э. л. с.

Подсказка. Площадь сферы радиусом R есть $S = 4\pi R^2$, где $\pi \approx 3.14$.

Возможное решение:

а) В условии задачи и справочных данных не приведена светимость Солнца, однако дана плотность потока солнечного излучения на расстоянии Земли:

$$E_\odot = 1.4 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2.$$

Эту величину называют *солнечной постоянной.* Она характеризует мощность излучения Солнца, приходящуюся на квадратный метр поверхности сферы (рис. 1) с центром в Солнце, охватывающей орбиту Земли, радиусом

$$r = 1 \text{ а. е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}.$$

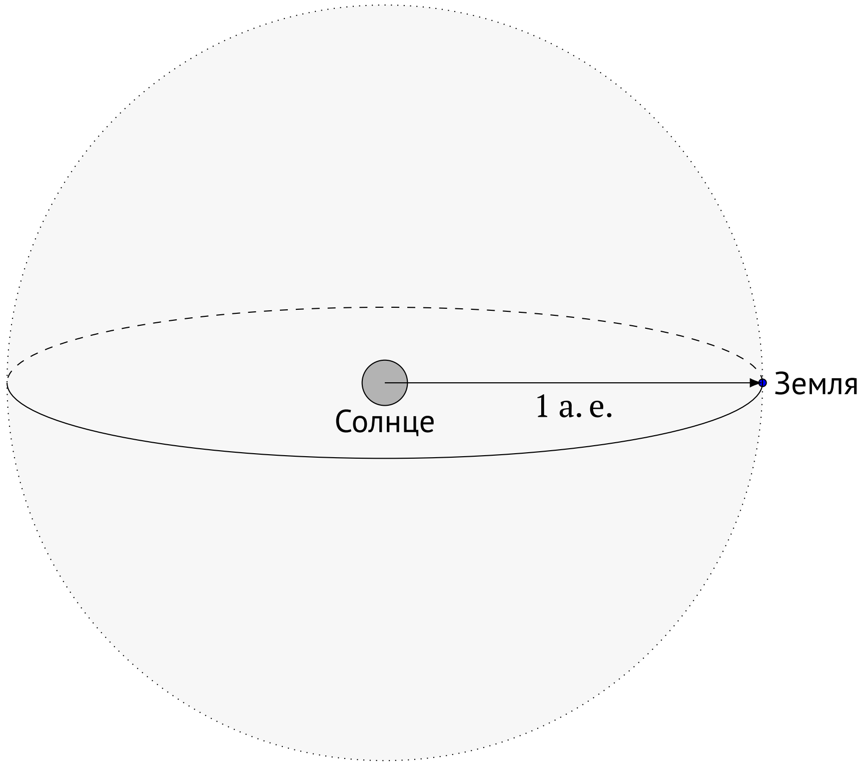


Рис. 1: К понятию солнечной постоянной

Вся мощность излучения Солнца проходит через поверхность этой сферы, поэтому светимость Солнца равна

$$L_\odot = E_\odot \times S_{\text{сф}}\Big|_{r=1\text{ а. е.}} = E_\odot \times 4\pi r^2 =$$
$$= 1.4 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2 \times 4 \times 3.14 \times \left(1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}\right)^2 \approx$$
$$\approx 3.9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}.$$

Замечание. Некоторые участники могли воспользоваться известным значением $L_\odot \approx 4 \cdot 10^{26}$ Вт или законом Стефана — Больцмана

$$L_\odot = 4\pi R_\odot^2 \cdot \sigma T_\odot^4.$$

В последнем случае необходимо было дополнительно вспомнить значение постоянной Стефана — Больцмана σ и величину эффективной температуры фотосферы Солнца $T_\odot$. При верном результате такой подход, разумеется, засчитывается.

Коэффициент перевода в электические лошадиные силы приведён в условии задачи:

$$1 \text{ э. л. с.} = 746 \text{ Вт}.$$

Получаем

$$L_{\odot} = \frac{3.9 \cdot 10^{26}\ \text{Вт}}{746\ \text{Вт/э. л. с.}} \approx \mathbf{5.3 \cdot 10^{23}\ э.\,л.\,с.}$$

б) Теперь найдём суммарную мощность солнечного излучения, попадающего на Землю. Земля собирает солнечную энергию не всей своей поверхностью: околосолнечный наблюдатель наблюдал бы освещённый земной *диск* с радиусом, равным радиусу Земли

$$R_{\oplus} = 6.37 \cdot 10^3\ \text{км} = 6.37 \cdot 10^6\ \text{м}.$$

Соответствующая площадь есть площадь круга. Следовательно,

$$\begin{aligned} P_{\oplus} &= E_{\odot} \times S_{\text{кр}}\Big|_{R=R_{\oplus}} = E_{\odot} \times \pi R_{\oplus}^2 = \\ &= 1.4 \cdot 10^3\ \text{Вт/м}^2 \times 3.14 \times \left(6.37 \cdot 10^6\ \text{м}\right)^2 \approx \\ &\approx 1.8 \cdot 10^{17}\ \text{Вт}. \end{aligned}$$

В электрических лошадиных силах это составляет

$$P_{\oplus} = \frac{1.8 \cdot 10^{17}\ \text{Вт}}{746\ \text{Вт/э. л. с.}} \approx \mathbf{2.4 \cdot 10^{14}\ э.\,л.\,с.}$$

Критерии оценивания:

(а) Светимость Солнца в э. л. с. **6**
- а1. Вычисление или указание светимости Солнца 3
- а2. Перевод единиц измерения и верный ответ .... 2 + 1
  - *Завышение точности — штраф 0.5 балла за ответ.*
  - *Арифметическая ошибка — штраф 2 балла.*

(б) Воспринимаемая мощность излучения **4**
- б1. В расчётах используется *диск* 2
- б2. Перевод единиц измерения и верный ответ .... 1 + 1
  - *Если в расчётах используются площадь сферы или полусферы, за критерий б2 выставляется не более 1 балла (ответ не оценивается).*
  - *Завышение точности — штраф 0.5 балла за ответ.*
  - *Арифметическая ошибка — штраф 1 балл.*

Всего **10**

7.2 Задача для перфекционистов

В звёздном скоплении Абсолютного Порядка вокруг звезды, расположенной точно в центре скопления, по идеально круговой орбите с периодом 1 000.0 планетных суток обращается идеально шарообразная планета, экватор которой наклонен ровно на 45.0° к плоскости орбиты. С Северного полюса планеты в самую тёмную ночь года видно ровно 8 000 звёзд. Сколько звёзд доступно для наблюдения хоть в какой-то момент в течение года для наблюдателя на широте 86.0° с. ш.? Влиянием атмосферы пренебрегите, звёзды считайте равномерно распределенными по небу планеты.

Подсказка. Площадь небесной сферы составляет около 41 250 квадратных градусов.

Возможное решение. Так как год на планете вмещает много планетных суток, а ось вращения планеты наклонена к плоскости орбиты, на планете происходит смена дня и ночи. Поэтому в каждой точке планеты бывают достаточно тёмные ночи, когда можно наблюдать звёзды.

С Северного полюса в ночное время видна ровно половина небесной сферы: все звёзды, расположенные выше небесного экватора. По условию на этой половине неба находится 8000 звёзд.

Наблюдатель находится на широте $\varphi = 86.0°$ с. ш. Если бы он находился на полюсе, ему была бы доступна только северная небесная полусфера. Однако при смещении от полюса на

$$90.0° - 86.0° = 4.0°$$

наблюдатель получает возможность видеть часть южной небесной полусферы (рис. 2). В какой-то момент суток над горизонтом оказываются звёзды со склонениями вплоть до

$$\delta_{\text{min}} = -4.0°.$$

Значит, кроме северной небесной полусферы, доступна ещё полоса неба шириной 4.0° под небесным экватором.

Площадь этой полосы можно оценить как площадь прямоугольника, длина которого равна длине небесного экватора, а ширина равна 4.0°:

$$S_{\text{полосы}} = 360° \times 4.0° = 1\,440\ \square°.$$

Здесь □° — квадратный градус.

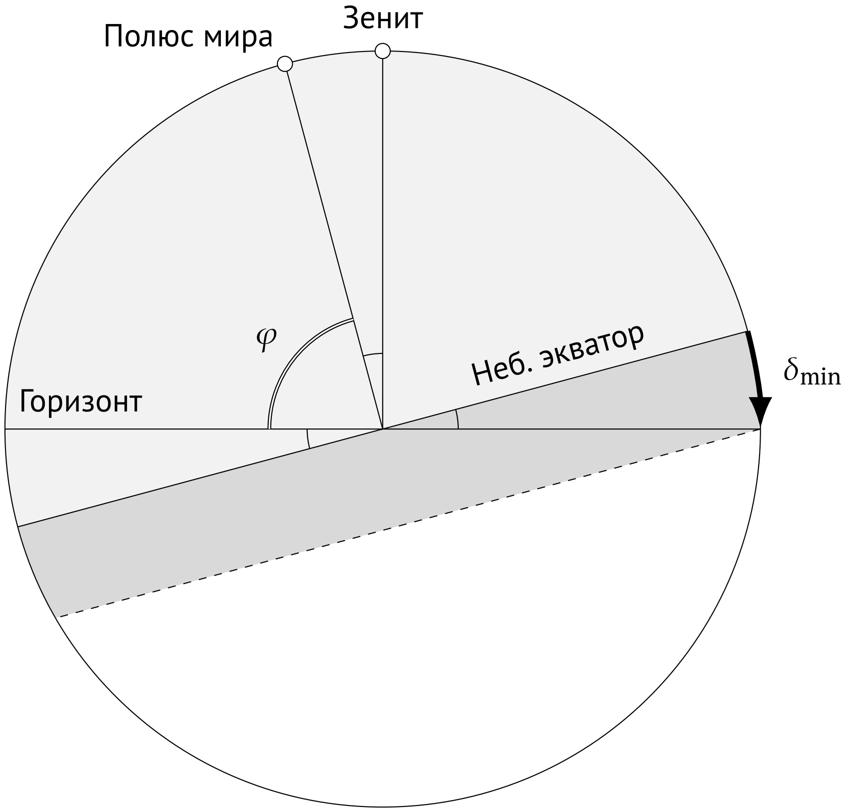


Рис. 2: Вид небесной сферы для околополярного наблюдателя (проекция на небесный меридиан). *Высота полюса мира равна широте места наблюдения φ. Закрашена часть небесной сферы, доступная для наблюдения: северное небесное полушарие (полусфера над небесным экватором) и полоса шириной $|\delta_{\min}|$ под небесным экватором*

Площадь половины небесной сферы равна

$$S_{\text{полусферы}} = \frac{41\,250\ \square^\circ}{2} = 20\,625\ \square^\circ.$$

Поскольку звёзды равномерно распределены по небу, число звёзд в «добавочной» полосе равно

$$N_{\text{полосы}} = 8\,000 \times \frac{1\,440\ \square^\circ}{20\,625\ \square^\circ} \approx 560.$$

Тогда всего для наблюдателя на широте 86.0° с. ш. в течение года доступно

$$N = 8\,000 + 560 = \mathbf{8\,560\ звёзд.}$$

Замечание. В решениях участников нередко встречается утверждение, основанное на предположении о равномерном распределении звёзд по небесной сфере: «Из любой точки поверхности планеты наблюдателю доступно ровно 8 000 звёзд». Данное утверждение является ***некорректным.*** В действительности количество звёзд, доступных наблюдению, зависит от географической широты места проведения наблюдений. На полюсах планеты в каждый момент времени видна лишь половина небесной сферы, тогда как на экваторе в течение года (с учётом суточного вращения и годичного движения планеты вокруг звезды) возможно наблюдение всех звёзд, принадлежащих полной небесной сфере. Таким образом, с удалением от полюсов к экватору возрастает количество звёзд, которые могут быть зафиксированы наблюдателем хотя бы в какой-либо момент времени.

