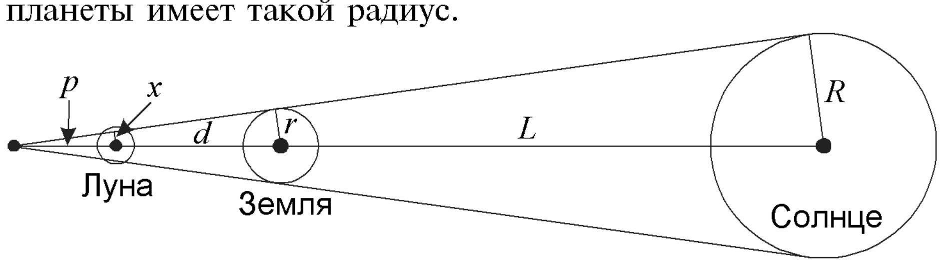
ПРАКТИЧЕСКИЙ ТУР

Странная Луна (О.С. Угольников)

Класс: 9 Задача: 1

? На рекламном плакате появилось следующее изображение серпа Луны (негатив). На каком расстоянии от Земли должна была бы находиться Луна, чтобы такая картина была возможной?

! Если говорить об обычных фазах Луны, то подобный вид наш спутник не имел бы ни на каком расстоянии от Земли, так как линия раздела темной и светлой частей диска Луны (ее называют терминатором) – это дуга эллипса, проходящая через две диаметрально противоположные точки диска Луны (близкие к полюсам). Однако, подобный вид Луна могла бы иметь во время затмения, если бы вдруг размеры земной тени стали меньше размеров Луны. На рисунке мы видим, что радиус земной тени составляет примерно 0.85 от радиуса Луны, то есть 1480 км. Определим, на каком расстоянии от Земли тень нашей планеты имеет такой радиус.



На рисунке показаны положения Солнца, Земли и Луны во время подобного гипотетического затмения. Из подобия трех треугольников имеем

$$\frac{x}{p} = \frac{r}{p+d} = \frac{R}{p+d+L}.$$

Здесь R и r – радиусы Солнца и Земли, x – радиус земной тени на расстоянии Луны, L – расстояние от Земли до Луны, d – искомое расстояние от Земли до Луны, p – расстояние от Луны до вершины тени. Из этих соотношений можно найти неизвестные нам p и d, нас интересует только вторая из этих величин:

$$d = \frac{L(r-x)}{R-r} = 1.06 \text{ млн км.}$$

Тройная система (А.М. Татарников)

Класс: 9 10 Задача: 2

? В небольшой телескоп (диаметр объектива 60 мм, фокусное расстояние 240 мм) наблюдают слабую визуально тройную систему, состоящую из звезд 9.5 звездной величины, вытянувшихся вдоль одной прямой. Угловое расстояние между первой и второй звездой равно 50″, между второй и третьей звездой – 8″. Опишите картину, которую видит наблюдатель в окуляры с фокусным расстоянием 10, 20, 40 мм. Известно, что наблюдатель видел невооруженным глазом звезды до 5 звездной величины, диаметр зрачка глаза 5 мм, разрешающая способность глаза 2′. Яркостью фона неба пренебречь.

! Вначале определим диаметр пучка света, выходящего из окуляра:

$$d = D \cdot \frac{f}{F},$$

где D – диаметр объектива телескопа, F и f – фокусные расстояния объектива и окуляра. Подставляя численные данные, мы получаем для самого длиннофокусного из окуляров (40 мм) значение диаметра выходящего пучка 10 мм, что вдвое больше диаметра зрачка человеческого глаза. Это означает, что значительная часть света, собранная объективом, не будет попадать в глаз наблюдателя, и такая оптическая схема будет работать как телескоп с увеличением 6 раз и диаметром объектива D_1, равным только 30 мм. Предельное угловое разрешение такой системы будет равно (1/6) от 2 угловых минут, то есть 20″, а предельная звездная величина составляет

$$m_3 = m_0 + 5\lg\frac{D_1}{d_0},$$

где m_0 – предельная звездная величина для невооруженного глаза, d_0 – диаметр зрачка. В итоге, мы получаем, что в данный телескоп с 40-мм окуляром будут видны звезды только до 8.9^m. Вторая и третья звезда, находящиеся в 8″ друг от друга, будут видны как одна звезда 8.7^m, а первая звезда видна вообще не будет.

