Две кульминации светила (О.С. Угольников)

Класс: 9 10 Задача: 1

? Некоторое незаходящее светило в своей верхней кульминации в Саранске (широта +54°) располагается в два раза выше, чем в нижней кульминации. Чему равно склонение звезды? Атмосферной рефракцией пренебречь.

***Вопрос только для 10 класса:* На каких других широтах могут наблюдаться светила, отличающиеся данным свойством?**

! Саранск находится в северном полушарии, и незаходящее светило имеет положительное склонение. Его нижняя кульминация происходит на севере, а верхняя может быть как на севере, так и на юге. Высота светила в нижней кульминации равна

$$h_{\text{Н}} = -90° + \varphi + \delta,$$

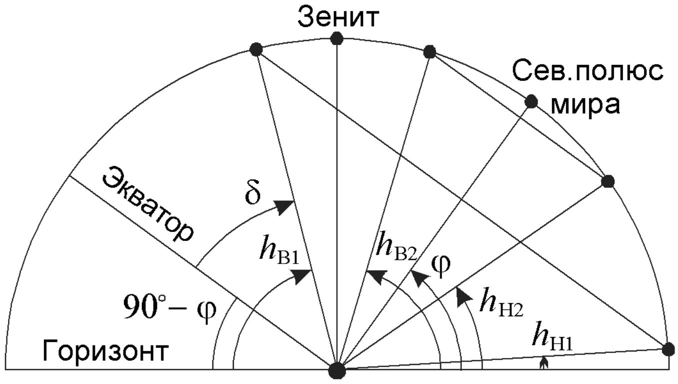
где φ – широта места, δ – склонение звезды. Высота верхней кульминации на юге и на севере составляет

$$h_{\text{В1}} = 90° - \varphi + \delta,$$
$$h_{\text{В2}} = 90° + \varphi - \delta,$$

причем первая формула справедлива для светил, у которых $\delta<\varphi$, вторая – для звезд со склонением $\delta\geq\varphi$. В справедливости этих формул можно убедиться из рисунка. По условию задачи, высота светила в верхней кульминации вдвое больше, чем в нижней. Составим уравнения для широты места для обоих случаев:

$$90° - \varphi + \delta = 2\cdot(-90° + \varphi + \delta), \text{ при условии } \delta<\varphi,$$
$$90° + \varphi - \delta = 2\cdot(-90° + \varphi + \delta), \text{ при условии } \delta\geq\varphi.$$

Решая эти уравнения, получаем:



$$\delta_1 = 270° - 3\varphi, \text{ при условии } \delta_1 < \varphi,$$
$$\delta_2 = 90° - (\varphi/3), \text{ при условии } \delta_2 \geq \varphi.$$

Подставляя значение широты Саранска, в первом случае получаем склонение +108°, что не удовлетворяет соответствующему неравенству и вообще не может быть на небесной сфере. А вот вторая формула дает величину склонения δ, равную +72°, что удовлетворяет нужному неравенству. Верхняя кульминация звезд с таким склонением в Саранске происходит на севере на высоте 72°, нижняя – также на севере, на высоте 36° над горизонтом.

Рассмотрим второй вопрос задачи для северного полушария Земли (в южном полушарии ответ будет аналогичным с той разницей, что величины склонения δ и широты φ отрицательны). Для того, чтобы найти все широты, для которых существует значение δ_1 или δ_2, решим неравенства:

$$\varphi > 270° - 3\varphi,$$
$$\varphi \leq 90° - (\varphi/3).$$

Решением первого неравенства будет $\varphi > 67.5°$, решением второго неравенства $\varphi \leq 67.5°$. Получается, что для любых широт на Земле существует значение склонения звезды, при котором высота верхней кульминации будет вдвое превышать высоту нижней кульминации. Формальное решение существует и для случая экватора ($\delta = \pm 90°$) и полюса ($\delta = 0°$). Аналогичные рассуждения для модуля склонения и широты проводятся для южного полушария Земли.

“Мятеж на Эльсиноре” (Н.И. Перов)

Класс: **9** Задача: **2**

? ***"Южный Крест, разумеется, давно уже виден, по крайней мере, несколько недель. Полярная звезда скрылась за выпуклостью Земли, и Большая Медведица, даже при высшем своем положении, стоит очень низко. Скоро и она скроется, и мы будем подходить к Магелланову проливу".* По этому описанию звёздного неба из произведения Джека Лондона "Мятеж на "Эльсиноре", определите широту парусника и оцените, через сколько суток он достигнет Магелланова пролива.**

! Ковш Большой Медведицы имеет склонение около +55°. Даже в своей верхней кульминации он виден "очень низко". Предположим, что его высота над горизонтом составляет 5°. Тогда широта места, откуда ведутся наблюдения, составляет –30°. Созвездие Южного Креста имеет склонение около –60° и видно южнее параллели +30°.

