

Третий (республиканский, краевой, областной) этап.

8-9 класс.

1. Найдите период обращения (в годах) астероида, у которого перигелий находится на орбите Земли, а эксцентриситет равен $e = 0,5$.

Решение

Пусть A — афелий орбиты астероида, а P — её перигелий, который, согласно условию, равен радиусу земной орбиты. Эксцентриситет орбиты астероида определяется как

$$e = \frac{A - P}{A + P},$$

откуда афелий равен

$$A = P \frac{1 + e}{1 - e},$$

а поскольку большая полуось есть

$$L = \frac{A + P}{2},$$

получаем

$$L = \frac{P}{1 - e}.$$

Из третьего закона Кеплера

$$\left(\frac{T_a}{T_e}\right)^2 = \left(\frac{L}{P}\right)^3,$$

$$T_a = T_e \left(\frac{L}{P}\right)^{3/2} = T_e (1 - e)^{-3/2} = 2^{3/2} \text{ года} \approx 2,83 \text{ года}$$

2. Как долго может продолжаться покрытие звезды Луной?

Решение

Луна совершает один оборот по небу за 27,3 сут (сидерический или звёздный месяц). Значит свой диаметр в $0,5^\circ$ она проходит за $27,3 \text{ сут} / (360 / 0,5) \approx 0,91 \text{ час} \approx 55 \text{ мин}$. Это и есть максимальная продолжительность покрытия (т.е. затмения) звезды Луной для наблюдателя, связанного с центром Земли, или находящегося в ее полярных районах. Однако, если покрытие наблюдается в районе экватора, то в результате вращения Земли наблюдатель движется со скоростью $0,5 \text{ км/с}$ в ту же сторону, куда передвигается лунная тень со скоростью 1 км/с (орбитальная скорость Луны). Поэтому для него покрытие продолжается вдвое дольше, и его длительность может достигать почти двух часов.