Принимая во внимание, что наклон экватора планеты к плоскости её орбиты составляет $\varepsilon = 45^\circ$, область полярных кругов простирается от полюсов до широт $\pm(90^\circ - \varepsilon) = \pm 45^\circ$. На широте 86° наблюдаются полярные ночи, в течение которых Солнце не поднимается над горизонтом. За одну такую полярную ночь наблюдатель способен зарегистрировать все звёзды со склонениями, превышающими некоторое пороговое значение, определяемое высотой незаходящих светил (рис. 2). Следовательно, для широты 86° число звёзд, доступных наблюдению хотя бы в какой-то момент года, совпадает с числом звёзд, в принципе доступных по склонению, и может быть вычислено геометрически.

Отметим также необходимость точной интерпретации поставленного вопроса: *единовременно* наблюдатель может наблюдать лишь звёзды небесной полусферы, однако в разные моменты в течение года над южной частью горизонта будут оказываться различные светила.

Критерии оценивания:

1. Указание на увеличение числа доступных наблюдателю звёзд на 86° с. ш. по сравнению с полюсом 2
2. Верная оценка ширины полосы неба с «дополнительными» звёздами 2
3. Верная оценка площади полосы неба с «дополнительными» звёздами 2
4. Расчёт поверхностной концентрации звёзд (явный или неявный) 2
5. Оценка числа «дополнительных» звёзд 1
6. Верный итоговый ответ 1
   - *Решение, приводящее к ответу 8 000 — не более 1 балла (выставляется за критерий 4).*
   - *Если ответ **меньше** 8 000 — баллы за критерии 1, 5 и 6 не выставляются.*

Всего 10

7.3 Таинственный остров

На рис. 3 изображена карта таинственного острова из одноимённого романа Жюля Верна. После некоторых загадочных событий на этом острове оказался рассеянный мальчик Авокадий из Уфы (часовой пояс UT + 5). На руке мальчик обнаружил идущие по домашнему времени механические часы со стрелками, а в кармане — металлическую линейку. На берегу Авокадий нашёл ровную метровую палку и воткнул её вертикально в землю.

а) Определите, когда *сегодня* (6 мая) наступил или наступит местный солнечный полдень по часам Авокадия.

б) Оцените длину тени палки в момент сегодняшнего местного полудня (при условии хорошей погоды).

в) Какой океан омывает берега таинственного острова?

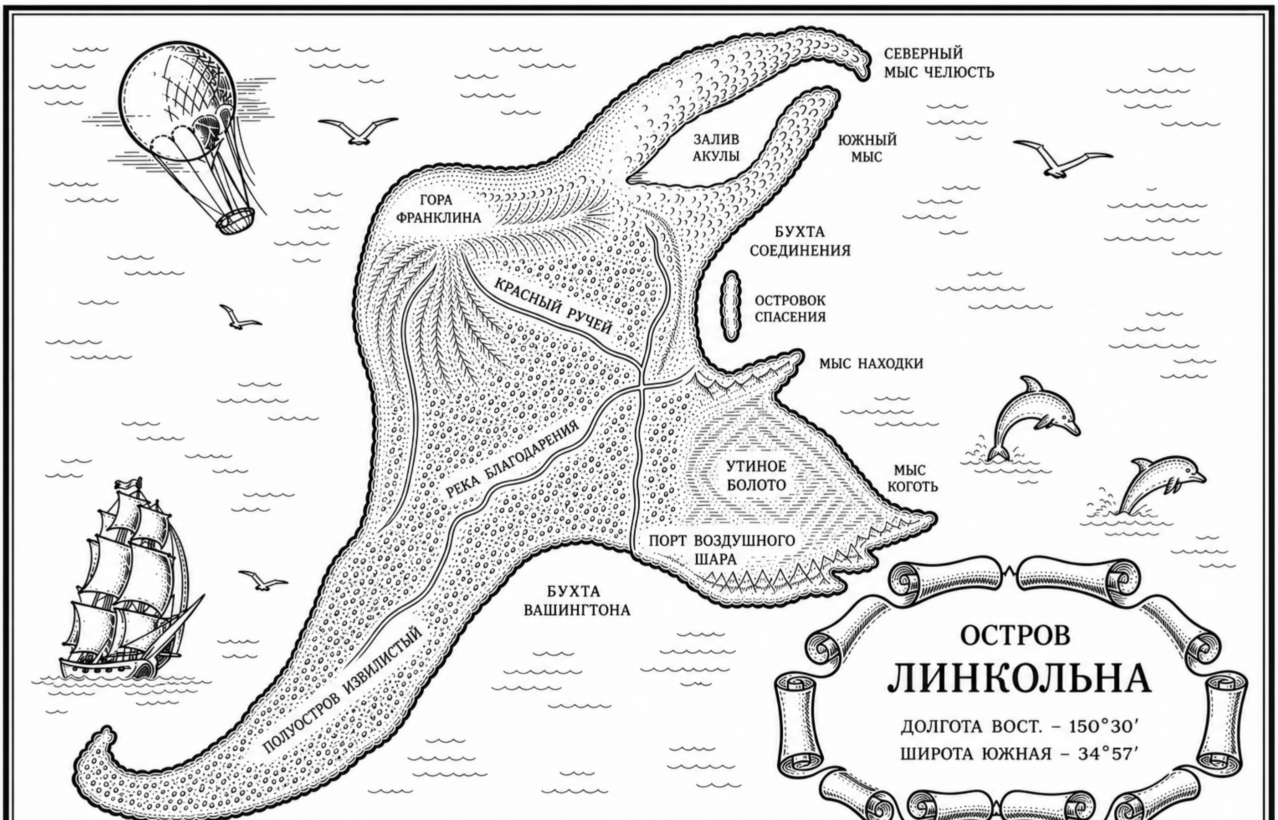


Рис. 3: Карта таинственного острова

Возможное решение:

С карты считываем координаты острова:

$$\varphi = 34^\circ\,57'\ \text{ю. ш.} = -34.95^\circ,$$
$$\lambda = 150^\circ\,30'\ \text{в. д.} = 150.50^\circ.$$

а) Так как Земля поворачивается на 15° за 1 ч, местное солнечное время на острове опережает всемирное время на

$$\Delta t = \frac{150.5^\circ}{15^\circ/\text{ч}} \approx 10.03\ \text{ч} = 10\ \text{ч}\ 2\ \text{мин}.$$

Местный солнечный полдень наступает в 12 ч 00 мин местного солнечного времени. Значит, по всемирному времени полдень наступил в

$$12\ \text{ч}\ 00\ \text{мин} - 10\ \text{ч}\ 2\ \text{мин} = 1\ \text{ч}\ 58\ \text{мин}.$$

Часы Авокадия идут по уфимскому времени, то есть по времени UT+5. Поэтому по его часам местный солнечный полдень наступил в

$$1\ \text{ч}\ 58\ \text{мин} + 5\ \text{ч} = \mathbf{6\ ч\ 58\ мин.}$$

б) Оценим теперь длину тени метровой палки.

6 мая на полпути между весенним равноденствием и летним солнцестоянием. Склонение Солнца уже заметно положительное. Известно, что вблизи равноденствий склонение Солнца изменяется быстрее всего, в то время как вблизи солнце*стояний* — медленнее всего. Отсюда вполне очевидно, что 6 мая

$$\delta_\odot \in \left[\frac{\varepsilon}{2};\ \varepsilon\right).$$

Для оценки примем

$$\delta_\odot \approx +17^\circ.$$

Замечание. Более точное обоснование оценки не требуется, однако участники могли использовать, например, синусоидальное приближение зависимости склонения Солнца от времени:

$$\delta_\odot \approx \varepsilon \sin\left(360^\circ \cdot t\right),$$

где t — доля года, прошедшая с весеннего равноденствия. В данном случае имеем

$$\delta_\odot \approx 23.5^\circ \times \sin 45^\circ \approx 17^\circ.$$

Высота Солнца над горизонтом в верхней кульминации равна

$$\begin{aligned} h &= 90^\circ - \left|\varphi - \delta_\odot\right| = \\ &\approx 90^\circ - |-35^\circ - 17^\circ| = \\ &= 38^\circ. \end{aligned}$$

Высота палки равна $H = 1$ м. Длина тени l связана с высотой Солнца соотношением

$$\tan h_\odot = \frac{H}{l}.$$

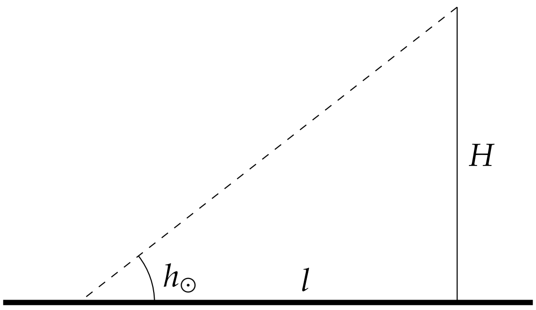


Рис. 4: Связь длины тень палки и высоты Солнца

Следовательно,

$$l = \frac{H}{\tan h} = \frac{1\text{ м}}{\tan 38^\circ} \approx \mathbf{1.3\ м.}$$

Определить длину тени возможно и непосредственным измерением, построив масштабный чертёж, аналогичный рисунку выше.

в) Так как остров имеет координаты около 35° ю. ш. и 150° в. д., логично ожидать, что он расположен **в Тихом океане.**

В действительности точка с такими координатами находится в юго-восточной части Австралии, недалеко от Сиднея и Канберры. В распространённых изданиях романа на русском языке допущена ошибка: на картах указывается восточная долгота, тогда как по задумке автора остров располагается в Западном полушарии (что примечательно — недалеко от точки Немо).

Критерии оценивания:

(а) Местный солнечный полдень 4

а1. Считывание координат с карты 1

а2. Перевод долготы в часы, понимание связи всемирного и местного времени 2

а3. Верное вычисление гражданского времени для Уфы 1

- *Перепутаны восточная и западная долгота — за критерий а2 выставляется не более 1 балла, на оценки по остальным критериям ошибка не влияет.*
- *Используется гражданское время при переводе долготы вместо солнечного — за критерий а2 выставляется не более 1 балла.*

(б) Длина тени метровой палки 5

б1. Оценка склонения Солнца любым способом 1

б1. Результат $\in [11^\circ;\ 20^\circ]$ *1*

б2. Любое другое возможное значение склонения Солнца 0.5

б3. Невозможное значение склонения 0

б2. Определение полуденной высоты Солнца 2

- *Вместо южной широты взята северная либо рассматривается нижняя кульминация вместо верхней — за критерий б2 выставляется не более 1 балла.*

б3. Определение длины тени: геометрия + вычисление . . . . . 1 + 1

- *Вместо тангенса некорректно используется другая тригонометрическая функция либо вместо длины тени посчитана другая сторона треугольника — за критерий б3 выставляется не более 1.5 баллов.*
- *За избыточную точность — штраф 0.5 балла.*

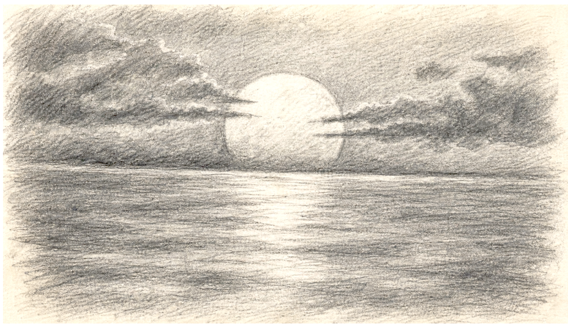
(в) Указание океана 1

в1. Тихий океан или Индийский океан (с минимальным обоснованием) . . 1

Всего 10

7.4 Застольная

Записки путешественника:



Путешествуя по северу России 23 марта 1700 года по местному календарю, я остановился у хлебосольного хозяина, увлекавшегося астрономией. Во время вечерней застольной беседы мы залюбовались Луной, рисунок которой я привожу здесь.

— Как жаль, что вы не приехали в предшествующий месяц, — нарушил молчание мой собеседник. — Вы бы могли увидеть солнечное затмение в полдень. В тот день Солнце было закрыто более чем на четверть всего диска.

В какие даты по современному календарю:

а) наблюдалось солнечное затмение?
б) произошёл описанный разговор?