Для окуляров с фокусными расстояниями 10 и 20 мм диаметр выходного пучка света составит соответственно 2.5 и 5 мм, что не превышает диаметр зрачка глаза. Это означает, что в глаз попадет весь свет звезд, собранный объективом, и предельная звездная величина будет равна

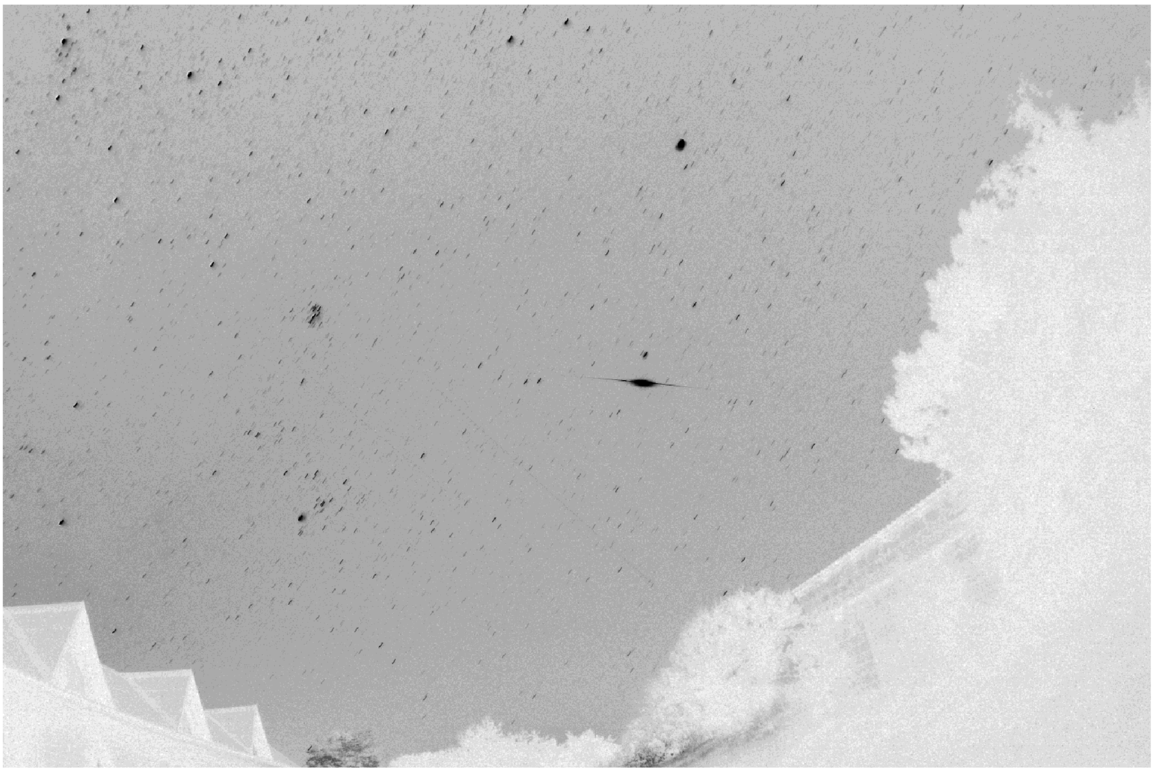
$$m_{1,2} = m_0 + 5\lg\frac{D}{d_0} = 10.4,$$

что достаточно для наблюдений звезд по отдельности. Предельное угловое разрешение для этих окуляров составит соответственно 5″ и 10″. Итак, в 10-мм окуляр будут видны все три звезды по отдельности, в 20-мм окуляр – первая звезда отдельно и вторая и третья звезды как одно более яркое светило. В 40-мм окуляр, как уже было сказано, будут видны только слившиеся вторая и третья звезды.

