

Сыктывкар – Красноярск, 7–13 апреля 2002 г.
Сыктывкар – Красноярск, 18–24 апрель 2002 г.

Теоретический тур

9 класс.

1. **Сыктывкар и Красноярск.** (М.Г. Гаврилов, февраль 2002.) Простой ответ очевиден – это разница широт городов ($5^{\circ}37'$), и, поскольку Сыктывкар севернее, высота кульминации Солнца там меньше. Однако, поскольку Сыктывкар находится на $41^{\circ}59'$ (примерно на 42°) западнее Красноярска, полдень (а, следовательно, и кульминация Солнца) наступит там на 2 часа 47 минут 56 секунд (≈ 2 часа 48 минут = 2,8 часа) позже. А за это время склонение Солнца увеличится! Из эфемерид Солнца находим, что изменение склонения за 8 апреля составит

$$7^{\circ}23'08,6'' - 7^{\circ}00'42,0'' = 22'26,6'' \approx 22,4',$$

то есть за 2,8 часа оно увеличится примерно на $22,4' \cdot 2,8 / 24 = 2,62' \approx 3'$. Наиболее точный ответ мы можем дать с точностью до одной угловой минуты. Итак, получаем: разность широт минус три угловых минуты, то есть $5^{\circ}34'$.

2. **Наблюдения Полярной звезды.** (А.В. Засов в редакции М.Г. Гаврилова, 2002.) Из условия следует, что радиус поля зрения телескопа равен расстоянию Полярной от полюса мира (примерно 44 угловые минуты). Обозначим положение полюса мира точкой Р, центра поля зрения – точкой О, точки появления Полярной в поле зрения – точкой С. Треугольник РОС – равносторонний, каждая сторона которого равна радиусу поля зрения. Отсюда угол СРО равен 60° , или $1/6$ окружности. Значит, Полярная перемещается по окружности от С до О ровно $24 : 6 = 4$ часа, а полная продолжительность её наблюдения в поле зрения – вдвое больше. Ответ: 8 часов.
3. **Яркий Сириус.** (М.Г. Гаврилов, 2000.) Сириус является самой яркой звездой (в историко-классическом понимании звезды) на нашей земной небесной сфере. Поэтому в первом приближении он будет самой яркой звездой в тех местностях на Земле, где бывает виден, то есть, хотя бы иногда появляется над горизонтом. Поскольку небесное склонение Сириуса равно $\delta = -16^{\circ}43'$, то он будет виден во всём южном полушарии, а также – в северном на широтах не выше, чем $16^{\circ}43'$ от полюса, то есть, на широтах до $73^{\circ}17'$. Второе приближение – учёт рефракции ($35'$ у горизонта). С учётом рефракции Сириус может быть виден в местностях до $73^{\circ}52'$ с.ш. Ну а в третьем приближении надо учесть поглощение света. Очевидно, что Вега высоко в небе существенно ярче Сириуса у горизонта. Высоты, на которых Сириус становится слабее Веги, грубо можно оценить в 5° . Таким образом, Сириус является самой яркой звездой на небе для местностей южнее $68^{\circ} - 69^{\circ}$ с.ш.
4. **22750 звёзд.** (А.В. Засов, 2002.) Звёзды данной звёздной величины в 2,512 раз слабее предыдущей. Но их суммарный поток пропорционален полному числу звёзд. Поэтому звёзды, более слабые на одну звёздную величину, давали бы точно такой же световой поток, если бы их было в 2,512 раз больше по числу.

В действительности мы имеем, что

Число звёзд 5-й звёздной величины больше чем 4-й в $700/250 = 2,80$ раза,

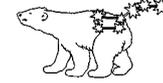
Число звёзд 6-й звёздной величины больше чем 5-й в $1900/700 = 2,71$ раза,

Число звёзд 7-й звёздной величины больше чем 6-й в $5300/1900 = 2,79$ раза,

Число звёзд 8-й звёздной величины больше чем 7-й в $14600/5300 = 2,75$ раза.

Поскольку все отношения больше 2,512, вклад звёзд каждой последующей звёздной величины (в пределах рассматриваемого интервала величин) растёт с увеличением звёздной величины. Для более слабых звёзд этот закон нарушается, иначе бы всё небо ярко светилось.

Ответ: восьмой звёздной величины.



