



Творческо-практический тур

11 класс.

7. **Фазы геостационарного астероида.** (М.Г. Гаврилов, февраль 2002, редакция апреля 2002.)
Геостационарный спутник всегда "висит" в одной и той же точке неба. То же будет происходить с геостационарным астероидом или Луной.

7.1. Проще всего рассмотреть ситуацию, когда астероид (Луна) «висит» на юге (то есть, в плоскости меридиана). Тогда, если этот объект не находится в тени Земли (это особый вопрос – затмения), ровно в полночь по местному времени будет наблюдаться «полнолуние», в 6 часов утра – третья четверть (астероид или Луна освещается только с восточной стороны), в полдень – новолуние, в 18 часов – первая четверть (объект освещается только с западной стороны). Соответственно, глядя на фазы астероида, можно приблизительно определять время – примерно таким же образом, как мы сейчас определяем, сколько дней прошло после полнолуния или новолуния.

Для ситуации, когда астероид (Луна) «висит» не в плоскости меридиана, нужно будет вводить поправки. «Полнолуние» будет наблюдаться не ровно в полночь по местному времени, а раньше или позже – примерно на столько, на сколько отличаются друг от друга местные времена на меридиане наблюдателя и меридиане геостационарного объекта: раньше, если объект «висит» восточнее, позже, если западнее меридиана наблюдателя. («Примерно» – с точностью до разницы направлений на геостационарный объект из точки наблюдателя и центра Земли.)

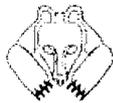
Кроме того, в периоды, близкие к равноденствиям, в середине ночи будут регулярно происходить лунные (астероидные) затмения. По ним люди будут определять полночь! (Опять-таки для меридиана, над которым «висит» геостационарное тело. Для других местностей – поправки, аналогичные описанным выше.) Легко оценить, что максимальная продолжительность затмения маленького астероида τ это R_3/V , где V – орбитальная скорость движения Луны (астероида), равная $2\pi(h + R_3)/T$, T – сутки, период обращения, а h – высота геостационарной орбиты, равная

$$h = \left[g \left(\frac{R_3 T_3}{2\pi} \right)^2 \right]^{1/3} - R_3 = 35800 \text{ км}$$

$$\tau = \frac{TR_3}{2\pi(h + R_3)} \approx 35 \text{ минут}$$

Для бытовых целей такая точность определения полночи вполне приемлема. Для Луны продолжительность полной фазы можно вычислить как $(R_3 - R_L)/V$, получим порядка 25 минут, при этом периоды полутени до и после полной фазы будут длиться около R_L/V , то есть примерно по 9 минут.

Приведённые вычисления соответствуют центральному затмению, которое будет происходить в дни весеннего и осеннего равноденствий. В другие дни продолжительность полной фазы будет меньше, а вот периоды полутени до и после полной фазы станут продолжительнее. Естественно, что в какие-то дни будут наблюдаться затмения без полной фазы, только с частной.



Сыктывкар – Красноярск, 7–13 апреля 2002 г.
Сыктывкар – Красноярск, 18–24 апрѣль 2002.

7.2. Что касается размера астероида, то для того, чтобы человек мог наблюдать его фазы невооружѣнным глазом, его диаметр должен быть таким, чтобы угловой диаметр был как минимум в несколько раз больше разрешающей способности человеческого глаза. Примем, что это 5 угловых минут, $5' \approx 1,5 \cdot 10^{-3}$ радиан. Принимая, что расстояние от наблюдателя до астероида составляет в среднем 40 000 км (минимально – это 35 800 от экватора, максимально – 42 200 для полюсов, для средних широт – около 39 000), получаем минимальный размер астероида $40\,000 \text{ км} \times 1,5 \cdot 10^{-3} \approx 60 \text{ км}$. Ответ, этот, конечно, вполне условный. Можно считать правильными ответы от 25 до 100 км.

7.3. Приблизительных графиков зависимости от времени звѣздной величины Луны в новом положении должно быть как минимум два. Оба – это суточная зависимость звѣздной величины Луны. Один случай – для периодов без затмений, другой – с затмениями. Максимальная продолжительность полного затмения новой Луны, как мы выяснили в п. 7.1., будет в дни равноденствий и составит примерно 25 минут, при этом периоды полутени до и после полной фазы будут длиться по 9 минут.

Поскольку Луна приблизится к нам примерно в 10 раз, светить она будет примерно в 100 раз сильнее. Поэтому и максимальный блеск новой Луны в полнолуние будет примерно в 100 раз больше блеска Луны обычной, что есть составит примерно -18^m (большая точность не нужна). То есть величина блеска, соответствующая -18^m , – это на графике будет наивысшая точка. Наинизшая точка в выбранном масштабе будет несомненно нулѣм с большой точностью. (Кстати, пепельного света новой Луны в новолуние практически не будет – сообразите почему.) В первом приближении величина блеска будет меняться примерно по синусоиде, достигая максимума в полночь и минимума в полдень. Однако, учитывая индикатрису рассеяния, «бока» синусоиды надо существенно «подрезать».