Возможное решение. Поскольку события происходят в России в 1700 году, даты в записках путешественника указаны по старому стилю, то есть по юлианскому календарю.

На рисунке изображена полная Луна — разговор происходил в полнолуние. Солнечное затмение, наоборот, может происходить только в новолуние.

Примем продолжительность синодического месяца равной 29.5 суток. От новолуния до следующего полнолуния проходит примерно половина синодического месяца, а от солнечного затмения в предшествующем месяце до полнолуния 23 марта прошло около полутора синодических месяцев.

Тогда промежуток времени между затмением и разговором составляет

$$29.5 \text{ сут.} \times 1.5 = 44.25 \text{ сут.}$$

На рисунке полная Луна восходит. Дата 23 марта близка к равноденствию, поэтому восход Луны пришёлся примерно на 18 часов. Значит, от начала марта до момента разговора прошло 22.75 суток. В феврале от момента затмения до начала марта прошло

$$44.25 \text{ сут.} - 22.75 \text{ сут.} = 21.5 \text{ сут.}$$

В юлианском календаре 1700 год был високосным, поэтому в феврале было 29 суток. Значит, момент затмения пришёлся на

$$29 \text{ февраля} - 21.5 \text{ сут.} = 7.5 \text{ февраля},$$

то есть солнечное затмение наблюдалось около полудня 8 февраля 1700 года по старому стилю, что согласуется с условием.

Теперь переведём даты в современный календарь. В 1700 году юлианский календарь отличался от григорианского на 10 суток до конца февраля по старому стилю и на 11 суток после 29 февраля по старому стилю: в юлианском календаре 1700 год был високосным, а в григорианском нет.

Дата затмения по современному календарю:

$$8 \text{ февраля} + 10 \text{ сут.} = \mathbf{18\ февраля.}$$

Дата разговора по современному календарю:

$$23 \text{ марта} + 11 \text{ сут.} = \mathbf{3\ апреля.}$$

Критерии оценивания:

1. Понимание, что дата указана по юлианскому календарю (старому стилю) 2
   - *Включая корректное понимание того, что есть старый и новый стиль.*
   - *Если участник считает, что дата указана по григорианскому календарю — не более 3 баллов в сумме.*
2. Затмение состоялось за ≈ 44.25 сут. до разговора 2
3. Дата затмения 08.02.1700 по старому стилю 1
4. Разница календарей до и после 29.02 по старому стилю изменяется на сутки .. 1
5. Разница до 29.02 — 10 суток 1
6. Разница после 29.02 — 11 суток 1
7. Дата затмения по новому стилю 1
8. Дата разговора по новому стилю 1

Всего 10

7.5 Семейный портрет

На рис. 5 представлена фотография спутников Сатурна Реи и Дионы, сделанная автоматической межпланетной станцией (АМС) «Кассини». В момент съёмки Рея находилась примерно в 1.2 млн км от АМС; расстояние от станции до Дионы составляло около 1.9 млн км. Параметры орбит некоторых спутников Сатурна приведены в таблице 1; орбиты считайте круговыми.

Определите:

а) расстояние от АМС до Сатурна в момент съёмки;
б) отношение линейных размеров Реи и Дионы.

Указание. Не забудьте отметить на рисунке измеряемые параметры.

Таблица 1: Параметры орбит некоторых спутников Сатурна

Код	**Спутник**	**Радиус орбиты, тыс. км**	**Период обращения, сут.**
I	Мимас	190	0.94
II	Энцелад	240	1.37
III	Тефия	290	1.89
IV	Диона	380	2.74
V	Рея	530	4.52
VI	Титан	1 220	15.95

Возможное решение:

а) Решение первой части удобно выполнить графически. Спутники, очевидно, крайне малы по сравнению с расстояниями от АМС до них (в самом деле, Рея и Диона во всяком случае меньше Земли, а расстояния до них — 1–2 млн км). Поэтому можно считать, что «Кассини», Рея и Диона лежат на одной прямой.

Отметим на чертеже (рис. 6) положение АМС и проведём прямую в направлении на спутники.

Из таблицы 1 выделим нужные данные. Рея обращается вокруг Сатурна по орбите радиуса $r_R = 530 \cdot 10^3$ км, а Диона — по орбите радиуса $r_D = 380 \cdot 10^3$ км. Эти радиусы задают не только расстояния от спутников до Сатурна, но и от Сатурна до соответствующих спутников.

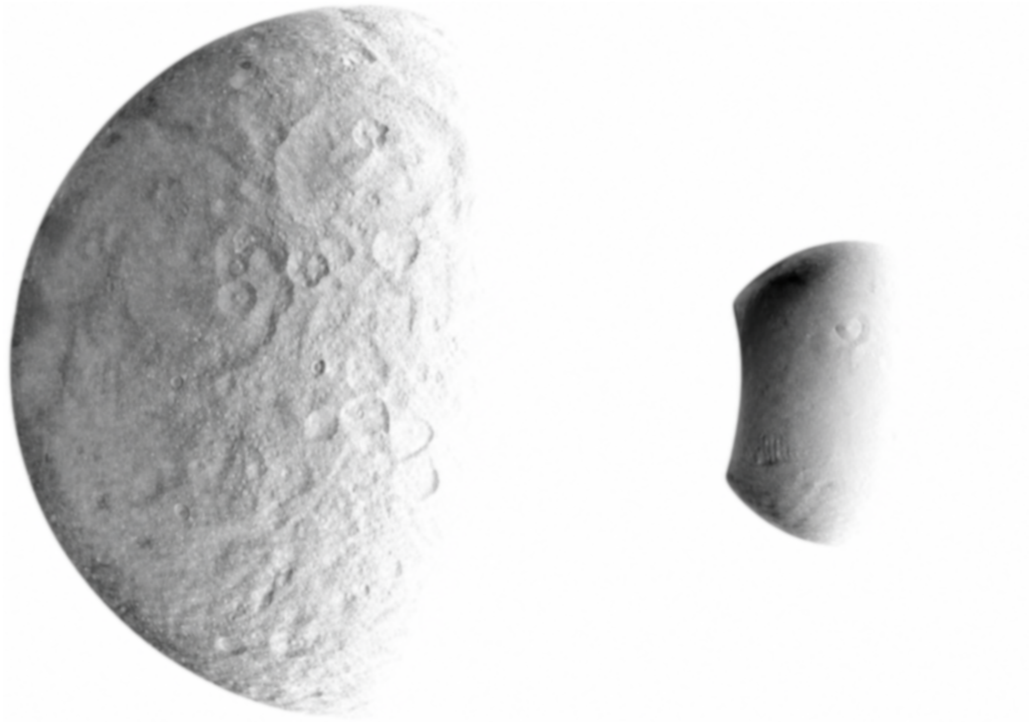


Рис. 5: Фотография Реи и Дионы с АМС «Кассини», ***негатив***

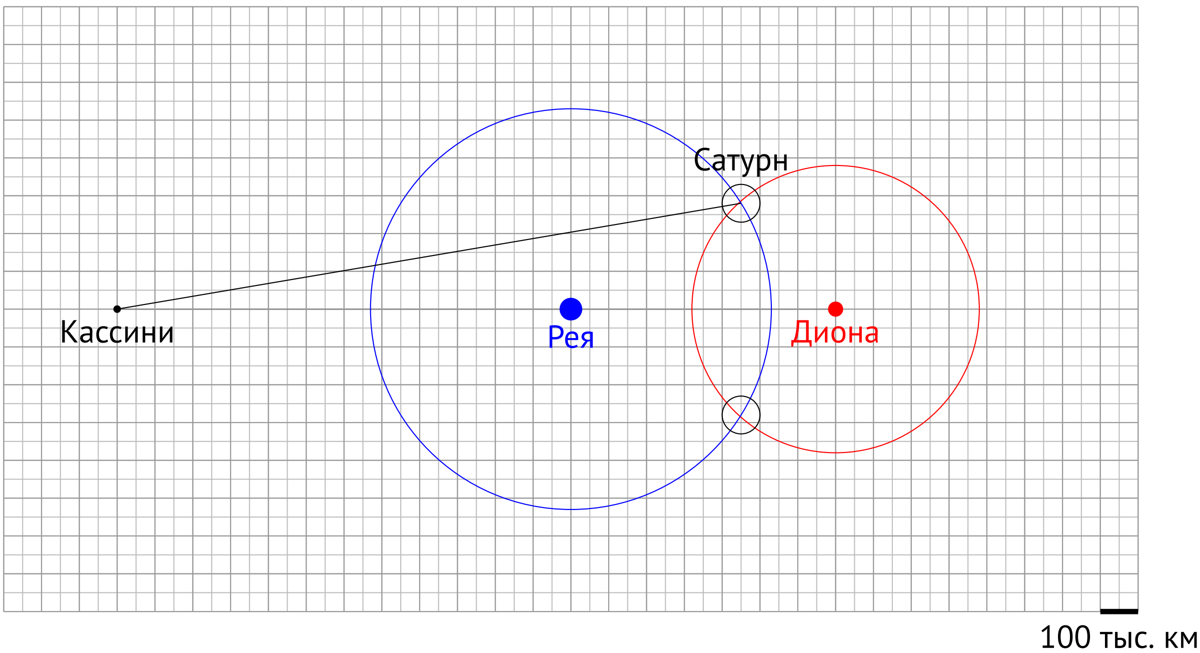


Рис. 6: Чертёж

Следовательно, Сатурн должен находиться одновременно на окружности радиуса r_R с центром в положении Реи и на окружности радиуса r_D с центром в положении Дионы. Точка пересечения этих окружностей и даёт положение Сатурна.

Расстояние от АМС до каждого из возможных (симметричных) положений Сатурна составляет **$1.7 \cdot 10^6$ км.**

б) Теперь найдём отношение линейных размеров спутников. Размеры изображений на фотографии соответствуют угловым размерам спутников при наблюдении с АМС.

При малых углах линейный размер тела прямо пропорционален произведению его углового размера на расстояние до него: $L \propto \alpha d$.

Измерения на рисунке дают размер изображения Реи около $a_R = 94$ мм, Дионы — $a_D = 41$ мм (при масштабе печати 100 %). Важно не перепутать спутники! Рея находится ближе к точке съёмки, её диск (на фото слева) частично перекрывает диск Дионы (на фото справа).

Отсюда отношение линейных размеров Реи и Дионы равно

$$\begin{aligned}\frac{L_R}{L_D} &= \frac{a_R}{a_D} \times \frac{d_R}{d_D} = \\ &= \frac{94\text{ мм}}{41\text{ мм}} \times \frac{1.2 \cdot 10^6\text{ км}}{1.9 \cdot 10^6\text{ км}} \approx \\ &\approx \mathbf{1.5}.\end{aligned}$$

Критерии оценивания:

- **(а) Расстояние до Сатурна** **5**
  - а1. Спутники и аппарат находятся (примерно) на одной прямой 2
  - а2. Правильно найдено расстояние 3
- **(б) Отношение размеров спутников** **5**
  - б1. Измерены диаметры дисков 1
  - б2. Отношение расстояний (в любой форме) 1
  - б3. Угловой размер ~ линейный размер / расстояние 2
    - *Использование реальных единиц измерения вместо условных — не более 1 балла за критерий б3.*
  - б4. Отношение размеров 1
    - *Если участник перепутал спутники на рис. 5 — решение оценивается в полной мере, но ответ (≈ 4) не оценивается.*

Всего **10**

7.6 Работа лабораторная, звёзды нормальные

Студенту-астроному Интегральчикову поручили исследовать параметры нормальных звёзд. Он составил сводную таблицу для нескольких десятков объектов и пытается на её основе самостоятельно рассчитать параметры звёзд, для которых он не смог найти весь массив данных. В таблице 2 мы приводим выдержку из его записей. Масса, радиус и светимость (мощность излучения) звёзд указаны в единицах соответствующих параметров для Солнца (⊙).