Спутник в небе Земли (А.М. Татарников)

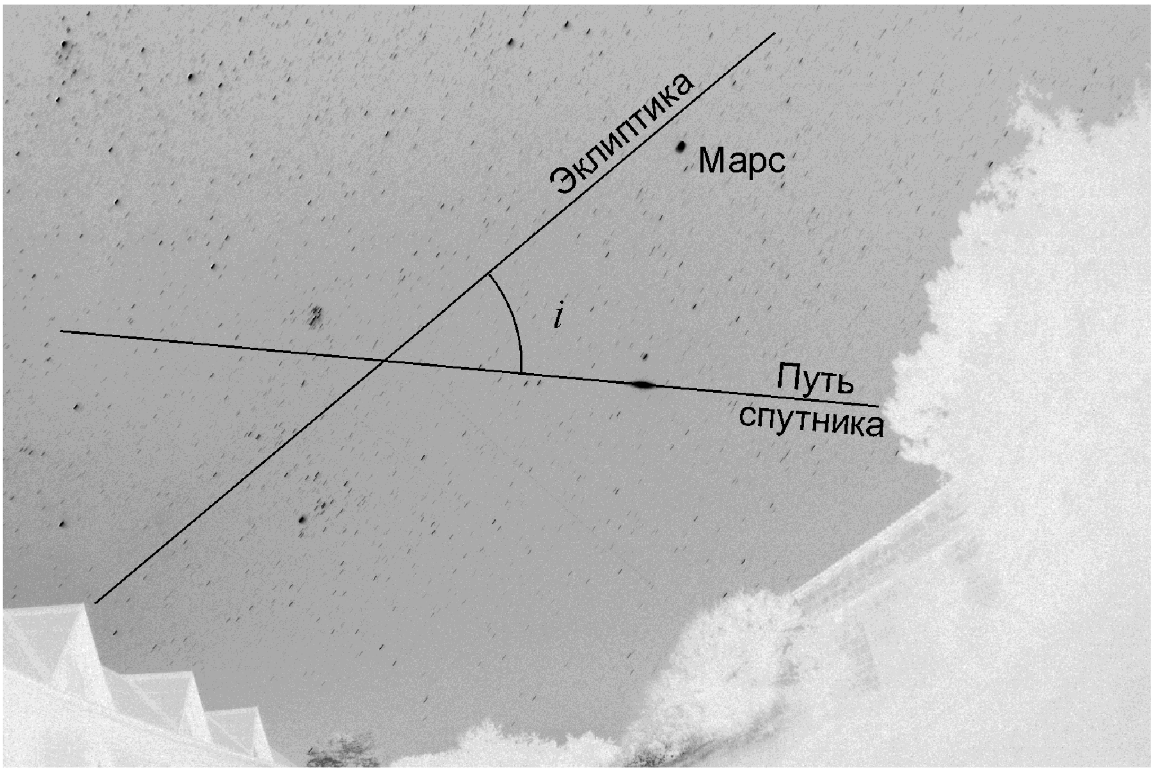
Класс: 9 Задача: 3

? Вам выдана негативная фотография звездного неба, полученная в августе 2005 года в Крыму. На ней виден след искусственного спутника Земли, у которого в период съемки наблюдалась вспышка блеска. Оцените угол наклона орбиты спутника к плоскости орбиты Земли на момент съемки. Параллактическое смещение спутника не учитывать.



! Так как мы пренебрегаем параллактическим смещением спутника, угол наклона его орбиты к плоскости орбиты Земли есть угол между его видимой траекторией и эклиптикой. Снимок содержит зодиакальные созвездия Овна и Тельца, построение эклиптики существенно облегчает яркий Марс, видимый на снимке и находившийся в августе 2005 года в созвездии Овна достаточно близко к эклиптике.

Построив видимый путь спутника и эклиптику на данном снимке, мы получаем значение угла i между ними: около 45°.



