АСТРОНОМИЧЕСКОЕ ОБЩЕСТВО
EURO-ASIAN ASTRONOMICAL SOSIETY

V Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Теоретический тур, решения задач.

Троицк,
7-12 апреля 1998 г.

11 класс.

1. Скорость удаления галактики равна $c{\cdot}z$, где c – скорость света, z – красное смещение галактики. Разделяя данную величину на постоянную Хаббла H, мы получаем расстояние до галактики, а умножая на ее видимый размер a в радианах – размер этой галактики. В итоге, он получается равным

$$d = \frac{c\,z\alpha}{H} = 12\ \text{кпк}.$$

2. Блеск астероида меняется из-за того, что он то приближается к Солнцу, то удаляется от него. Если это единственная причина изменения блеска (то есть мы считаем астероид сферическим и однородно отражающим), то солнечного света на астероид попадает обратно пропорционально квадрату расстояния от него до Солнца ($\sim R^{-2}$), а к наблюдателю возвращается от этого попавшего излучения величина еще раз обратно пропорциональная квадрату это расстояния. То есть, интенсивность I доходящего до нас света пропорциональна R^{-4}. Таким образом, для разницы в звездных величинах астероида, наблюдаемого от Солнца, мы имеем

$$\Delta m_1 = 2.5\lg\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^4 = 10\lg\frac{R_1}{R_2}.$$

Для Солнца, видимого с астероида

$$\Delta m_2 = 2.5\lg\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = 5\lg\frac{R_1}{R_2} = \frac{\Delta m_1}{2} = 2.62.$$

3. Вроде бы, если точка абсолютно противоположная, то ситуация должна быть абсолютно симметричная: в тот же момент там должен начаться восход Солнца, то есть появление первого солнечного лучика. Но это лишь в том случае, если не учитывать два важных обстоятельства:

Первое – для любого наблюдателя физический горизонт немного опущен. Даже если человек просто стоит на земной поверхности, понижение физического горизонта составляет около 2.5'. Это означает, что если у нас солнечный диск коснулся физического горизонта, то его нижний край уже на 2.5' ниже математического горизонта. То есть, в противоположной точке Земного шара верхний край солнечного диска на 2.5' выше математического горизонта. Соответственно, стоящий наблюдатель видит его уже на 5' выше физического горизонта, а 5' – это треть радиуса Солнца.

Но рассмотренное понижение физического горизонта – не главный эффект в этой задаче. Есть еще рефракция – преломление лучей. Величина рефракции немного зависит от погодных условий, но в среднем составляет на уровне горизонта около 35'. Так что, в тот момент, когда у нас солнечный диск только что коснулся горизонта, в противоположной точке Земного шара Солнце уже поднялось над горизонтом примерно на один градус.

4. Задача эта, очевидно, оценочная. Скорее даже – экспериментальная. Вначале надо понять, почему в данном случае светится кошачий глаз. Иногда ведь кошачьи глаза светятся и в полной темноте. Но, конечно, далеко не столь ярко, как вблизи источников света. Проводя экспериментальные наблюдения котов под фонарями, можно установить: для того, чтобы увидеть наиболее яркие глаза, оптимальным вариантом является Ваше расположение практически точно между фонарем и котом. Чем ближе к коту Ваша тень от фонаря, тем ярче сверкают его глаза. Было бы еще ярче, если бы Вы попали точно на линию фонарь-кот, но при этом кота Вы «затмеваете». Из всего этого можно сделать вывод, что кошачьи глаза являются почти зеркальцами, отражающими свет точно назад.

Кстати, здесь немаловажно, что кот тоже за Вами внимательно наблюдает (обычно – опасается), то есть плоскость его глаз перпендикулярна направлению на Вас и фонарь. Но вообще, вовсе не обязательно, чтобы фонарь, Вы и кот находились на одной прямой – иногда глаза сверкают просто при повороте им головы, когда направление его взгляда соответствует примерно биссектрисе угла человек-кот-фонарь.