а) *Оцените* недостающие параметры звёзд и объясните полученные ответы.
б) Постройте на рис. 7 график зависимости средней плотности звезды от её массы. Как меняется средняя плотность звёзд с увеличением их массы?
в) Студент заинтересовался звездой β Журавля с массой $M = 3M_\odot$ и светимостью $L = 3\,800L_\odot$.
   - Можно ли по данным таблицы оценить радиус звезды β Журавля?
   - Видна ли эта звезда на севере России?

Подсказка. Объём шара радиусом R есть $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, где $\pi \approx 3.14$.

Таблица 2: Параметры некоторых нормальных звёзд

Название	**Масса, $M_\odot$**	**Радиус, $R_\odot$**	**Температура, °С**	**Светимость, $L_\odot$**	**Возраст, млн лет**
Бенетнаш	6.0	3.4	22 000	700	10
Регул	3.5	3.2	10 100	350	50
Сириус	2.0	1.7	9 670	25	230
Фомальгаут	1.9	1.8	8 230	16	200
IK Пегаса	1.7	1.6	7 400	8.0	400
Процион	1.5	1.9	6 300	7.8	1 700
Солнце	1.0	1.0	5 500	1.0	4 570
Толиман	0.90	0.87	4 980	0.50	4 850
Тау Кита	0.78	0.79	5 100	0.52	5 800
WASP-28	1.08	**???**	5 830	1.4	5 000
Денебола	1.8	1.7	8 200	**???**	300

Возможное решение:

а) Звезду WASP-28 можно считать близкой по характеристикам к Солнцу: её масса лишь немного больше солнечной, температура также близка к солнечной, а светимость составляет $1.4L_{\odot}$. Поэтому уже по таблице разумно ожидать, что её радиус немного больше солнечного:

$$R_{\text{WASP-28}} \approx \mathbf{(1.0 \div 1.1)}\ \boldsymbol{R_{\odot}}.$$

Замечание. Более аккуратно оценим радиус по связи светимости, радиуса и температуры звезды. Для звёзд можно использовать чернотельное приближение (закон Стефана — Больцмана):

$$L \propto R^2 T^4.$$

Сравнивая звезду с Солнцем, получаем

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^2 \times \left(\frac{T}{T_{\odot}}\right)^4.$$

В этой формуле температуру надо брать в кельвинах. Для Солнца

$$T_{\odot} = 5500\,^{\circ}\text{C} + 273 = 5773\ \text{K},$$

а для WASP-28

$$T = 5830\,^{\circ}\text{C} + 273 = 6103\ \text{K}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{R_{\text{WASP-28}}}{R_{\odot}} &= \sqrt{\frac{L}{L_{\odot}}} \times \left(\frac{T_{\odot}}{T}\right)^2 = \\ &= \sqrt{1.4} \times \left(\frac{5773\ \text{K}}{6103\ \text{K}}\right)^2 \approx \\ &\approx 1.06. \end{aligned}$$

Значит,

$$R_{\text{WASP-28}} \approx 1.1\ R_{\odot}.$$

Как видим, уточнённая оценка совпала с «наивной».

Теперь оценим светимость Денеболы. По массе, радиусу и температуре она близка к Фомальгауту и IK Пегаса, поэтому по таблице можно ожидать светимость порядка

$$L_{\text{Денеболы}} \approx \mathbf{(12 \div 15)}\ \boldsymbol{L_{\odot}}.$$

Замечание. Аналогично уточним оценку, используя ту же зависимость $L \propto R^2T^4$. Для Денеболы

$$T = 8200\,^\circ\text{C} + 273 = 8473\ \text{K}.$$

Тогда

$$\begin{aligned}\frac{L_{\text{Денеболы}}}{L_\odot} &= \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 \times \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4 = \\ &= (1.7)^2 \times \left(\frac{8473\ \text{K}}{5773\ \text{K}}\right)^4 \approx \\ &\approx 13.4.\end{aligned}$$

Следовательно,

$$L_{\text{Денеболы}} \approx 13\ L_\odot.$$

б) Для построения графика зависимости средней плотности от массы выразим плотность в единицах средней плотности Солнца. Так как средняя плотность равна отношению массы к объёму, а объём звезды пропорционален кубу её радиуса, получаем

$$\frac{\langle\rho\rangle}{\langle\rho_\odot\rangle} = \frac{M/V}{M_\odot/V_\odot} = \frac{M}{M_\odot} \times \frac{V_\odot}{V} = \frac{M}{M_\odot} \times \left(\frac{R_\odot}{R}\right)^3.$$

В результате вычислений получаем следующие значения:

Название	$M/M_\odot$	$R/R_\odot$	$\langle\rho\rangle/\langle\rho_\odot\rangle$
Бенетнаш	6.0	3.4	0.15
Регул	3.5	3.2	0.11
Сириус	2.0	1.7	0.41
Фомальгаут	1.9	1.8	0.33
IK Пегаса	1.7	1.6	0.42
Процион	1.5	1.9	0.22
Солнце	1.0	1.0	1.00
Толиман	0.90	0.87	1.37
Тау Кита	0.78	0.79	1.58

Эти точки необходимо нанести на рис. 7. По полученным значениям видно, что **в среднем с увеличением массы звёзд их средняя плотность уменьшается.** Зависимость не является строго монотонной: например, отдельные звёзды близкой массы могут иметь разные радиусы, а значит, и разные средние плотности. Кроме того, в таблице приведена небольшая выборка звёзд.

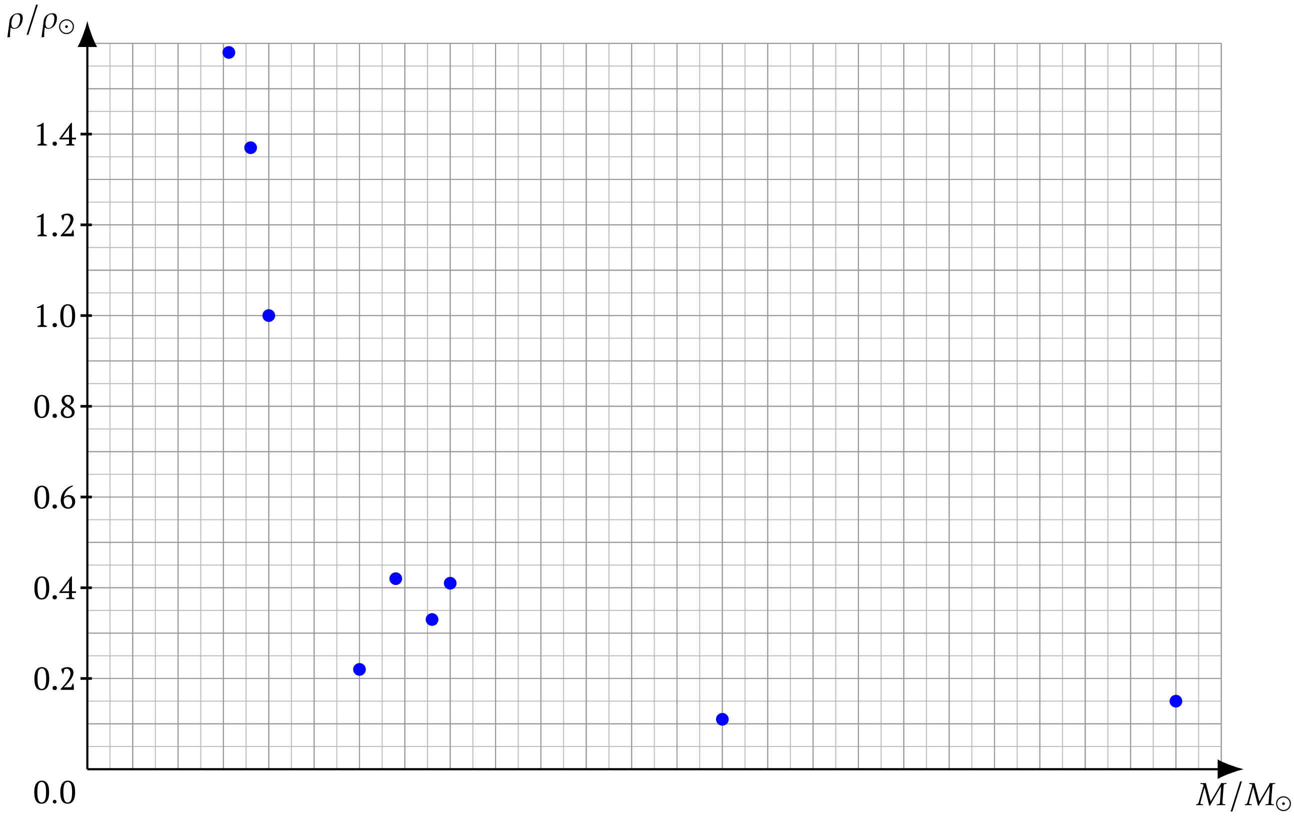


Рис. 7: Зависимость «масса — средняя плотность»

в) Рассмотрим теперь звезду β Журавля. Её масса $M = 3M_\odot$ лежит между массами Сириуса и Регула, но светимость $L = 3\,800L_\odot$ намного больше светимостей звёзд с близкими массами из таблицы. Такая большая светимость может объясняться большим радиусом, высокой температурой или обоими факторами одновременно. Поэтому по данным таблицы надёжно **оценить радиус β Журавля нельзя:** эта звезда не похожа на звёзды основной последовательности из приведённой выборки. В действительности эта звезда является *красным гигантом,* в то время как звёзды в таблице — карлики различного цвета.

Журавль — южное созвездие. В южных районах России его ещё можно увидеть низко над горизонтом, но на севере России оно не наблюдается. Следовательно, **β Журавля на севере России не видна.**

Критерии оценивания:

(a) Оценка параметров звёзд 2

a1. Обоснованное определение радиуса WASP-28 1

a2. Обоснованное определение светимости Денеболы 1

(б) Средняя плотность **5**

б1. Расчёт плотностей звёзд 2

- *Полный балл выставляется только при наличии расчётных формул.*

б2. Правильный график 2

б3. Вывод о зависимости плотности от массы 1

(в) Бета Журавля **3**

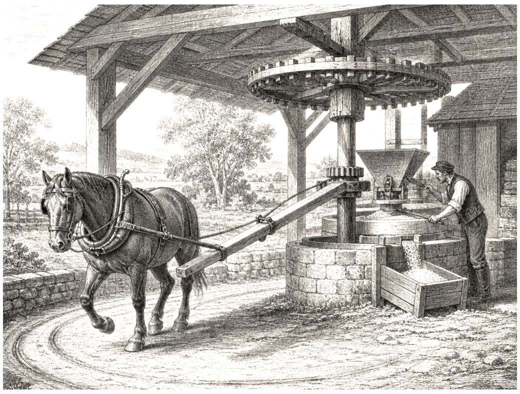
в1. Обоснованный ответ на вопрос о возможности определить радиус 2

в2. Видимость на севере России 1

Всего **10**

8 класс

8.1 Год метрической лошади



С давних времён люди использовали лошадей для тяжёлой работы: вспашки земли, перевозки и передвижения грузов, молотьбы и мукомолья. В 1784 году инженер Джеймс Уатт (Ватт) создал первую универсальную паровую машину. Для того, чтобы объяснить покупателям преимущества своего изобретения, в качестве единицы измерения мощности он предложил *лошадиную силу*.

По сей день лошадиные силы используются при описании характеристик двигателей (автомобиля, мотоцикла, газонокосилки и т. п.).

К концу XIX века для обеспечения единства измерений была принята метрическая единица измерения мощности — *ватт,* названная в честь Дж. Уатта. 1 ватт определяют как мощность, при которой за 1 секунду времени совершается работа в 1 джоуль. Для лошадиной силы при этом приняты различные определения, например,

1 *метрическая лошадиная сила* (1 м. л. с.) — мощность, необходимая для равномерного вертикального подъёма груза массой в 75 кг со скоростью 1 м/с.

а) Выразите светимость (мощность излучения) Солнца в м. л. с.

б) Рассчитайте суммарную мощность солнечного излучения, попадающего на нашу планету, в м. л. с.

Подсказка. Площадь сферы радиусом R есть $S = 4\pi R^2$, где $\pi \approx 3.14$.