Звезда Лейтена (Е.Н. Фадеев)

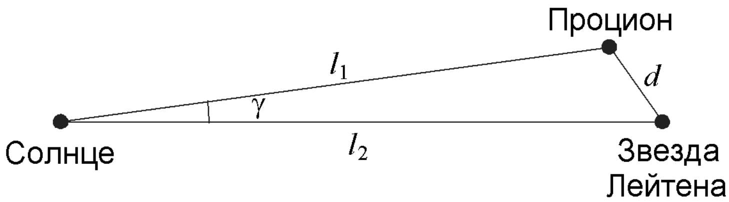
Класс: 10 11 Задача: 1

? Предположим, космический корабль долетел до окрестностей звезды Лейтена. Какую видимую звездную величину будет иметь Процион? С каким объектом земного неба его можно будет сравнить? Можно ли увидеть невооруженным глазом звезду Лейтена из окрестностей Проциона?

При набл.с Земли:	Процион	Звезда Лейтена
Прямое восхождение	$7^h39^m18^s$	$7^h27^m24^s$
Склонение	+5° 13'30"	+5° 13'33"
Параллакс	0.286"	0.263"
Вид.звездная величина	+0.40	+9.84

! Определим угловое расстояние между Процином и звездой Лейтена на земном небе. Склонения этих звезд δ практически неотличимы друг от друга, и данное угловое расстояние определяется разницей прямых восхождений $\Delta\alpha$:

$$\gamma = \Delta\alpha \cdot \cos\delta = 2.962°.$$



Из треугольника, изображенного на рисунке, можно определить расстояние между Проционом и звездой Лейтена в пространстве:

$$d = (l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos\gamma)^{1/2} = \left(\frac{1}{\pi_1^2} + \frac{1}{\pi_2^2} - \frac{2\cos\gamma}{\pi_1 \pi_2}\right)^{1/2}.$$

Здесь l_1 и l_2 – расстояния от Солнца до Проциона и звезды Лейтена, выраженные в парсеках, π_1 и π_2 – параллаксы Проциона и звезды Лейтена. Подставляя численные значения, получаем величину d: 0.36 пк. Зная звездные величины обеих звезд из окрестностей Земли m_1 и m_2, получаем их величины при наблюдении с расстояния d, то есть из окрестностей друг друга:

$$m_{12} = m_1 + 5\lg\frac{d}{l_1} = m_1 + 5\lg(d\pi_1) = -4.5,$$

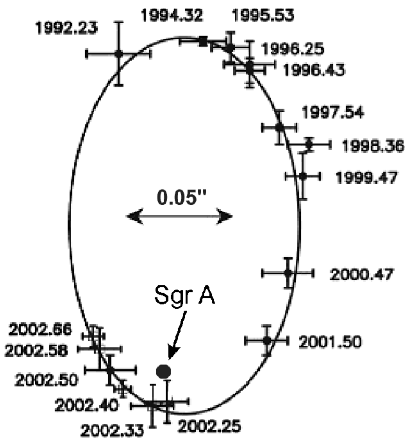
$$m_{21} = m_2 + 5\lg\frac{d}{l_2} = m_2 + 5\lg(d\pi_2) = +4.7.$$

Выходит, что Процион из окрестностей звезды Лейтена выглядит как Венера на земном небе, а звезда Лейтена будет видна невооруженным глазом из окрестностей Проциона.

Центр Галактики (В.М. Чаругин)

Класс: **10** Задача: **3**

? На рисунке представлены окрестности центра Галактики (Sgr A) и наблюдаемая траектория движения звезды S0-2 вокруг центра. Отмечены даты измерений положений звезды и угловой масштаб фотографии (длина двусторонней стрелки соответствует 0.05″). Принимая расстояние до центра Галактики равным 8 кпк, оцените массу центрального тела Галактики. Какова может быть природа этого тела (на рисунке его положение показано стрелкой)?



