

III Российская олимпиада школьников
по астрономии и космической физике.

г. Калуга
11-15-мая 1996 г.

Решения задач теоретического тура

10 класс.

1. Ниже всего Солнце опускается в полночь, в Северном полушарии его "полуночная" высота находится по формуле

$$h = \varphi - 90^\circ + \delta,$$

где δ – склонение Солнца. Если h имеет отрицательное значение, – это означает, что Солнце под горизонтом. Наибольшее склонение Солнце имеет 22 июня, $\delta = \varepsilon = 23^\circ 27'$. Граница территории, на которой хотя бы одну ночь в году не прекращаются навигационные сумерки, находится из этого уравнения при $h = -12^\circ$ и $\delta = \varepsilon$:

$$\varphi = -12^\circ + 90^\circ - 23^\circ 27', \quad \varphi = 54^\circ 33'.$$

Заметим, что эта параллель проходит по северной части Калуги (для центра Калуги $\varphi = 54^\circ 31'$).

2. Противоречия здесь нет: если в районе перигелия орбита кометы гиперболическая, то это не значит, что комета обязательно улетит за пределы Солнечной системы. Возмущения, вызываемые планетами, могут сделать орбиту замкнутой, особенно, если её эксцентриситет очень близок к единице. У нас реализовался как раз такой случай.

3. Из таблицы видим, что эксцентриситет орбиты кометы очень близок к единице, то есть орбита является практически параболической. Следовательно, скорость в перигелии в $2^{1/2}$ больше круговой с тем же радиусом. Из таблицы находим, что он равен $0,230$ а.е., то есть $a_1/a_2 = 0,230$.

Обозначив эту величину через α , из третьего закона Кеплера, сравнивая с орбитой Земли:

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_{\text{Земли}}^2}{a_{\text{Земли}}^3}$$

получаем

$$a_1 = \alpha \cdot a_{\text{Земли}} \quad \text{и} \quad T_1 = \alpha^{3/2} \cdot T_{\text{Земли}}.$$

$$V_I = \frac{2\pi a_1}{T_1} = \frac{2\pi \alpha a_3}{\alpha^{3/2} T_3} = \frac{2\pi a_3}{\alpha^{1/2} T_3}.$$

$$V_{II} = 2^{3/2} \frac{\pi a_3}{\alpha^{1/2} T_3}.$$

Численный ответ: $V_{II} = 87,8$ км/с.

4. Из третьего закона Кеплера:

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}$$

следовательно, чем меньше радиус орбиты космического корабля, тем меньше период его обращения вокруг Солнца, и минимальному периоду

III Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике.

г. Калуга
11-15-мая 1996 г.

обращения соответствует минимальный радиус орбиты. А минимальный радиус орбиты корабля, если он неслетаем, есть просто радиус Солнца:

$$a_{\min} = R_{\text{Солнца}} = \frac{\alpha}{2} R_{\text{Солнце-Земля}} ;$$

$$\frac{T_{\min}^2}{a_{\min}^3} = \frac{T_{\text{Земли}}^2}{R_{\text{Земли}}^3} ;$$

$$T_{\min}^2 = T_{\text{Земли}}^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right)^3 ;$$

$$T_{\min} = T_{\text{Земли}} \left(\frac{\alpha}{2} \right)^{3/2} ;$$

$$T_{\min} = 365.25 \cdot (4.65 \cdot 10^{-3}) \approx 0.116 \text{ сут} \approx 2 \text{ часа } 47 \text{ минут}$$

5. За 4000 лет длина суток фактически увеличится на 0,068 секунды. Следовательно, при расчётах всего периода предыдущих 4000 лет нужно использовать среднюю длину суток, которая на 0,034 секунды короче нынешних. Земля сделала не 1460976,8 оборотов (что получается из расчета по современной продолжительности суток), а на 0,57 оборота больше. То есть, если мы пренебрегаем замедлением вращения Земли, то расчеты солнечного затмения дадут, например, точку в Тихом океане, вместо Атлантического.

6. Рассмотрим по отдельности три возможных случая:

1. Лучевая скорость пульсара направлена от наблюдателя,
2. Лучевая скорость пульсара направлена к наблюдателю,
3. Лучевая скорость пульсара в момент наблюдения равна нулю.

В первом случае пульсар удаляется от Земли, и с ростом расстояния до наблюдателя угол между вектором его лучевой скорости и вектором полной скорости уменьшается. Следовательно, скорость удаления пульсара от наблюдателя медленно возрастает, поэтому частота импульсов, согласно эффекту Доплера, должна падать.

Во втором случае пульсар приближается к Земле, и с уменьшением расстояния до наблюдателя угол между вектором его лучевой скорости и вектором полной скорости возрастает. Следовательно, скорость приближения пульсара к наблюдателю медленно уменьшается, поэтому частота импульсов, согласно эффекту Доплера, должна падать.

В третьем случае пульсар начинает медленно удаляться от Земли, его лучевая скорость возрастает от нулевого значения. Поэтому частота импульсов, согласно эффекту Доплера, должна падать.

Таким образом, во всех случаях должно наблюдаться медленное уменьшение частоты импульсов пульсара. Кстати, по своей ожидаемой величине оно вполне доступно измерениям для не очень далеких пульсаров и лишь медленное торможение вращения радиопульсаров, также приводящее, к уменьшению частоты импульсов, затрудняет наблюдательное обнаружение рассматриваемого здесь эффекта.