Возможное решение. Сначала выразим метрическую лошадиную силу в ваттах. По определению это мощность, необходимая для равномерного вертикального подъёма груза массой $m = 75$ кг со скоростью $v = 1$ м/с. При равномерном подъёме сила $F = mg$ равна силе тяжести, поэтому за $\Delta t = 1$ с совершается работа

$$\Delta A = F \cdot s = F \cdot v\Delta t = mgv \cdot \Delta t,$$

что соответствует мощности

$$1 \text{ м. л. с.} = \frac{\Delta A}{\Delta t} = mgv = \\ = 75 \text{ кг} \times 9.8 \text{ м/с}^2 \times 1 \text{ м/с} \approx \\ \approx 735 \text{ Вт}.$$

а) В условии задачи и справочных данных не приведена светимость Солнца, однако дана плотность потока солнечного излучения на расстоянии Земли:

$$E_{\odot} = 1.4 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2.$$

Эту величину называют *солнечной постоянной*. Она характеризует мощность излучения Солнца, приходящуюся на квадратный метр поверхности сферы (рис. 8) с центром в Солнце, охватывающей орбиту Земли, радиусом

$$r = 1 \text{ а. е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}.$$

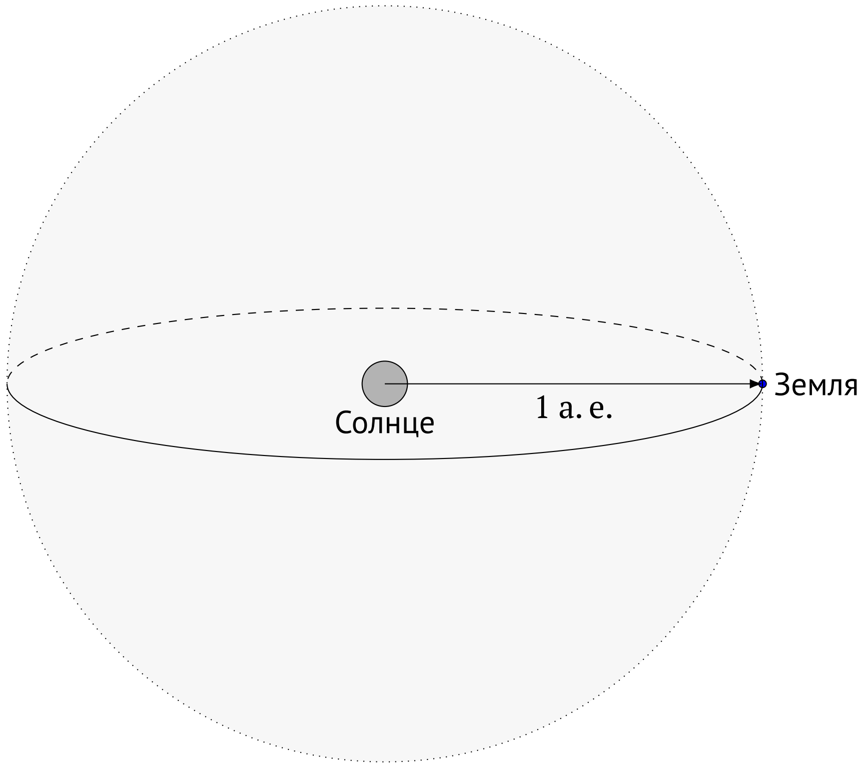


Рис. 8: К понятию солнечной постоянной

Вся мощность излучения Солнца проходит через поверхность этой сферы, поэтому светимость Солнца равна

$$\begin{aligned} L_\odot &= E_\odot \times S_{\text{сф}}\Big|_{r=1\text{ а. е.}} = E_\odot \times 4\pi r^2 = \\ &= 1.4 \cdot 10^3\ \text{Вт/м}^2 \times 4 \times 3.14 \times \left(1.496 \cdot 10^{11}\ \text{м}\right)^2 \approx \\ &\approx \mathbf{3.9 \cdot 10^{26}\ Вт.} \end{aligned}$$

В метрических лошадиных силах это составляет

$$L_\odot = \frac{3.9 \cdot 10^{26}\ \text{Вт}}{735\ \text{Вт/м. л. с.}} \approx \mathbf{5.3 \cdot 10^{23}\ м.\,л.\,с.}$$

Замечание. Некоторые участники могли воспользоваться известным значением $L_\odot \approx 4 \cdot 10^{26}$ Вт или законом Стефана — Больцмана

$$L_\odot = 4\pi R_\odot^2 \cdot \sigma T_\odot^4.$$

В последнем случае необходимо было дополнительно вспомнить значение постоянной Стефана — Больцмана σ и величину эффективной температуры фотосферы Солнца $T_\odot$. При верном результате такой подход, разумеется, засчитывается.

б) Теперь найдём суммарную мощность солнечного излучения, попадающего на Землю. Земля собирает солнечную энергию не всей своей поверхностью: околосолнечный наблюдатель наблюдал бы освещённый земной *диск* с радиусом, равным радиусу Земли

$$R_\oplus = 6.37 \cdot 10^3\ \text{км} = 6.37 \cdot 10^6\ \text{м}.$$

Соответствующая площадь есть площадь круга. Следовательно,

$$\begin{aligned} P_\oplus &= E_\odot \times S_{\text{кр}}\Big|_{R=R_\oplus} = E_\odot \times \pi R_\oplus^2 = \\ &= 1.4 \cdot 10^3\ \text{Вт/м}^2 \times 3.14 \times \left(6.37 \cdot 10^6\ \text{м}\right)^2 \approx \\ &\approx 1.8 \cdot 10^{17}\ \text{Вт}. \end{aligned}$$

В метрических лошадиных силах получаем

$$P_\oplus = \frac{1.8 \cdot 10^{17}\ \text{Вт}}{735\ \text{Вт/м. л. с.}} \approx \mathbf{2.4 \cdot 10^{14}\ м.\,л.\,с.}$$

Критерии оценивания:

- **Расчёт м. л. с. в ваттах 2**

(а) Светимость Солнца в м. л. с. 5

а1. Вычисление или указание светимости Солнца 3

а2. Перевод единиц измерения и верный ответ . . . . 1 + 1

- *При завышении точности балл за ответ не выставляется.*
- *Арифметическая ошибка — штраф 2 балла.*

(б) Воспринимаемая мощность излучения 3

б1. В расчётах используется *диск* 1

б2. Перевод единиц измерения и верный ответ . . . . 1 + 1

- *Если в расчётах используются площадь сферы или полусферы, за критерий б2 выставляется не более 1 балла (ответ не оценивается).*
- *Завышение точности — штраф 0.5 балла за ответ.*
- *Арифметическая ошибка — штраф 1 балл.*

Всего 10

8.2 Пёс Малый, Пёс Большой

На каких широтах совпадают высоты каких-либо кульминаций звёзд Сириус (α Большого Пса, склонение $\delta_S = -16^\circ\,43'$) и Процион ($\alpha$ Малого Пса, склонение $\delta_P = +05^\circ\,13'$)? Влиянием атмосферы пренебрегите.

Возможное решение:

Аналитический способ. Обозначим широту места наблюдения через φ. Высоты звезды со склонением δ в верхней и нижней кульминации равны соответственно

$$h_\text{в} = 90^\circ - |\varphi - \delta|,$$
$$h_\text{н} = |\varphi + \delta| - 90^\circ.$$

Нижняя кульминация при этом может происходить и под горизонтом, но её высота всё равно определяется этой формулой.

1. Сначала рассмотрим случай, когда совпадают высоты верхних кульминаций:

$$90^\circ - |\varphi - \delta_S| = 90^\circ - |\varphi - \delta_P|,$$
$$|\varphi - \delta_S| = |\varphi - \delta_P|.$$

Так как склонения звёзд различны, модули должны раскрываться с разными знаками:

$$\varphi - \delta_S = -\varphi + \delta_P,$$
$$\varphi = \frac{\delta_S + \delta_P}{2} = \frac{-16^\circ 43' + 5^\circ 13'}{2} = \mathbf{-5^\circ 45'}.$$

2. Теперь рассмотрим совпадение высот нижних кульминаций:

$$|\varphi + \delta_S| - 90^\circ = |\varphi + \delta_P| - 90^\circ,$$
$$|\varphi + \delta_S| = |\varphi + \delta_P|.$$

Снова модули должны раскрываться с разными знаками:

$$\varphi + \delta_S = -\varphi - \delta_P,$$
$$\varphi = -\frac{\delta_S + \delta_P}{2} = -\frac{-16^\circ 43' + 5^\circ 13'}{2} = \mathbf{+5^\circ 45'}.$$

Осталось проверить случаи, когда сравниваются разноимённые кульминации.

3. Пусть Процион находится в верхней кульминации, а Сириус — в нижней. Тогда

$$90^\circ - |\varphi - \delta_P| = |\varphi + \delta_S| - 90^\circ,$$
$$|\varphi - \delta_P| + |\varphi + \delta_S| = 180^\circ.$$

Раскрытие обоих модулей со знаком «+» даёт

$$\varphi = \frac{180^\circ + \delta_P - \delta_S}{2} = 100^\circ 58' \notin [-90^\circ;\ +90^\circ],$$

а раскрытие обоих модулей со знаком – даёт

$$\varphi = \frac{-180^\circ + \delta_P - \delta_S}{2} = -79^\circ 02'.$$

Проверка:

$$h_{\text{в},P} = 90^\circ - |-79^\circ 02' - 5^\circ 13'| = 5^\circ 45',$$
$$h_{\text{н},S} = |-79^\circ 02' - 16^\circ 43'| - 90^\circ = 5^\circ 45'.$$

Значит, $\varphi = \mathbf{-79^\circ 02'}$ действительно является решением.

4. Пусть теперь Сириус находится в верхней кульминации, а Процион — в нижней:

$$90^\circ - |\varphi - \delta_S| = |\varphi + \delta_P| - 90^\circ,$$
$$|\varphi - \delta_S| + |\varphi + \delta_P| = 180^\circ.$$

Аналогично получаем допустимое решение

$$\varphi = \frac{180^\circ + \delta_S - \delta_P}{2} = \mathbf{+79^\circ 02'}.$$

Проверка:

$$h_{\text{в},S} = 90^\circ - |79^\circ 02' + 16^\circ 43'| = -5^\circ 45',$$
$$h_{\text{н},P} = |79^\circ 02' + 5^\circ 13'| - 90^\circ = -5^\circ 45'.$$

Высоты равны, хотя обе кульминации происходят под горизонтом.

Итак, совпадения высот кульминаций происходят на четырёх широтах:

$$\varphi \in \{-79^\circ 02';\ -5^\circ 45';\ +5^\circ 45';\ +79^\circ 02'\}.$$

Геометрическое решение. Приведём другое решение, основанное на представлении об устройстве небесной сферы. Нарисуем проекцию небесной сферы на плоскость небесного меридиана. Жирной чёрной линией отметим небесный экватор, проведём суточные параллели звёзд: синий цвет соответствует Проциону, красный — Сириусу. Равенство высот может достигаться как в ближних друг к другу точках (одноимённые кульминации), так и в дальних точках (разноимённые кульминации).