Сыктывкар – Красноярск, 7–13 апреля 2002 г.
Сыктывкар – Красноярск, 18–24 ошлӧн 2002.

5. **Спелеологи-гравиметристы.** (М.Г. Гаврилов, 1992, редакция 2000.) Спелеологи должны проводить измерения силы тяжести в различных точках на поверхности земли. Тогда в том случае, когда под ними находится некоторая полость радиуса R (объём пустого пространства – пространства, где плотность составляет не ρ_0 , а 0), сила тяжести будет меньше. Для простоты рассмотрим шарообразную полость. Тогда в том случае, когда прямо под спелеологами находится полость радиуса R (то есть, пространство объёма $4/3 \cdot \pi \cdot R^3$, где плотность составляет не ρ_0 , а 0), сила тяжести будет меньше на величину

$$\Delta g = G \cdot \Delta \rho / L^2 = G \cdot \Delta \rho \cdot 4/3 \cdot \pi \cdot R^3 / L^2,$$

где L – расстояние от точки измерения до центра этой шаровой полости. Очевидно, наибольший эффект будет заметен тогда, когда $L \approx R$, то есть полость почти касается земной поверхности. В этом случае

$$\Delta g = G \cdot \Delta \rho \cdot 4/3 \cdot \pi \cdot R^3 / R^2 = G \cdot \Delta \rho \cdot 4/3 \cdot \pi \cdot R.$$

Поскольку период колебаний математического маятника равен

$$T = 2\pi \cdot (l/g)^{1/2},$$

то изменение величины g на Δg приведёт к изменению периода колебаний маятника на величину $\Delta T/T = -(\Delta g/g)/2$. Таким образом:

$$2\Delta T/T = -(G \cdot \Delta \rho \cdot 4/3 \cdot \pi \cdot R) / g.$$

Поскольку $\Delta \rho = 0 - \rho_0 = -\rho_0$, получаем

$$2\Delta T/T = (G \cdot \rho_0 \cdot 4/3 \cdot \pi \cdot R) / g,$$

Откуда:

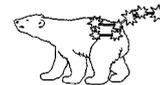
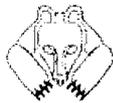
$$R = (3/2\pi) \cdot (\Delta T/T) \cdot g / (G \cdot \rho_0).$$

Если предел чувствительности гравиметра составляет $2 \cdot 10^{-5} \%$, то есть $\Delta T/T = 2 \cdot 10^{-7}$, то радиус полости, измеряемый на пределе чувствительности получается равным 5,0 метров.

Ответ: полость с характерным размером (диаметром) порядка 10 метров.

6. **Заходы на Луне.** (М.Г. Гаврилов, 2000.) Солнце на Луне совершает один оборот по небосклону за 29,53 суток (смена фаз Луны, видимая с Земли, и движение солнечного диска по лунному небу, очевидно, происходят синфазно). Диаметр солнечного диска, видимый с Луны, такой же, как и видимый с Земли – около полуградуса. Продолжительность захода Солнца на экваторе – это время, за которое оно переместится на свой диаметр. Если перемещение на 360° происходит за 29,53 суток = 708,7 часов, то на $0,5^\circ$ – за $708,7 \cdot 0,5/360^\circ \approx 1$ час.

Что же касается захода Земли, то в первом приближении она там никогда не заходит и не восходит, а висит на одном месте (вспомните, что Луна обращена к Земле всё время одной стороной), либо не видна (для обратной стороны Луны). Однако, при более точном рассмотрении оказывается, что из-за эллиптичности лунной орбиты, её движение вокруг Земли происходит неравномерно; в то же время движение вокруг своей оси – равномерно. Это приводит к либрациям, то есть, к тому, что Луна обращена к нам не точно одной точкой, а немного "качается". А для лунного наблюдателя это означает, что Земля немного гуляет по небу, удаляясь порой на несколько градусов от своего среднего положения. В результате – есть на Луне территории, где действительно можно наблюдать восходы и заходы Земли – это такие территории, где упомянутое среднее положение находится вблизи горизонта.



*Сыктывкар – Красноярск, 7–13 апреля 2002 г.
Сыктывкар – Красноярск, 18–24 ошлӧн 2002.*

Для вычисления продолжительности захода Земли необходимо знать величины либрации. (См. на эту тему задачу № 377 из сборника "Звёздный мир - IV".)