АСТРОНОМИЧЕСКОЕ ОБЩЕСТВО
EURO-ASIAN ASTRONOMICAL SOCIETY
МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

VI Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Решения задач теоретического тура

Троицк,
24-30 марта 1999 г.

11 класс.

1. Раз звезды не разделяются на две компоненты, следует, что наблюдатель видит одну звезду удвоенной светимости. Таким образом, получаем:

$$m_2 - m_1 = \Delta m = -2.5\lg\left(\frac{L+L}{4\pi r^2}\cdot\frac{4\pi r^2}{L}\right) = -2.5\lg 2 = -0.75\,.$$

Здесь m_2 и m_1 – звездные величины двух и одной звезды, соответственно, r – расстояние от наблюдателя до звезд, L – светимость. Таким образом, получаем, что ширина главной последовательности составляет около 0,75 звездной величины.

2. Цвет звезды зависит от распределения энергии в её видимом спектре. Если учёный не ошибся (бывает, увы, и такое), и по спектральным линиям поглощения звезда имеет спектральный класс *AO,* то это могло произойти в одном случае – если излучение звезды испытало сильное межзвёздное поглощение. Как известно, слой межзвёздной пыли сильнее поглощает коротковолновое излучение, чем длинноволновое (как и при рассеянии света в земной атмосфере). Поэтому, если луч света преодолел большую толщу межзвёздной пыли, звезда не только ослабела, но и спектр её излучения мог измениться так, что интенсивность коротковолнового излучения стала меньше интенсивности длинноволнового излучения. Это и означает, что звезда кажется красной. Поскольку пыль сосредоточена в тонком слое в диске Галактики, звезда должна находиться в полосе Млечного Пути.

3. Как известно, круговая скорость спутника вычисляется по формуле

$$V_0 = \sqrt{\frac{GM}{R_0}}\,,$$

где M – масса планеты, R_0 – радиус орбиты спутника. Отсюда получаем

$$M = \frac{V_0^2 R}{G} \approx 2.2\cdot 10^{25}\,кг$$

Очевидно, что после того как спутнику была добавлена скорость, он сошел с круговой орбиты. Поскольку вторая космическая скорость для данной планеты равна $\sqrt{2}V_0 = 17\,км/с$, а скорость спутника после приращения равна 15 км/с, то новая орбита спутника будет эллипс с расстоянием перицентра $r_p = R_0$ и скоростью в перицентре V_p = 15 км/с.
Из закона сохранения момента импульса получаем:

$$V_a r_a = V_p r_p ,$$

где V_a – скорость спутника в апоцентре, а r_a – расстояние апоцентра. Из закона сохранения энергии получаем:

$$\frac{V_a^2}{2} - \frac{GM}{r_a} = \frac{V_p^2}{2} - \frac{GM}{r_p} ;$$

$$V_a^2 - 2\frac{V_0^2}{V_p} V_a + 2V_0^2 - V_p^2 = 0 ;$$

Решая это уравнение получаем $V_a = 15$ км/с и $V_a = 4.2$ км/с. Первое решение, очевидно, относится к перицентру и не является ответом на задачу.

Осталось вычислить расстояние перицентра.

$$r_a = r_p \frac{V_p}{V_a} \approx 36000 км .$$

4. Если бы Солнце не двигалось по эклиптике, то моменты стояний и наибольших элонгации совпадали бы. Но из-за движения Солнца по эклиптике с запада на восток стояния имеют место тогда, когда скорость видимого движения планеты вдоль эклиптики компенсирует скорость Солнца. Поэтому правильным является "Ответ 4".

5. Пусть d – расстояние до радиогалактики, l – расстояние, пройденное компактным радиоисточником, φ – угол, под которым видит l наблюдатель, θ – искомый угол. Тогда, из теоремы синусов получаем:

$$\frac{l}{\sin\varphi} = \frac{d}{\sin(180 - \vartheta - \varphi)} ;$$

$$\sin(\vartheta + \varphi) = \frac{d}{l} \sin\varphi .$$

Подставляя значения $d = 10^9$ св.лет, $\varphi = 10^{-3}$ угловой секунды, $l = 1$ св.год, получаем $\sin(\theta+\varphi) = 4.85$. Очевидно, что синус не может быть больше единицы, а значит, в решение закралась ошибка.