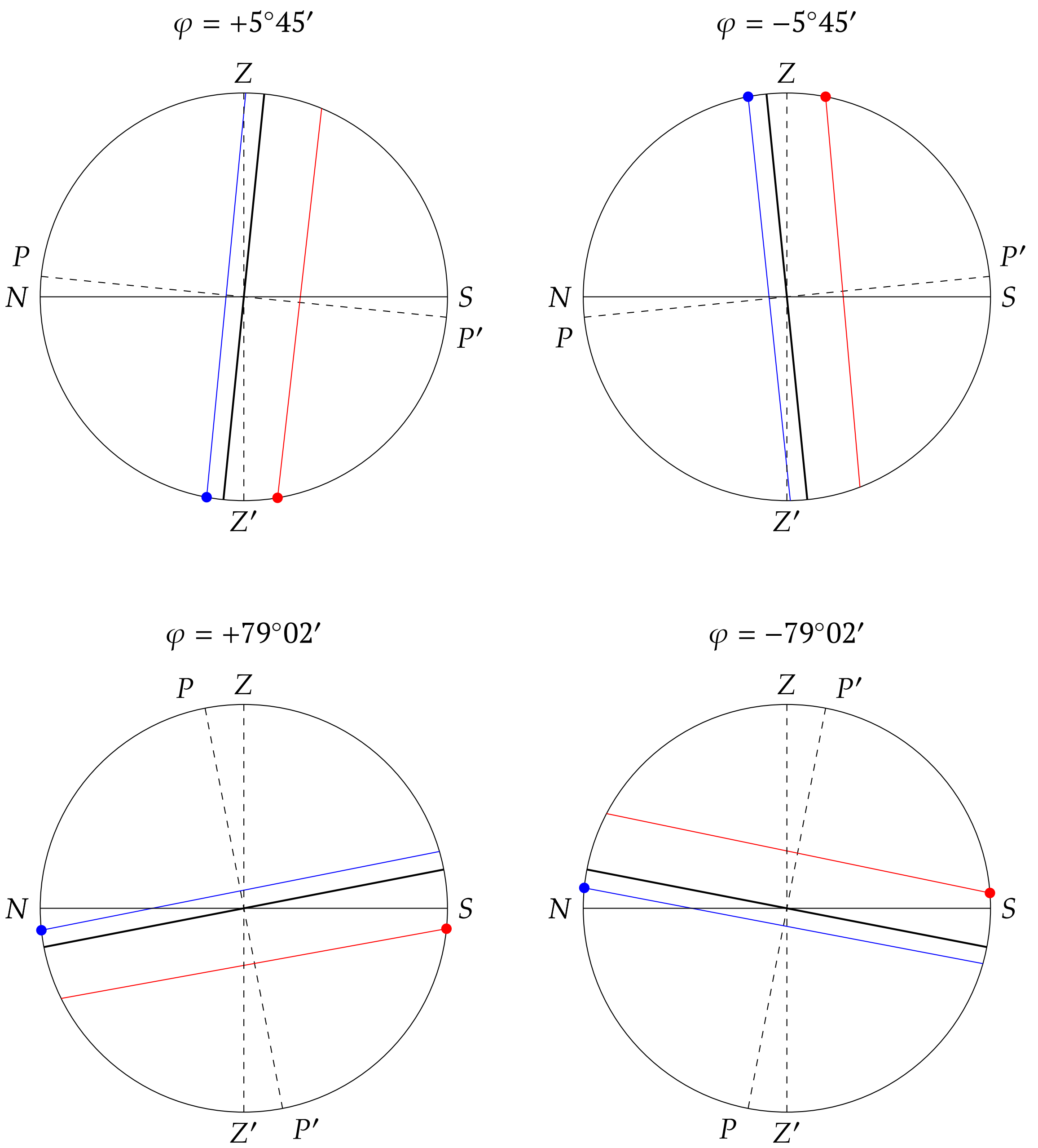


Рис. 9: Равенство высот кульминаций Сириуса и Проциона на различных широтах

При равенстве высот одноимённых кульминаций строго посередине между точками кульминации оказывается зенит (равенство высот верхних кульминаций) или надир (равенство высот нижних кульминаций). В первом случае склонение точки зенита равно полусумме склонений Проциона и Сириуса, то есть

$$\frac{-16°43' + 5°13'}{2} = -5°45'.$$

Таковой же будет и широта места. Во втором случае полусумме склонений звёзд равно склонение надира; склонение зенита противоположно по знаку и равно $+5°45'$ — такова же и широта места.

При равенстве высот разноимённых кульминаций отклонение полюса мира от зенита равно полуразности склонений. Рассмотрим случай Северного полушария. Зенит находится ровно посередине между положениями звёзд, само же угловое расстояние между звёздами соответствует сумме их полярных расстояний, равной

$$(90° + 16°43') + (90° - 5°13') = 191°30'.$$

Половина этого расстояния равна сумме полярного расстояния Проциона и дуги PZ, следовательно, дуга PZ равна

$$191°30'/2 - (90° - 5°13') = 10°58'.$$

Тогда широта равна дополнению этого угла до 90°, то есть $+79°02'$. Аналогично *и симметрично* определяется широта в Южном полушарии.

Сказанное проясняет структуру полученного ранее аналитически ответа.

Критерии оценивания:

1. Формулы для высоты верхней и нижней кульминации светила . . . . $1 + 1$
2. Рассмотрение случаев совпадения высот верхних, нижних кульминаций . . . $1 + 1$
3. Рассмотрение случаев совпадения высот разноимённых кульминаций . . . . . $1 + 1$
4. Верный ответ для каждого из четырёх случаев . . . . 1×4

Всего **10**

8.3 Аномалия на границе

В 1836 году граница между Южной Австралией и соседней колонией была проведена по меридиану 141° в. д. При первичном определении границы на местности астрономические наблюдения дали ошибку в положении меридиана, из-за чего линия на местности оказалась смещена на несколько километров (рис. 10).

а) Какой ошибке в определении долготы и местного времени соответствует такое смещение при съёмке границы?
б) Почему использование телеграфа при повторных измерениях на местности в 1868 году позволило существенно повысить точность определения границы?

Справочно. Координаты отмеченных на карте городов:

- Аделаида — 34° 56′ ю. ш., 138° 35′ в. д.;
- Мельбурн — 37° 49′ ю. ш., 144° 58′ в. д.;
- Сидней — 33° 52′ ю. ш., 151° 13′ в. д.

Возможное решение:

а) Смещение границы отмечено на карте: $s = 3.63$ км. Линия на местности смещена к западу от истинного меридиана 141° в. д.

Излом границы находится примерно на широте Сиднея, то есть $\varphi \approx 34°$ ю. ш..

1° меридиана соответствует 111 км на поверхности Земли. Длина дуги параллели, соответствующая изменению долготы на 1°, масштабируется в $\cos\varphi$ раз:

$$l_{1^\circ} = 111\text{ км} \times \cos 34°. \approx 92\text{ км}.$$

Тогда ошибка в определении долготы составила

$$\Delta\lambda = \frac{3.63\text{ км}}{92\text{ км}/°} \approx 0.039° \approx \mathbf{2.4'}.$$

Земля поворачивается на 360° за 24 ч. Поэтому найденная ошибка в долготе соответствует ошибке измерения времени

$$\Delta t \approx 0.039° \times 1\text{ ч}/15° \approx 0.0026\text{ ч} \approx \mathbf{9.4\text{ с}.}$$

Итак, ошибка в определении местного времени составляла всего около 10 с, но этого оказалось достаточно, чтобы на местности граница ушла на несколько километров.

б) Долгота определяется сравнением местного времени в данной точке со временем в пункте с известной долготой.

До телеграфа это сравнение приходилось делать с помощью перевозимых часов, а их ход давал заметную ошибку. **Телеграф же позволял почти мгновенно передавать сигналы времени между удалёнными пунктами** (в данном случае синхронизация производилась с Сиднейской обсерваторией). Поэтому ошибка определения времени, следовательно — долготы, а значит, и положения меридиана на местности, становилась намного меньше.

Рис. 10: Положение границы между Южной Австралией и Викторией

Критерии оценивания:

(а) Ошибки в определении долготы и местного времени 8

а1. Оценка широты «излома» 2

а2. Ошибка в определении долготы: формула + значение . . . . 3 + 1

- *Если широта не учитывается, оценка за критерий а2 не превышает $1 + 1 = 2$ балла.*

а3. Ошибка в определении местного времени 2

(б) Роль телеграфа в повышении точности 2

- ***Ответ должен быть обоснованным,*** *в частности, объяснять, почему повышение скорости передачи информации между удалёнными пунктами увеличило точность определения долготы. Абстрактные соображения вида «технологии стали лучше» не засчитываются.*

Всего 10

8.4 Фонтан

Спутник Юпитера Ио — самое вулканически активное тело в Солнечной системе. Недра Ио подогреваются приливными деформациями, возникающими при её движении по слегка вытянутой орбите вблизи Юпитера. Радиус Ио $R_I = 1\,820$ км, масса $M_I = 8.9 \cdot 10^{22}$ кг. Ускорение свободного падения на поверхности Ио составляет $0.18g$.

На рис. 11 можно наблюдать гигантский газовый фонтан (вблизи северного полюса объекта), который запечатлела космическая межпланетная станция «Новые горизонты» во время пролёта мимо Юпитера в 2007 году.

Оцените скорость выброса вещества в ходе этого извержения.

Указание. Не забудьте отметить на рисунке измеряемые параметры.

Рис. 11: Выброс газового фонтана из вулкана Тваштара на Ио, ***негатив***

Возможное решение. Оценим высоту фонтана по изображению. По рисунку диаметр Ио составляет примерно $d_{\text{рис}} = 96$ мм, а высота фонтана над поверхностью — $h_{\text{рис}} = 9$ мм (при масштабе печати 100 %). Настоящий диаметр Ио равен

$$D_I = 2R_I = 2 \times 1820 \text{ км} = 3640 \text{ км}.$$

Значит, высота фонтана составляет примерно

$$\begin{aligned} h &= D_I \times \frac{h_{\text{рис}}}{d_{\text{рис}}} = \\ &= 3640\text{ км} \times \frac{9\text{ мм}}{96\text{ мм}} \approx \\ &\approx 340\text{ км}. \end{aligned}$$

Теперь оценим скорость выброса вещества. Будем считать, что струя выбрасывается вертикально вверх, а её кинетическая энергия переходит в потенциальную энергию в поле тяжести Ио:

$$\frac{mv^2}{2} = mg_I h.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{2g_I h}.$$

Поскольку высота фонтана $h \ll R_I$, изменением ускорения свободного падения с высотой справедливо пренебрегаем.

Ускорение свободного падения на поверхности Ио

$$\begin{aligned} g_I &= 0.18g = \\ &\approx 0.18 \times 9.8\text{ м/с}^2 \approx \\ &\approx 1.8\text{ м/с}^2. \end{aligned}$$

Подставляя высоту фонтана, получаем оценку скорости

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2 \times 1.8\text{ м/с}^2 \times 340 \cdot 10^3\text{ м}} \\ &\approx \mathbf{1 \cdot 10^3\text{ м/с}.} \end{aligned}$$

Полученная оценка довольно грубая: по фотографии нельзя точно определить, направлена ли струя строго вертикально и лежит ли она в плоскости рисунка. Но в порядке величины (километр в секунду) можем быть уверенными.

Замечание 1. Попытка учесть горизонтальную компоненту скорости приводит к некоторому увеличению скорости выброса. Представленное решение позволяет вычислить *вертикальную* компоненту начальной скорости струи. Полная скорость больше найденной в $1/\sin\alpha$ раз, где α — угол к поверхности, под которым произошёл выброс.

Замечание 2. Если участнику известно выражение для величины потенциальной энергии тела в гравитационном поле шара, возможно уточнить оценку:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{GM_I m}{R_I} = 0 - \frac{GM_I m}{R_I + h},$$

С учётом

$$g_I = \frac{GM_I}{R_I^2}$$

имеем

$$\frac{v^2}{2} - g_I R_I = -g_I \frac{R_I^2}{R_I + h},$$

откуда

$$v = \sqrt{2 g_I h \cdot \frac{R_I}{R_I + h}} = \sqrt{2 \times 1.8\ \text{м/с}^2 \times 340 \cdot 10^3\ \text{м} \times \frac{1\,820}{1\,820 + 340}} \approx 1 \cdot 10^3\ \text{м/с}.$$

Результат отличается от ранее полученной оценки на 8 %.