! Как видно из рисунка, орбита звезды S0-2 достаточно сильно вытянута. Хотя период наблюдений (с 1992 до 2002 года) не охватывают всего орбитального периода системы, он тем не менее заключает в себе эпохи прохождения перицентра и апоцентра. Из этих данных нетрудно оценить орбитальный период системы T: около 15 лет.

Значение угла наклона плоскости орбиты звезды S0-2 к картинной плоскости неизвестно, поэтому мы лишь можем сказать, что большая полуось орбиты звезды S0-2 a не меньше, чем большая полуось видимого эллипса – проекции на картинную плоскость. Угловые размеры большой полуоси составляют примерно 0.09″, что при расстоянии 8 кпк соответствует 720 а.е. Воспользовавшись обобщенным III законом Кеплера, получаем оценку массы центрального тела (в массах Солнца):

$$M \geq \frac{a^3}{T^2} = 1.7 \cdot 10^6.$$

Несмотря на свою гигантскую массу, объект достаточно компактен. Есть все основания утверждать, что в центре нашей Галактики находится сверхмассивная черная дыра.

Поиск обитаемых планет (Н.И. Перов)

Класс: 11 Задача: 2

? **Из анализа условий, необходимых для существования жизни типа земной, на планете должна сформироваться и удерживаться (в течение длительного времени) азотно-кислородная атмосфера при температуре 273 K, а ускорение силы тяжести *g* должно быть заключено в интервале от 5 до 15 м/с². Укажите на диаграмме "радиус планеты (*R*) – масса планеты (*M*)" область потенциально обитаемых планет.**

! Для того, чтобы азотно-кислородная атмосфера на планете существовала в течение длительного времени, необходимо, чтобы средняя тепловая скорость молекул была меньше второй космической скорости у поверхности (на самом деле, это ограничение гораздо строже, тепловая скорость должна быть во много раз меньше). Данное условие можно записать как

$$\sqrt{\frac{3kT}{m}} < \sqrt{\frac{2GM}{R}},$$

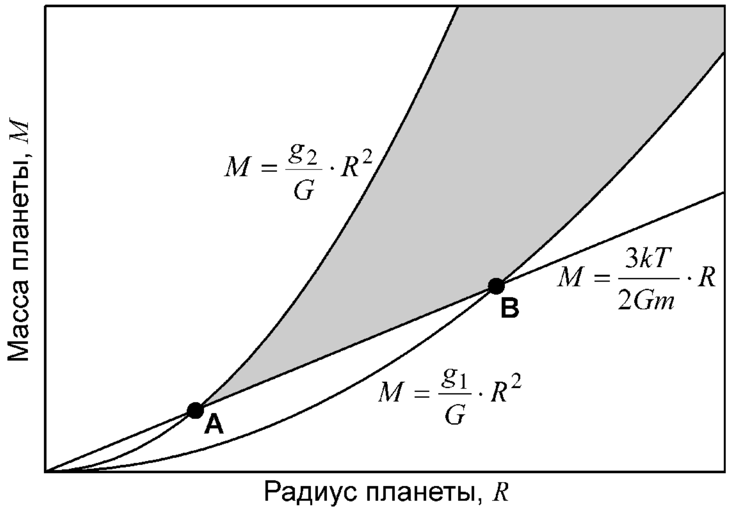
где T – заданная температура атмосферы, m – масса молекулы (примем ее равной 30 массам протона или $5 \cdot 10^{-26}$ кг), M и R – масса и радиус планеты. Из этого вытекает соотношение между массой и радиусом:

$$M > \frac{3kT}{2Gm} \cdot R.$$

Данное неравенство ограничивает область обитаемых планет на диаграмме "радиус-масса" снизу прямой, проходящей через начало координат. Другое ограничение получается из требования на величину ускорения свободного падения:

$$g_1 < \frac{GM}{R^2} < g_2; \quad \frac{g_1}{G} \cdot R^2 < M < \frac{g_2}{G} \cdot R^2.$$

Здесь g_1 и g_2 – заданные минимальное и максимальное ускорения силы тяжести на поверхности планеты. Условие ограничивает область обитаемых планет двумя параболами, также проходящими через центр координат. В результате, мы получаем картину, изображенную на рисунке.



