10 класс

1. Спутать фонарь со звездой можно, если по яркости фонарь не превзойдет самые яркие из звезд. Оценим, на каком расстоянии от наблюдателя фонарь будет выглядеть как звезда 0^m. Для этого сравним его с Солнцем, имеющим звездную величину -26.8^m. Как известно, на площадку площадью 1м^2, перпендикулярную направлению на Солнце за одну секунду попадает 1360 Дж солнечной энергии (эта величина известна как солнечная постоянная, обозначим ее J_0). Количество энергии, попадающей ежесекундно на ту же площадку от фонаря, равно

$$J = J_0 \cdot 10^{-0.4\cdot 26.8} = 2.59\cdot 10^{-8} \text{ Дж/с·м}^2.$$

Примем мощность фонаря P равной 300 Вт. Последние две величины связаны соотношением

$$J = \frac{P}{4\pi R^2},$$

где R – расстояние от фонаря для наблюдателя (поглощением света в атмосфере пренебрегаем). Подставляя численные данные, получаем, что это расстояние равно 30 км. Это больше, чем радиус видимости в обычной равнинной местности. Поэтому все видимые нами уличные фонари на равнине выглядят ярче звезд. Увидеть столь далекий фонарь и спутать его со звездой можно лишь в горах.

2. Долгота точки наблюдения составляет 83° или 5ч32м. Именно настолько полдень в этой точке будет происходить раньше, чем на нулевом меридиане. Пренебрегая уравнением времени, получаем, что полдень в точке наблюдения наступит в 6ч28м по всемирному времени (или времени нулевого меридиана). Однако разница поясного и всемирного времени в данной точке в день летнего солнцестояния составляет 7 часов: 5 часов в соответствии с номером часового пояса плюс 1 час (декретное время) и еще плюс 1 час (летнее время). В итоге, верхняя кульминация Солнца в данной точке будет наблюдаться в 13ч28м.

3. Самолет движется со скоростью v = 800 км/ч относительно точки на экваторе Земли, которая сама движется в ту же сторону за счет осевого вращения Земли. Скорость этого движения определяется формулой

$$v_0 = \frac{2\pi R}{T_0}$$

и составляющей 1674 км/ч. Здесь R – экваториальный радиус Земли (6378.1 км), а T_0 – продолжительность звездных суток (23.933 часа). Полная скорость самолета составляет 2474 км/ч. Двигаясь с такой скоростью, самолет сделает полный оборот вокруг Земли за время

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v+v_0},$$

то есть за 16.22 часа. Здесь h – высота самолета над поверхностью Земли. Чтобы постоянно находиться над самолетом, искусственный спутник должен обращаться вокруг Земли в том же направлении и с тем же периодом T. Радиус орбиты спутника вычисляется из обобщенного III закона Кеплера:

$$r = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{1/3},$$

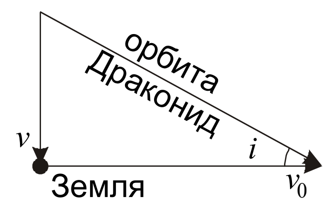
что составляет 32.53 тысячи километров (M – масса Земли). Расстояние между спутником и самолетом будет равно

$$d = r - h - R = 26.14 \text{ тыс. км.}$$

4. Данная в условии задачи скорость Драконид u – это скорость их влета в атмосферу Земли. До сближения с Землей и ускорения в ее поле тяготения скорость метеоров можно определить по закону сохранения энергии:

$$v = \sqrt{u^2 - v_2^2}.$$

Здесь v_2 – вторая космическая скорость для Земли (11.2 км/с). В итоге, геоцентрическая скорость Драконид до сближения с Землей составляет 16.6 км/с и направлена перпендикулярно плоскости орбиты Земли. В свою очередь Земля движется по орбите вокруг Солнца со скоростью v_0, равной 29.8 км/с.



Как видно из рисунка, угол наклона орбиты метеоров равен

$$i = \operatorname{arctg}\frac{v}{v_0} = 29^\circ.$$

5. Пусть в некоторый момент, через время t_0 после старта корабля с Земли отправляется один из импульсов на космический корабль. В системе отсчета, связанной с Землей, этот импульс будет принят на корабле в момент времени

$$t_1 = t_0 + \frac{v \cdot t_0}{c - v} = t_0 \cdot (1 + \frac{v}{c - v}) \approx t_0 \cdot (1 + \frac{v}{c}),$$

где v – скорость корабля, значительно меньшая скорости света. Ответный импульс будет послан через время τ после приема. Расстояние корабля от Земли в это время составит

$$L = v \cdot (t_1 + \tau) = v t_0 (1 + \frac{v}{c}) + v\tau.$$

Ответный импульс будет принят на Земле в момент

$$t_2 = t_1 + \tau + \frac{L}{c} \approx t_0 + 2t_0 \frac{v}{c} + \tau (1 + \frac{v}{c}).$$

Следующий импульс будет отправлен в момент времени $t_0+\Delta t_0$, а принят в момент $t_2+\Delta t_2$. Из последней формулы можно получить

$$\Delta t_2 = \Delta t_0 (1 + \frac{2v}{c}).$$

Подставляя численные значения, получаем, что интервал приема импульсов составит 1020 секунд.

6. По закону Стефана-Больцмана светимость звезды пропорциональна $R^2 T^4$, где R и T – ее радиус и температура. Равенство светимостей при температурах, отличных в два раза, означает, что более холодная звезда имеет радиус, в 4 раза больший, чем у горячей звезды. А при равенстве масс это означает, что плотность более холодной звезды в 64 раза меньше, чем у горячей звезды.