Рассмотрим задачу более внимательно. Пусть S – источник выброса, O - наблюдатель. В начальный момент времени выброс начал двигаться под углом θ линии SO. При этом из точки S излучился квант электромагнитного излучения. Когда выброс прошел расстояние $l = v\cdot t$ ($t=1$ год) и достиг точки A, квант преодолел расстояние $c\cdot t$. В точке A выброс излучил еще один квант, который, как и первый, зарегистрировал наблюдатель. Опустим перпендикуляр из точки A на прямую SO. Пусть B точка пересечения перпендикуляра и SO. Тогда расстояние, пройденное выбросом вдоль луча зрения

$$l_r = ct - vt\cos\vartheta ,$$

а расстояние, пройденное поперек луча зрения

$$l_t = vt\sin\vartheta .$$

Разница времени между получением сигналов, что выброс вышел из точки S и пришел в точку B составляет

$$\Delta t = \frac{l_r}{t} = t\left(1 - \frac{v}{c}\cos\vartheta\right).$$

Или, с учетом того, что v = c:

$$\Delta t = t(1 - \cos\vartheta)\ .$$

Таким образом, за время $\Delta t = 1$ год радиоисточник переместился на угловое расстояние φ, или линейное расстояние

$$V_t \cdot \Delta t = tg\varphi(d - ct\cos\vartheta) \approx \varphi \cdot d\ .$$

Отсюда получаем

$$V_t = \frac{\varphi \cdot d}{\Delta t} \approx 4.8 св.года/год = 4.8c\ .$$

Следует отметить, что эта скорость не является собственной скоростью источника, так что в превышении скорости света нет ничего загадочного. С другой стороны, скорость V_t можно вычислить, как $l_t/\Delta t$. Тогда:

$$V_t = \frac{l_t}{\Delta t} = \frac{c\sin\vartheta}{1 - \cos\vartheta}.$$

Далее

$$V_t^2(1 - \cos\vartheta)^2 = c^2\sin^2\vartheta\ ;$$

$$\left(V_t^2 + c^2\right)\cos^2\vartheta - 2V_t^2\cos\vartheta + \left(V_t^2 - c^2\right) = 0\ .$$

В итоге получаем θ = 23º.

6. Здесь нужно рассмотреть два аспекта. 1. Достаточно ли яркая Луна, чтобы быть видимой с Марса. 2. Достаточно ли угловое расстояние между Землёй и Луной, чтобы для невооружённого глаза они не сливались в один светящийся объект.

1. Расстояние от Луны до Марса меняется от *0,52 а.е.* до *2,52 а.е.* и в среднем составляет *1,52 а.е.* При этом, если бы Луна наблюдалась с Марса в своё полнолуние, то её звёздная величина была бы равна

$$m \approx -12{,}8^m + 5lg\,(1{,}52\cdot 150000/384) \approx -12{,}8^m + 13{,}9^m \approx +1{,}1^m.$$

При наибольшем удалении Луны от Марса аналогично получаем $m \approx +2{,}2^m$. Таким образом, хотя Луна на Марсе в тёмное время суток не может наблюдаться в полнолуние, имеется достаточный запас яркости для того, чтобы она была хорошо видна невооружённым глазом в других конфигурациях. (Примечание: для большей корректности можно посчитать, например, звёздную величину Луны в случае, когда Земля для марсиан находится в наибольшей элонгации, ответ получается около $+1{,}6^m$*)*

2. Угловое расстояние между Луной и Землёй достаточно велико, даже в случае наибольшего удаления Земли от Марса оно составит *arcsin((384/150000)/2,52),* что соответствует примерно 3,5 угловым минутам. Так что система будет вполне разрешаема глазом.
Таким образом, Луну на Марсе не просто можно увидеть, скорее её сложно не заметить.