

V Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Теоретический тур, решения задач.

Троицк,
7-12 апреля 1998 г.

10 класс.

1. Максимальная высота кульминации будет в тот момент, когда у Луны максимальное склонение, равное

$$\delta = \varepsilon + i = 28.6^\circ.$$

Здесь ε и i – наклон экватора и лунной орбиты к эклиптике. Максимальная высота Луны в верхней кульминации составит

$$h = 90^\circ - \varphi + \delta = 63.1^\circ.$$

2. Никакие части планеты не могут двигаться со скоростью, большей первой космической для этой планеты v_1 . Чтобы вещество планеты не улетало с ее экватора, необходимо, чтобы экваториальная скорость v_0 была бы меньше первой космической, то есть

$$\frac{2\pi R}{T} = v_0 < v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{4G\pi\rho}{3}}R.$$

Здесь M , R и ρ – масса, радиус и средняя плотность планеты, T – период ее осевого вращения. Из этого выражения мы получаем ограничение для плотности:

$$\rho > \frac{3\pi}{GT^2}.$$

Подставляя численные данные, получаем, что плотность планеты должна быть не меньше $1.09 \cdot 10^6$ кг/м³.

3. Если мы пренебрегаем всеми планетами, кроме Юпитера, то центр масс Солнечной системы – это центр масс системы Солнце-Юпитер, который находится от центра Солнца на расстоянии

$$L = m_J l_J / (M_\odot + m_J) = 5,2/1051 \text{ а.е.} \approx 4,95 \cdot 10^{-3} \text{ а.е.} \approx 740000 \text{ км}$$

Радиус Солнца составляет чуть меньше 700 тысяч километров. Видно, что в рамках сделанных в условии допущений, центр масс Солнечной системы находится вне Солнца, хотя и близко к его поверхности.

4. Известно, что точку перигелия своей орбиты Земля проходит зимой, а точку афелия – летом. Поэтому летом расстояние от Земли до Солнца в $(1+e)/(1-e)$ раз больше, чем зимой. Соответственно разница в звездных величинах Солнца составит:

$$\Delta m = 2.51g \left(\frac{1+e}{1-e} \right)^2 = 51g \frac{1+e}{1-e} = 0.074.$$

5. Луна движется по небу, совершая полный оборот относительно звезд за 27.32 суток (звездный период обращения Луны). За это время лунный диск покрывает полосу площадью $360 \cdot 0.5 = 180$ квадратных градусов.

Найдем теперь число квадратных градусов в сфере. Площадь сферы равна $4\pi R^2$, а площадь квадратного элемента сферы 1° на 1° (или 0.0175 радиан на 0.0175 радиан) составляет $3.05 \cdot 10^{-4} \cdot R^2$. В итоге, площадь небесной сферы составляет примерно 41000 квадратных градусов, и Луна покрывает 0.0044 небесной сферы. На этой площади содержится около 700 звезд, покрываемых Луной за 27.32 дня, то есть в среднем одно покрытие происходит за 56 минут.

6. Для того, чтобы послать зонд с поверхности планеты на Солнце, нужно сначала вывести его на околопланетную орбиту, а потом перевести его на очень вытянутую орбиту вокруг Солнца (чтобы она по крайней мере касалась Солнца), то есть уменьшить скорость относительно Солнца практически до нуля.

Очевидно, что оба пункта существенно легче выполнить при запуске зонда с Марса. Выведение на околопланетную орбиту проще, поскольку первая космическая скорость для Марса более чем в два раза меньше, чем для Венеры. Скорость движения Марса по орбите тоже меньше, чем скорость Венеры. Кроме того, на Марсе практически нет атмосферы, преодоление которой при запуске зонда с поверхности Венеры потребует дополнительных затрат.

Для ответа на второй вопрос, рассмотрим движение корабля по траектории, которая касается орбиты Марса и поверхности Солнца. Расстояние корабля в перигелии значительно меньше расстояния в афелии, поэтому большая полуось такой орбиты будет вдвое меньше большой полуоси орбиты Марса, а период обращения, по III закону Кеплера, будет меньше орбитального периода Марса в $2^{3/2} = 2.83$ раза и составит 243 дня. Перелет будет длиться половину периода обращения корабля, что составляет 121.5 суток.