Критерии оценивания:

(x) Определение масштаба фото **2**

x1. Измерение диаметра изображения Ио 1

x2. Определение масштаба фотографии или его учёт в пропорции 1

(y) Определение высоты максимальной точки струи **2**

- Результат — 340 ± 50 км 2
  - *Результат — 340 ± 100 км* *1*
  - *Иной ответ* *0*
  - *Завышение точности — штраф 1 балл.*

(z) Оценка скорости выброса **6**

z1. Направление вылета струи (вертикально либо указан угол) 1

z2. Запись закона сохранения энергии или кинематического соотношения с постоянным g 1

z3. Обоснование пренебрежения изменением g или разумные попытки учесть изменение g с высотой 2

z4. Расчёт скорости вылета с ответом (1 ÷ 2) км/с, соответствующим принятой модели 2

- *Завышение точности — штраф 1 балл.*

Всего **10**

8.5 Однажды

На рис. 12 изображено необычное астрономическое явление.

а) Из ближайших окрестностей какой планеты Солнечной системы возможно увидеть в точности такую картину? Ответ сопроводите необходимыми расчётами.

б) Оцените, как часто можно было наблюдать такое явление, если бы плоскости орбит тел Солнечной системы в точности совпадали.

Указание. Не забудьте отметить на рисунке измеряемые параметры.

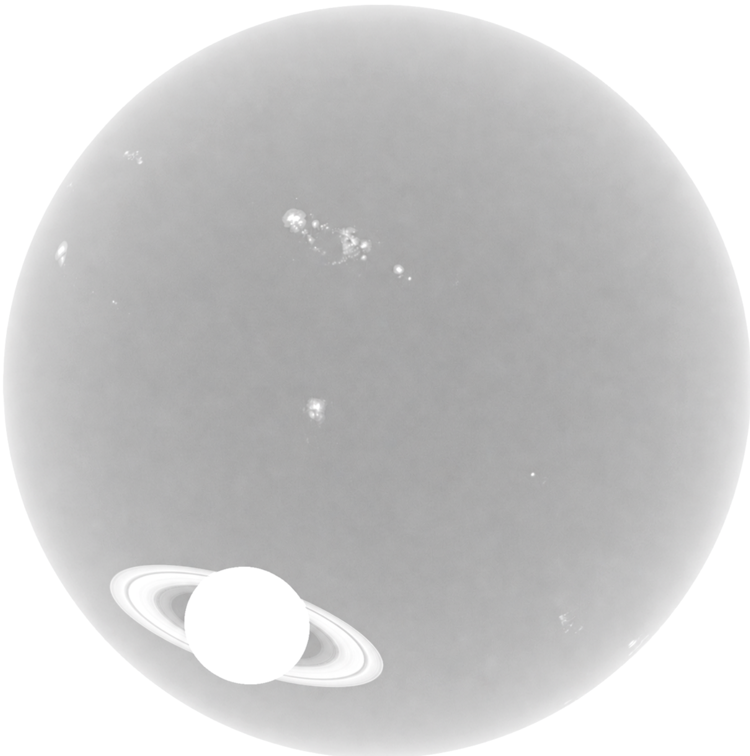


Рис. 12: Необычное астрономическое явление, ***негатив***

Возможное решение:

а) На рисунке хорошо узнаётся Сатурн: виден диск планеты и кольца. Однако фон не тёмный, а заполнен деталями солнечной поверхности. Значит, изображено прохождение Сатурна по диску Солнца. Такое явление можно наблюдать только из окрестностей планеты, расположенной дальше от Солнца, чем Сатурн.

Оценим, с какой именно планеты могла быть видна такая картина. По рисунку диаметр диска Солнца равен примерно $d_\odot = 99$ мм, а диаметр диска Сатурна без колец — $d_S = 17$ мм (при масштабе печати 100 %).

Следовательно, отношение угловых диаметров Сатурна и Солнца составляет

$$\frac{\alpha_S}{\alpha_\odot} = \frac{d_S}{d_\odot} = \frac{17\text{ мм}}{99\text{ мм}} \approx 0.17.$$

Для малых углов угловой размер тела пропорционален отношению его линейного диаметра к расстоянию до него:

$$\alpha \propto \frac{D}{r}.$$

Радиус орбиты Сатурна равен

$$a_S \approx 9.6\text{ а. е.}$$

Пусть расстояние от Солнца до наблюдателя равно a.

В момент прохождения Сатурн находится между наблюдателем и Солнцем (в нижнем соединении), поэтому расстояние от планеты-наблюдателя до Сатурна равно $a - a_S$. Тогда

$$\frac{\alpha_S}{\alpha_\odot} = \frac{D_S}{D_\odot} \times \frac{a}{a - a_S} = \frac{R_S}{R_\odot} \times \frac{a}{a - a_S}.$$

Получаем

$$0.17 = \frac{1.2 \cdot 10^5\text{ км}}{1.4 \cdot 10^6\text{ км}} \times \frac{a}{a - 9.6\text{ а. е.}},$$

$$\frac{a}{a - 9.6\text{ а. е.}} \approx 2.0.$$

Отсюда

$$a \approx 2.0 \times (a - 9.6\text{ а. е.}),$$

$$a \approx 19\text{ а. е.}$$

Это радиус орбиты Урана. Значит, такую картину можно было бы увидеть из ближайших окрестностей **Урана.**

Рис. 12 получен в виртуальном планетарии Stellarium при симуляции для наблюдателя на Умбриэле (спутник Урана) на дату 10.05.12964 03:50 UTC.

б) Теперь оценим частоту явления в предположении, что плоскости орбит всех тел Солнечной системы в точности совпадают. Тогда прохождение Сатурна по диску Солнца для наблюдателя около Урана происходило бы при каждом нижнем соединении Сатурна с Солнцем, то есть раз в синодический период S Сатурна и Урана.

Последний определяется соотношением

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_S} - \frac{1}{T_U}.$$

Подстановка даёт

$$S = \frac{1}{\frac{1}{29.5 \text{ года}} - \frac{1}{84 \text{ года}}} \approx \mathbf{45 \text{ лет.}}$$

Критерии оценивания:

(а) Откуда смотрим **8**

- a1. Опознание Сатурна 1
- a2. Опознание Солнца 1
- a3. Наблюдается прохождение, планета дальше Сатурна 1
- a4. Измерения размеров изображений 2
- a5. Вывод формулы для расстояния 2
- a6. Расчёт расстояния 1

(б) Повторяемость **2**

- б1. Формула для синодического периода 1
- б2. Вычисление 1

Всего **10**

8.6 Мазер

Млечный Путь вращается вокруг своего центра, причём в центральной области Галактики скорости движения звёзд и других тел растут пропорционально расстоянию от центра (так называемое твёрдотельное вращение), а на больших расстояниях зависимость становится более пологой, практически $V \approx \text{const}$. На рис. 13 приведена *кривая вращения* нашей Галактики — график зависимости скорости вращения $V(R)$ от расстояния R до центра. Солнце находится на расстоянии $R_{\odot} = 8.0$ кпк от центра Галактики, а мазерный источник G009.62+00.19 — на $R_{\star} = 3.2$ кпк от центра.

а) Определите скорость движения и период обращения мазерного источника вокруг центра Галактики, а также промежуток времени между последовательными сближениями Солнца и мазерного источника.

б) Каково максимальное угловое удаление мазерного источника от центра Галактики, наблюдаемое с Земли? Оцените это угловое расстояние с точностью не хуже 5°.

в) Постройте на рис. 15 график зависимости периода вращения T от расстояния R до центра Галактики для интервала R от 1 до 9 кпк.

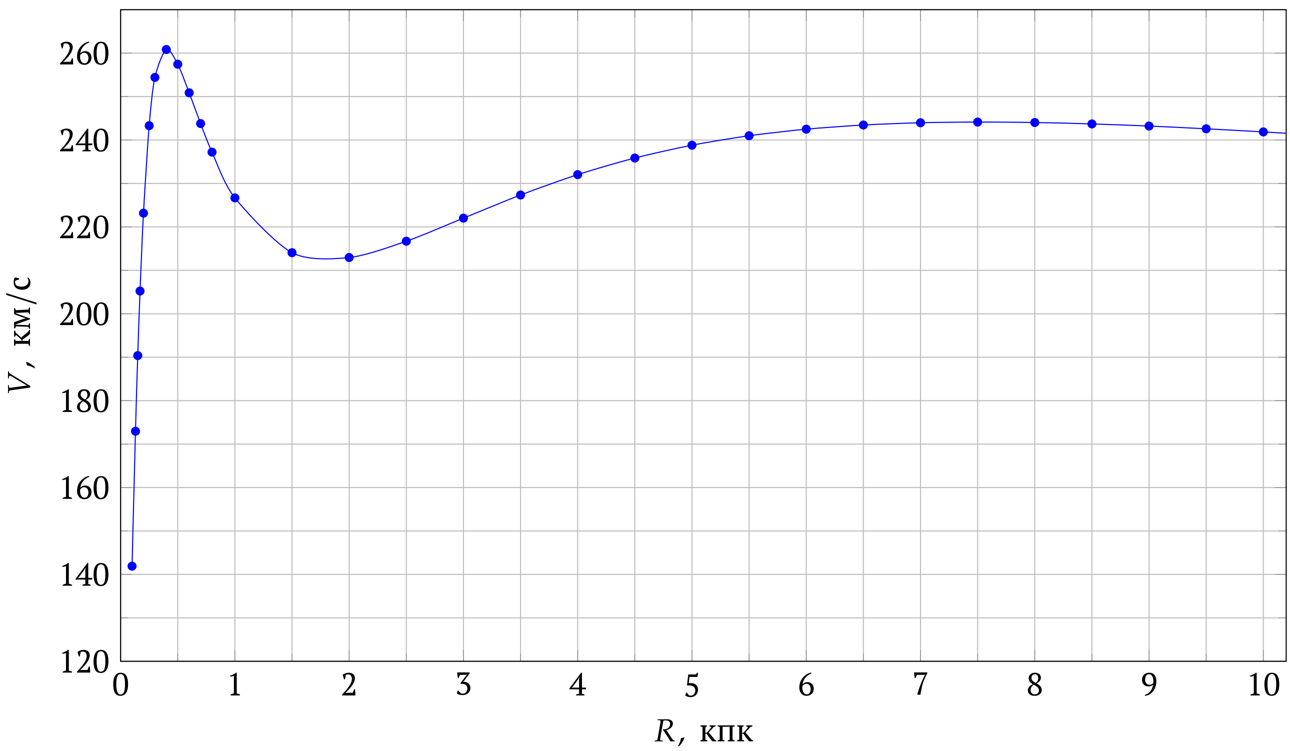


Рис. 13: Кривая вращения Млечного Пути

Возможное решение:

а) Скорость движения мазерного источника определим по кривой вращения. При расстоянии от центра Галактики $R_\star = 3.2$ кпк скорость по графику составляет примерно

$$V_\star \approx \mathbf{224\ км/с.}$$

Так как источник движется по круговой орбите, его период обращения равен длине орбиты, делённой на скорость:

$$\begin{aligned} T_\star &= \frac{2\pi R_\star}{V_\star} = \\ &= \frac{2 \times 3.14 \times 3.2 \cdot 10^3\ \text{пк} \times 3.09 \cdot 10^{13}\ \text{км/пк}}{224\ \text{км/с}} \approx \\ &\approx 2.8 \cdot 10^{15}\ \text{с} = \mathbf{88\ млн\ лет.} \end{aligned}$$

Теперь найдём период обращения Солнца. По графику при $R_\odot = 8.0$ кпк скорость вращения равна примерно

$$V_\odot \approx 244\ \text{км/с}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} T_\odot &= \frac{2\pi R_\odot}{V_\odot} = \\ &= \frac{2 \times 3.14 \times 8.0 \cdot 10^3\ \text{пк} \times 3.09 \cdot 10^{13}\ \text{км/пк}}{244\ \text{км/с}} \\ &\approx 6.4 \cdot 10^{15}\ \text{с} \approx 202\ \text{млн лет}. \end{aligned}$$

Мазерный источник расположен ближе к центру Галактики и обращается быстрее Солнца. Промежуток времени между последовательными сближениями равен синодическому периоду:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_\star} - \frac{1}{T_\odot}.$$

Следовательно,

$$S = \frac{T_\star T_\odot}{T_\odot - T_\star} = \frac{88\ \text{млн лет} \times 202\ \text{млн лет}}{202\ \text{млн лет} - 88\ \text{млн лет}} \approx \mathbf{156\ млн\ лет.}$$

б) Оценим максимальное угловое удаление мазерного источника от центра Галактики для наблюдателя на Земле. Конфигурация полностью аналогична наибольшей элонгации внутренней планеты: луч зрения должен быть касательным к орбите мазерного источника вокруг центра Галактики.