Для полного задания картины нам нужно определить координаты точек **A** и **B**, то есть найти радиусы и массы планет в этих предельных случаях. Для точки **A** имеем:

$$\frac{3kT}{2Gm} \cdot R = \frac{g_2}{G} \cdot R^2; \quad R = \frac{3kT}{2mg_2}; \quad M = \frac{9k^2T^2}{4Gg_2m^2}.$$

Численная подстановка дает значение радиуса 7.5 км и массы $1.3 \cdot 10^{19}$ кг. Для точки **B** имеем аналогичные выражения

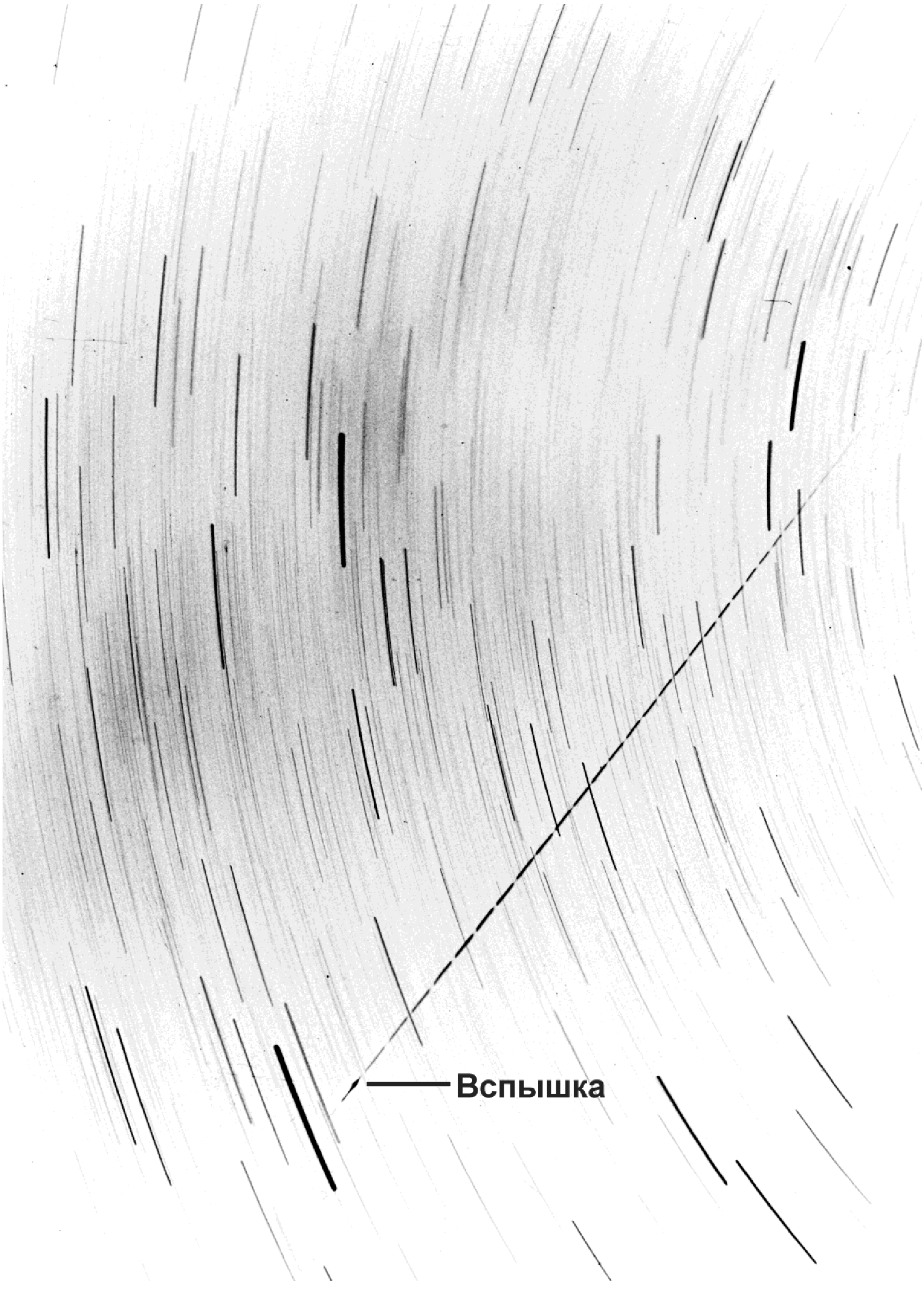
$$R = \frac{3kT}{2mg_1}; \quad M = \frac{9k^2T^2}{4Gg_1m^2}$$

