

Решения задач

9 класс

1. Да, может. Южнее параллели 60° ю.ш. созвездие Южного Креста будет проходить точку верхней кульминации высоко над горизонтом к северу от зенита.
2. Долгота точки наблюдения составляет 83° или $5ч32м$. Именно настолько полдень в этой точке будет происходить раньше, чем на нулевом меридиане. Пренебрегая уравнением времени, получаем, что полдень в точке наблюдения наступит в $6ч28м$ по всемирному времени (или времени нулевого меридиана). Однако разница поясного и всемирного времени в данной точке в день летнего солнцестояния составляет 7 часов: 5 часов в соответствии с номером часового пояса плюс 1 час (декретное время) и еще плюс 1 час (летнее время). В итоге, верхняя кульминация Солнца в данной точке будет наблюдаться в $13ч28м$.
3. Самолет движется со скоростью $v = 800$ км/ч относительно точки на экваторе Земли, которая сама движется в ту же сторону за счет осевого вращения Земли. Скорость этого движения определяется формулой

$$v_0 = \frac{2\pi R}{T_0}$$

и составляющей 1674 км/ч. Здесь R – экваториальный радиус Земли (6378.1 км), а T_0 – продолжительность звездных суток (23.933 часа). Полная скорость самолета составляет 2474 км/ч. Двигаясь с такой скоростью, самолет сделает полный оборот вокруг Земли за время

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v+v_0},$$

то есть за 16.22 часа. Здесь h – высота самолета над поверхностью Земли. Чтобы постоянно находиться над самолетом, искусственный спутник должен обращаться вокруг Земли в том же направлении и с тем же периодом T . Радиус орбиты спутника вычисляется из обобщенного III закона Кеплера:

$$r = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{1/3},$$

что составляет 32.53 тысячи километров (M – масса Земли). Расстояние между спутником и самолетом будет равно

$$d = r - h - R = 26.14 \text{ тыс. км.}$$

4. Сразу можно сказать, что планета обращается вокруг Солнца в том же направлении, что и Земля. В противном случае, двигаясь навстречу Земле, она оказывалась бы на луче Солнце – Земля чаще одного года, вне зависимости от того, внутренняя эта планета или внешняя.

Синодический период планеты S , обращающейся вокруг Солнца в том же направлении, что и Земля, равен

$$\frac{1}{S} = \left| \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right|,$$

где T и T_0 – периоды обращения данной планеты и Земли вокруг Солнца. Так как величины S и T_0 равны друг другу, а величина T не может обращаться в бесконечность, мы можем сделать вывод, что выражение под знаком модуля положительно, и период обращения планеты вокруг Солнца T составляет полгода, то есть планета внутренняя. Радиус орбиты планеты a , выраженный в астрономических единицах, вычисляется из периода T в годах по III закону Кеплера:

$$a = T^{2/3} = 0.63 \text{ а.е.}$$

5. Разница в одну звездную величину соответствует отношению яркостей, равному 2.512. Двойная звезда, имеющая блеск 5^m , в 2.512 раза ярче первой из звезд, имеющей блеск 6^m . Следовательно, вторая звезда ярче первой в 1.512 раза.
6. 33-летний цикл календаря Омара Хайяма состоит из 25 годов по 365 дней и 8 годов по 366 дней. Цикл юлианского календаря равен 4 годам, 3 из которых делятся по 365 дней и 1 – 366 дней. Наконец, цикл григорианского календаря составляет 400 лет, из которых 303 года продолжаются по 365 дней и 97 лет делятся по 366 дней. Определим среднюю продолжительность одного года для каждого из этих календарей в сутках:

$$T_1 = \frac{25 \cdot 365 + 8 \cdot 366}{33} = 365.24[24],$$

$$T_2 = \frac{3 \cdot 365 + 1 \cdot 366}{4} = 365.25,$$

$$T_3 = \frac{303 \cdot 365 + 97 \cdot 366}{400} = 365.2425.$$

Истинная продолжительность тропического года составляет 365.24219 суток. Получается, что у всех трех календарей средняя продолжительность года чуть больше, чем требуется, у календаря Омара Хайяма эта разница составляет 0.00023 суток или 20 секунд, у юлианского календаря – 0.00781 суток или 11.25 минут, у григорианского – 0.00031 суток или 27 секунд. Выходит, что календарь Омара Хайяма – самый точный из всех трех, превосходя в точности григорианский календарь в 1.35 раза, а юлианский – в 34 раза.