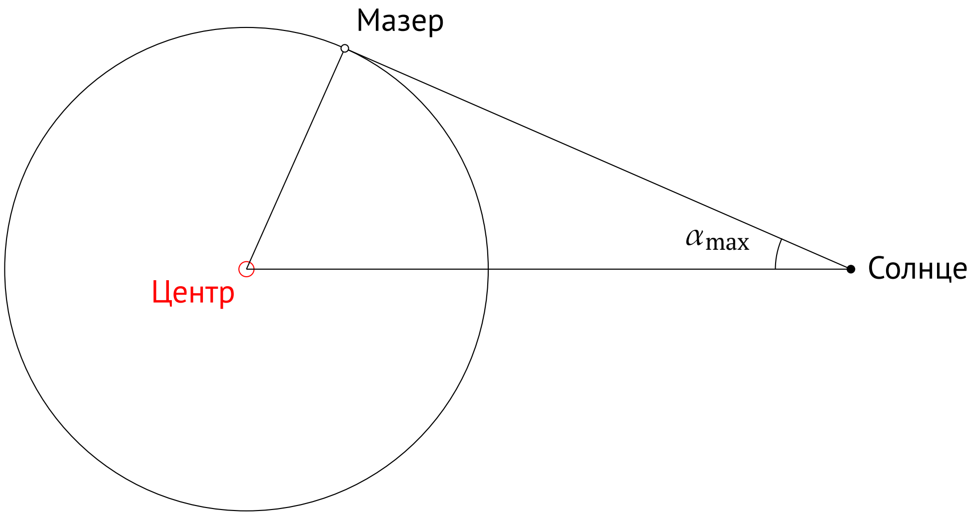


Рис. 14: «Максимальная элонгация» мазерного источника

Тогда из прямоугольного треугольника получаем

$$\sin\alpha_{max} = \frac{R_\star}{R_\odot} = \frac{3.2\ \text{кпк}}{8.0\ \text{кпк}} = 0.40.$$

Отсюда

$$\alpha_{max} = \arcsin 0.40 \approx \mathbf{24^\circ.}$$

Определить α_{max} с требуемой точностью возможно и непосредственным измерением, построив масштабный чертёж, аналогичный рисунку выше.

в) Для построения графика зависимости периода вращения T от расстояния R используем формулу

$$T(R) = \frac{2\pi R}{V(R)}.$$

Хозяйке на заметку. Для выполнения однотипных расчётов удобно сперва получить расчётную формулу, учитывающую исходные единицы измерения и единицы измерения результата, а также значения констант:

$$T\ [\text{млн лет}] = \frac{2\pi R\ [\text{кпк}] \times (1\ \text{кпк}/1\ \text{км})}{V\ [\text{км/с}] \times (1\ \text{млн лет}/1\ \text{с})} = \frac{R\ [\text{кпк}]}{V\ [\text{км/с}]} \times 6.14 \cdot 10^3.$$

Значения скорости $V(R)$ снимаем с кривой вращения, после чего рассчитываем периоды. Получается таблица 3.

Таблица 3: Значения скоростей вращения (по графику) и соответствующих периодов (расчёт) для различных галактоцентрических расстояний

R, кпк	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
V, км/с	227	214	213	217	222	227	232	236	239
T, млн лет	27	43	58	71	83	95	106	117	129
R, кпк	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	
V, км/с	241	242	243	244	244	244	244	243	
T, млн лет	140	152	164	176	189	202	214	228	

Эти точки нужно нанести на рис. 15. График $T(R)$ возрастает: хотя скорость вращения почти постоянная ($V \in (210;\ 250)$ км/с — менее чем ±10 % в заданном диапазоне расстояний до центра Галактики), длина круговой орбиты пропорциональна R, поэтому период обращения с увеличением расстояния от центра Галактики увеличивается *почти линейно.*

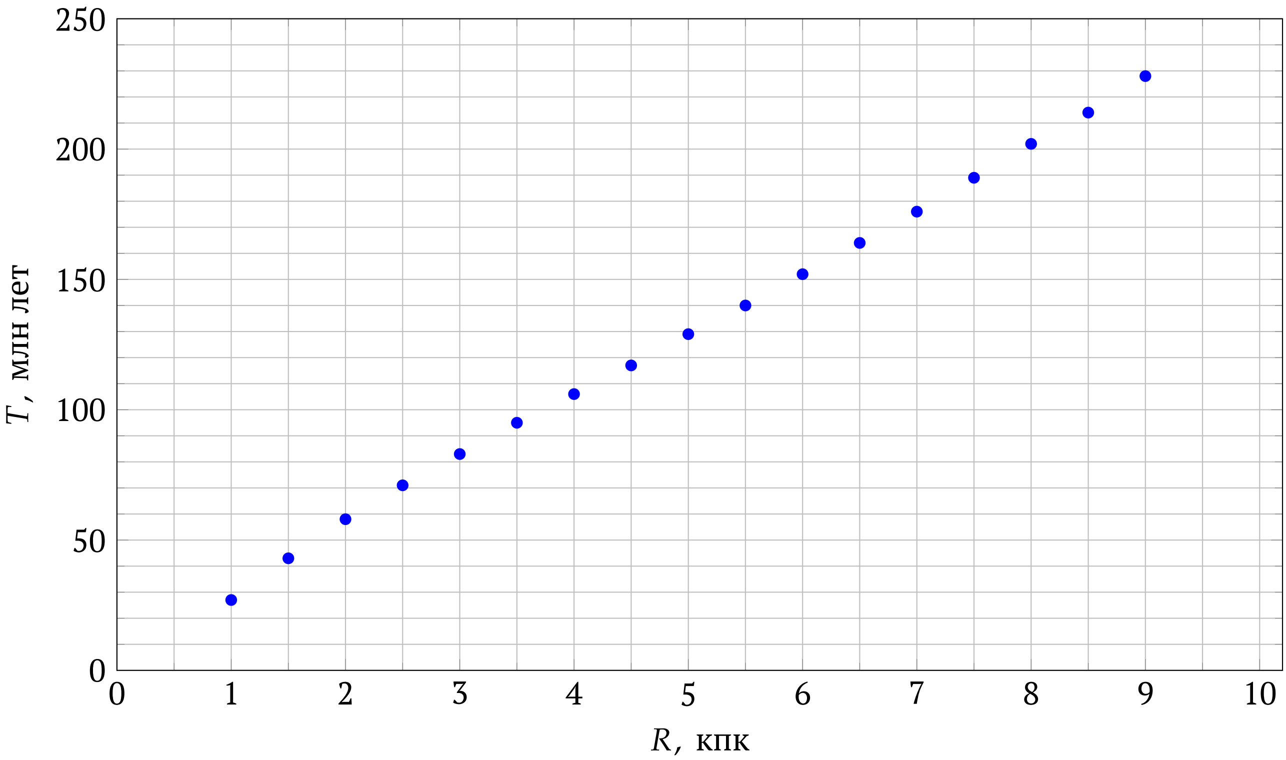


Рис. 15: Зависимость «галактоцентрическое расстояние — период вращения»

Критерии оценивания:

(а) Скорости и периоды **5**

а1. Скорость обращения мазера, период (формула + ответ) 3

а2. Период обращения Солнца 1

а3. Определение синодического периода 1

- *Возможен штраф 0.5 балла за каждый ответ с завышением точности.*

(б) Максимальное угловое удаление **1**

- *При неверном определении элонгации балл не выставляется.*
- *Возможен штраф 0.5 балла за завышение точности.*

(в) График расстояние — период **4**

в1. Расчёт периодов для точек ***в явном виде*** 2

- *Взято* $\geqslant 9$ *точек в заданном диапазоне 2*
- *Взято от 5 до 8 точек в заданном диапазоне 1*
- *Взято* $\leqslant 4$ *точек в заданном диапазоне 0.5*
- *Если значения в работе не приводятся (а, например, сразу нанесены на график), баллы за расчёт не выставляются!*

в2. Построение графика 2

- *Нанесено* $\geqslant 9$ *верных точек в заданном диапазоне 2*
- *Нанесено от 5 до 8 верных точек в заданном диапазоне 1*
- *Нанесено* $\leqslant 4$ *верных точек в заданном диапазоне 0.5*

Всего **10**

Часть II

Компьютерный тур

На компьютерном туре участники выполняли задания в системе тестирования. Комплект для каждого класса содержит 30 заданий: вопросы на общие астрономические знания, упражнения для демонстрации практических навыков и простые вычислительные задачи. На выполнение заданий отводилось 2 часа 30 минут.

Для каждого задания оценивается только представленный участником ответ, оценка составляет 1–2 балла в зависимости от сложности задания и количества подвопросов. Максимальная оценка за тур — 40 баллов.

С полным содержанием комплекта в системе тестирования возможно ознакомиться на сайте олимпиады `struve.astroedu.ru`.

Справочные данные

Некоторые основные физические и астрономические постоянные

Гравитационная постоянная	G	$= 6.674 \cdot 10^{-11}$ м^3 · кг$^{-1}$ · с$^{-2}$
Скорость света в вакууме	c	$= 2.998 \cdot 10^{8}$ м/с
Масса протона	m_p	$= 1.673 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса электрона	m_e	$= 9.109 \cdot 10^{-31}$ кг
Астрономическая единица	1 а. е.	$= 1.496 \cdot 10^{11}$ м
Парсек	1 пк	= 206 265 а. е. $= 3.086 \cdot 10^{16}$ м
Световой год	1 св. год	= 365.25 сут. $\times\, c = 9.461 \cdot 10^{15}$ м

Данные о Солнце, Земле и Луне

Видимая звёздная величина Солнца	$m_\odot$	$= -26.8^{\mathrm{m}}$
Эффективная температура Солнца	$T_{\odot,\mathrm{eff}}$	$= 5.8 \cdot 10^{3}$ К
Поток энергии на расстоянии Земли	$E_\odot$	$= 1.4 \cdot 10^{3}$ Вт/м^2
Тропический год		= 365.24219 сут.
Сидерический (орбитальный) период		= 365.25636 сут.
Средняя орбитальная скорость		= 29.8 км/с
Звёздные сутки		= 23 ч 56 мин 04 с
Наклон экватора к эклиптике	ε	$= 23.44^\circ$
Сидерический месяц		= 27.32 сут.
Синодический месяц		= 29.53 сут.
Ускорение свободного падения на поверхности Земли	g	= 9.8 м/с^2 = 9.8 Н/кг

Характеристики Солнца, планет Солнечной системы и Луны

		Радиус орбиты, а. е.	Орбитальный период	Масса, кг	Радиус, 10^3 км	Осевой период
☉	Солнце			$1.989 \cdot 10^{30}$	697	25.38 сут.
☿	Меркурий	0.3871	87.97 сут.	$3.302 \cdot 10^{23}$	2.44	58.65 сут.
♀	Венера	0.7233	224.70 сут.	$4.869 \cdot 10^{24}$	6.05	243.02 сут.
⊕	Земля	1.0000	*см. выше*	$5.974 \cdot 10^{24}$	6.37	23.93 ч
☾	↪ Луна	0.0026	27.32 сут.	$7.348 \cdot 10^{22}$	1.74	*синхр.*
♂	Марс	1.5237	686.98 сут.	$6.419 \cdot 10^{23}$	3.40	24.62 ч
♃	Юпитер	5.2028	11.862 лет	$1.899 \cdot 10^{27}$	71.5	9.92 ч
♄	Сатурн	9.5388	29.458 лет	$5.685 \cdot 10^{26}$	60.3	10.66 ч
⛢	Уран	19.1914	84.01 лет	$8.683 \cdot 10^{25}$	25.6	17.24 ч
♆	Нептун	30.0611	164.79 лет	$1.024 \cdot 10^{26}$	24.7	16.11 ч