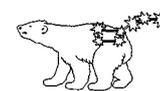
Примечание (от участников не требуется). Так, например, для фазы 90° (первая или последняя четверть) освещѣнность, создаваемая Луной составляет не 50%, как это было бы при однородном рассеянии, а всего около 8% от освещѣнности полной Луны! А 50% реализуется для фазы всего около 27° . То есть, реальная ширина пика блеска (определяемая по точкам на «полувысоте») составит не 12 часов, а около 3,6!

Для случая с затмением посередине пика блеска (в полночь) появится резкий провал. В зависимости от конкретного дня (ночи) провал может быть до нуля (полное затмение) или не до нуля (частное). На графике провал будет достаточно резким, поскольку даже максимальная продолжительность затмения в 25-35 минут мала по сравнению с характерной шириной пика блеска.

7.4. Иные последствия – на Земле образуются два огромных приливных горба. Волнами их назвать нельзя, поскольку они будут находиться в одних и тех же положениях – "под Луной" и с противоположной (относительно положения Луны) стороны Земли. Высоты горбов можно грубо оценить в полкилометра.

Ну и солнечных затмений станет гораздо больше (они тоже будут лишь в периоды, близкие к равноденствиям). Эти затмения будут существенно продолжительнее, но менее привлекательны эстетически. По солнечным затмениям люди будут определять полдень. (Вновь для меридиана, над которым "висит" геостационарное тело. Для других местностей – поправки, аналогичные описанным выше.)

8. **Двойная звезда.** (В.В.Порфирьев в редакции М.Г. Гаврилова, 2002.) Общий ход решения.



Сыктывкар – Красноярск, 7–13 апреля 2002 г.
Сыктывкар – Красноярск, 18–24 ошлӧн 2002.

- 1) Поскольку кривые лучевых скоростей строго симметричны и представляют собой синусоиды, орбита круговая. Относительная скорость движения по орбите вокруг главной звезды равна сумме максимальных значений обеих скоростей $v = 109,3$ км/с. Это значение снимается с графика. Соответственно, значения скоростей каждой звезды: $v_1 = 66,7$ км/с, $v_2 = 42,6$ км/с. Отношение масс равно $M_1/M_2 = v_2/v_1 = 66,7/42,6 = 1,56$.
- 2) По скорости и периоду находим радиус относительной орбиты $a = v \cdot P / 2\pi \approx 75,1$ млн. км. В астрономических единицах $a = 0,502$ а.е.
- 3) По 3-му закону Кеплера, сравнивая эту систему с системой Солнце–Земля находим сумму масс M . В единицах а.е.–год– M_Q это вычисляется очень просто: $M = M_Q \cdot a^3 / P^2$. $M = 6,75 M_Q$ (масс Солнца) и, учитывая, что $M_1/M_2 = 1,56$, получаем $M_1 = 4,11 M_Q$, $M_2 = 2,64 M_Q$.
- 4) По графику кривой блеска время полного затмения (когда меньшая звезда затмевается большей) примерно равно $0,059$ периода, а времена частного затмения меньшей звезды (до и после полного) – примерно $0,0086$ периода. Это позволяет вычислить соответственно разность диаметров звёзд как $0,059 v \cdot P = 27,9$ млн. км и диаметр меньшей звезды как $0,0086 v \cdot P = 4,06$ млн. км. Или, в диаметрах Солнца соответственно $20,0 D_Q$ и $2,9 D_Q$. Таким образом, диаметры звёзд составляют: большой – $22,9 D_Q$ и малой – $2,9 D_Q$ (диаметров Солнца).
- 5) Светимость главной звезды определяется по формуле $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$, что даёт (после сравнения с Солнцем) светимость большой звезды $L_1 = 131 L_Q$ (светимостей Солнца). По графику получаем, что логарифм отношения светимости главной звезды к полной светимости обеих звёзд составляет $-0,125$, откуда получаем, что светимость главной звезды составляет $0,75$ от полной светимости вне затмения. Отсюда светимость второй звезды равна трети светимости первой или около $44 L_Q$.
- 6) Из той же формулы для светимости $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ определяем температуру меньшей звезды, получаем $T \approx 8900$ К.
- 7) Дополнительно можно сообразить, что главная звезда – красный гигант спектрального класса **K**, а вторая – звезда главной последовательности класса **A** и обе они – на ранних стадиях эволюции.