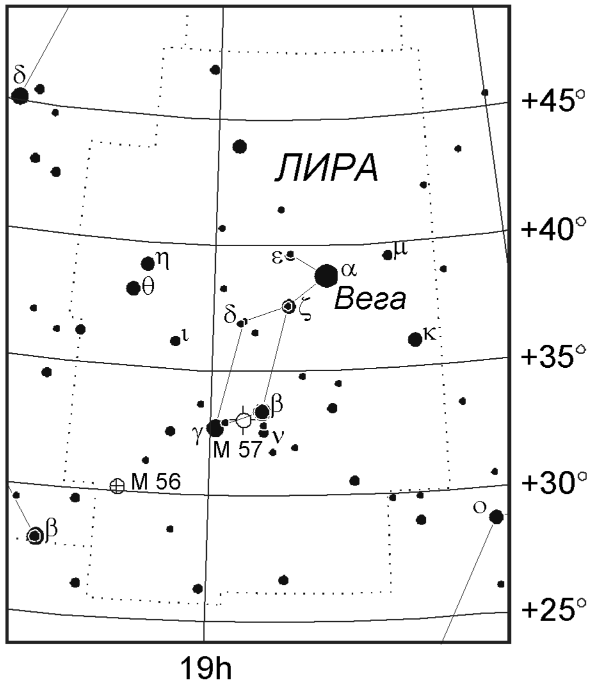
и втрое большие величины радиуса и массы: около 22.5 км и $3.8 \cdot 10^{19}$ кг. Мы видим, что данные точки соответствуют очень маленьким, но при этом весьма плотным планетам (плотность порядка 10^6 кг/м^3). Более типичные планеты, похожие на Землю, находятся далеко в верхней части участка, закрашенного на рисунке серым цветом.

Метеор вблизи Веги (А.М. Татарников)

Класс: 11 Задача: 3

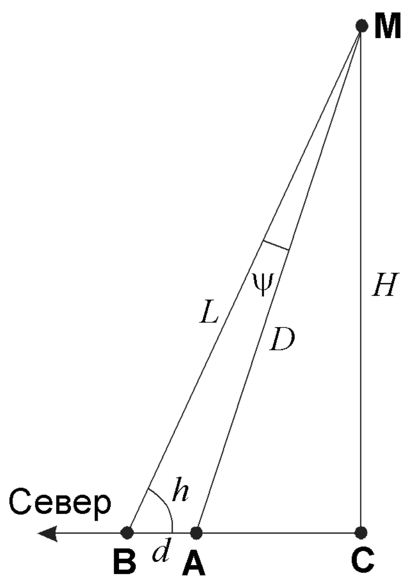
? Вам выдан снимок метеора из потока Персеиды, полученный в некотором пункте A (55° с.ш., 37° в.д,). Снимок получен на камеру, оснащенную двухлопастным обтюратором с периодом вращения 15 оборотов в секунду. Вспышку, зафиксированную в конце полета метеора, увидел еще один наблюдатель (пункт B), находившийся в 3 км к северу от пункта A. При этом он заметил, что она точно совпала с положением Веги (α Лиры), которая как раз кульминировала в этот момент. Определите высоту этой яркой вспышки метеора над поверхностью Земли и среднюю скорость движения метеора, если известно, что угловое расстояние между Вегой и радиантом Персеид составляет 74°. При решении можно воспользоваться прилагаемой звездной картой созвездия Лиры.