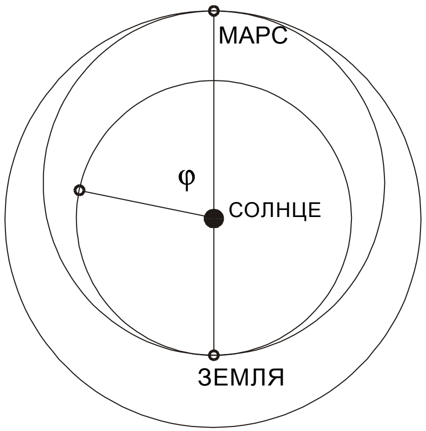
Теперь рассмотрим кота, любующегося полной Луной. Будем считать, что диаметр зрачка кошачьего глаза (ночью!) около 10 мм, глаза отражают свет почти как зеркало, а коэффициент отражения около 1/3 (т.е. отражают треть падающего на него света). Легко вычислить, что угловая площадь светящегося кошачьего глаза с расстояния 5 метров составляет около $3{\cdot}10^{-6}$ квадратных радиан, что явно меньше угловой площади лунного диска ($7{\cdot}10^{-5}$ квадратных радиан). Поэтому можно считать, что в кошачьем глазе, как в зеркале, Вы увидите часть Луны с угловой площадью около $3{\cdot}10^{-6}$ квадратных радиан и втрое меньшей яркостью (так как коэффициент отражения 1/3).

Таким образом, от кошачьего глаза, расположенного на расстоянии 5 метров, к Вам попадает максимум 1/70 света полной Луны. То есть, звездная величина кошачьего глаза будет примерно на 4.5^m больше, чем у полной Луны и составит около -8^m. Оценка, конечно, очень грубая. В зависимости от величины коэффициента отражения в кошачьем глазе и яркости фонаря можно получить от -9^m до -5^m.

5. Большая полуось орбиты, по которой космический корабль совершает перелет ($a_{⊕♂}$) будет равна полусумме радиусов орбит Земли и Марса $a_⊕$ и $a_♂$. Время перелета от Земли к Марсу по этой орбите равно половине орбитального периода. Выражая его в годах и воспользовавшись III законом Кеплера, получаем значение времени перелета:

$$\tau = T_{⊕♂}/2 = [(a_⊕+a_♂)/2]^{3/2}/2 = 259\ \text{сут}$$

V Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике



Для вычисления времени, в течении которого космонавтам придется ожидать на Марсе момента отправления в обратный путь по такой же орбите, заметим, что в момент прилета Земля опережает Марс на угол

$$\varphi = \omega_\oplus\tau - \pi = 2\pi\tau/T_\oplus - \pi,$$

где $\omega_\oplus = 2\pi/T_\oplus$ – угловая скорость движения Земли по орбите вокруг Солнца.

В момент отправления в обратный путь Земля, очевидно, должна отставать от Марса не такой же угол φ, что соответствует опережению на угол $2\pi k - \varphi$ (где k – целое число). Для вычисления минимального времени надо найти такое минимальное k, при котором $(2\pi k - \varphi) > \varphi$. Из численных данных видно, что в нашем случае k = 1. Время, за которое опережение Земли увеличится с φ до $2\pi - \varphi$ равно

$$T_{\text{ожид}} = (2\pi - 2\varphi)/(\omega_\oplus - \omega_{♂}),$$

Где $(\omega_\oplus - \omega_{♂})$ – относительная угловая скорость движения Земли и Марса,

$$T_{\text{ожид}} = (1 - \varphi/\pi)/(1/T_\oplus - 1/T_{♂}) = (2 - 2\tau/T_\oplus)/(1/T_\oplus - 1/T_{♂}) \approx 454 \text{ сут.}$$

6. Во-первых, поймем, что значит «свободно путешествовать по Солнечной системе». Разумно считать, что с помощью такого паруса, точнее, с помощью силы солнечного давления на него, можно было бы существенно изменять орбиту космического корабля-яхты. Иными словами, чтобы сила давления солнечного излучения F_R была сопоставима с силой гравитационного притяжения F_G. Поскольку в условии требуется «оценить приблизительно», в качестве исходного условия примем, что эти силы равны друг другу.

Импульс каждого фотона света равен E/c, где E – его энергия, а c – скорость света. Следовательно, суммарный импульс всех фотонов, ударяющихся за время Δt о парус площадью S на расстоянии R от Солнца, равен

$$p = \frac{AS\Delta t}{c} \cdot \frac{R_0^2}{R^2}.$$

Здесь A – солнечная постоянная на расстоянии Земли от Солнца R_0. Если покрасить парус в белый цвет, то фотоны будут отскакивать от паруса обратно, передавая ему свой удвоенный импульс. Из этого мы получаем выражение для силы давления излучения и приравниваем ее к силе тяжести:

$$F_R = \frac{2p}{\Delta t} = \frac{2AS}{c} \cdot \frac{R_0^2}{R^2} = \frac{GMm}{R^2}.$$

Из этого следует, что независимо от расстояния до Солнца, площадь паруса должна быть не менее чем

$$S = \frac{GMmc}{2AR_0^2} = 6 \text{ км}^2.$$