Вспышка



! Карта созвездия Лиры с координатной сеткой нужна для того, чтобы отождествить на фотографии Вегу и несколько ближайших звезд и восстановить угловой масштаб снимка. Для этого мы определяем по карте угловое расстояние между какими-нибудь двумя звездами созвездия (например, между α и γ Лиры, оно равно 7.5°) и вычисляем соответствующее расстояние между верхними (или нижними) концами треков этих звезд на рисунке.

По условию задачи, в момент вспышки метеора Вега находилась в кульминации в пункте **B**, а значит, и в пункте **A**, так как оба пункта находятся на одном географическом меридиане. Вега в момент кульминации движется своим суточным движением с востока на запад, перпендикулярно параллактическому смещению метеора при перемещении наблюдателя из точки **A** в точку **B**, где вспышка метеора совпала с положением Веги. Следовательно, чтобы определить положение Веги на треке в момент вспышки метеора, нужно опустить перпендикуляр из точки вспышки на трек Веги. Мы попадаем примерно в середину трека, то есть, метеор пролетел в середине экспозиции. По вычисленному масштабу фотографии находим угловое расстояние между метеором и Вегой ψ, оно получается равным примерно 2.2°. Именно на такую величину смещается метеор при перемещении из пункта **A** в пункт **B**, причем он смещается в южном направлении.



Пункт **B** удален от пункта **A** на расстоянии d, равное 3 км, или всего на 1.5′ к северу, и высота Веги в верхней кульминации в этих пунктах составит

$$h = 90° - \varphi + \delta = 74°.$$

Здесь φ – широта, δ – склонение Веги, которое можно определить по карте созвездия Лиры. В точке **В** положение метеора совпадет с положением Веги. Расстояние от точки **В** до метеора определяется по теореме синусов:

$$L = d \cdot \frac{\sin(h+\psi)}{\sin\psi}$$

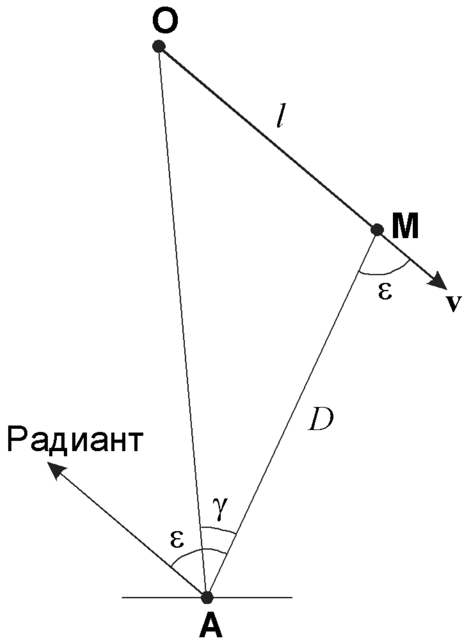
или 76 км. Высота метеора равна

$$H = L\sin h = d \cdot \frac{\sin(h+\psi)\sin h}{\sin\psi},$$

а его расстояние от точки **А**, где сделан снимок:

$$D = \frac{H}{\sin(h+\psi)} = d \cdot \frac{\sin h}{\sin\psi}.$$

Подставляя численные данные, получаем высоту метеора 73 км и его расстояние от точки **А** 75 км. Для определения средней скорости метеора измерим по фотографии его угловую длину γ, она получается равной 33°. При этом изображение метеора состоит из 31 штриха. При наблюдении из пункта **А** трек метеора закончился на расстоянии ε=72° от радианта (на 2° ближе Веги). Длина пути метеора вычисляется по теореме синусов:



$$l = D\frac{\sin\gamma}{\sin(\varepsilon-\gamma)} = 65\,\text{км}.$$

Временной период штриховки, образованный вращением двухлопастного обтюратора со скоростью 15 оборотов в секунду, составляет 1/30 секунды, следовательно, продолжительность полета метеора составляла 1.03 секунды. В итоге, средняя скорость метеора равна 63 км/с.