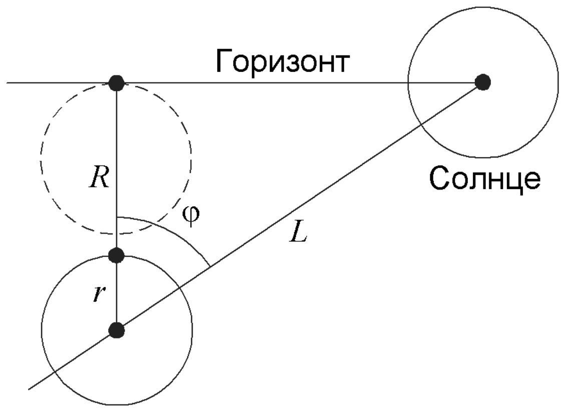
Предположим далее, что парусник движется точно на юг с постоянной скоростью. За несколько недель (положим, за 3 недели) он преодолел 60° вдоль меридиана. До Магелланова пролива, широта которого составляет около –55°, путешественникам остается преодолеть 25° по широте. Для этого им потребуется чуть больше недели.

День весеннего равноденствия (Е.Н. Фадеев)

Класс: **9** Задача: **3**

? Утром 20 марта 2006 года в Москве по радио объявили, что долгота дня составит $12^ч10^м$. Откуда такое несоответствие, ведь 20 марта в день весеннего равноденствия день должен быть равен ночи, и почему оно составляет 10 минут? Солнце пересекло небесный экватор в $18^ч23^м$(UT). Широта Москвы 55°45′, долгота 37°38′.

! Под долготой дня подразумевается промежуток времени от момента, когда верхний край солнечного диска появляется над горизонтом, до момента, когда Солнце целиком исчезает под горизонтом. В тот момент, когда суточная параллель Солнца совпадает с небесным экватором, долгота дня будет превышать 12 часов по двум причинам. Во-первых, Солнце имеет значительные угловые размеры, и когда верхний край появляется над горизонтом, его центр располагается на 16′ ниже. Кроме этого, у горизонта усиливается эффект атмосферной рефракции, поднимающей светила на 35′. В результате, восход и заход Солнца регистрируются в тот момент, когда истинное положение центра дневного светила оказывается на 51′ ниже горизонта. Определим, на какое время это увеличивает продолжительность светлого времени суток.



Из рисунка видно, что с момента видимого восхода верхнего края Солнца до пересечения его центром математического горизонта (без учета рефракции) проходит время

$$t = \frac{L}{\omega} = \frac{(R+r)\cdot T}{2\pi\cos\varphi},$$

где R – величина рефракции, r – угловой радиус Солнца, ω – угловая скорость видимого суточного движения Солнца, T – продолжительность солнечных суток, φ – широта места. Величины R и r в этой формуле выражаются в радианах. Подставляя численные значения, получаем, что величина t составляет 6 минут. Эта величина добавляется к долготе дня как вечером, так и утром. В итоге, продолжительность светлого времени суток в день весеннего равноденствия на широте Москвы составляет 12 часов и 12 минут.

Реальная величина 20 марта 2006 года оказалась на 2 минуты меньше. Причина этого заключается в том, что момент весеннего равноденствия 20 марта пришелся на поздний вечер по московскому времени, и в течение дня склонение Солнца было чуть ниже нуля.

Столкновения с Землей (А.К. Муртазов)

Класс: **9** Задача: **4**

? Каков диапазон скоростей, с которыми с Землей могут столкнуться опасные космические тела, принадлежащие Солнечной системе? Торможением тел в атмосфере Земли пренебречь.

! До возможного столкновения с Землей космическое тело находилось вдали от нашей планеты, вне зоны ее гравитационного влияния. В соответствии с законом сохранения энергии, какой бы низкой (в пределе – нулевой) ни была скорость этого тела относительно Земли до сближения, оно будет падать на нашу планету со скоростью, не меньшей второй космической скорости

$$v_2 = \sqrt{\frac{2Gm}{R}},$$

равной 11.2 км/с. Здесь m и R – масса и радиус Земли. Это есть минимальная скорость столкновения космических тел с Землей. Для нахождения максимальной скорости учтем, что тело Солнечной системы в окрестностях Земли не может двигаться со скоростью, большей параболической скорости

$$v_P = \sqrt{\frac{2GM}{L}},$$

составляющей 42.1 км/с. Здесь M – масса Солнца, L – расстояние от Солнца до Земли. Эта скорость отличается от орбитальной скорости Земли v_E наличием множителя 2 в выражении под квадратным корнем. Максимальная скорость столкновения космического тела с Землей будет достигнута, если они движутся навстречу друг другу. По закону сохранения энергии, скорость падения будет увеличена за счет притяжения Земли и составит

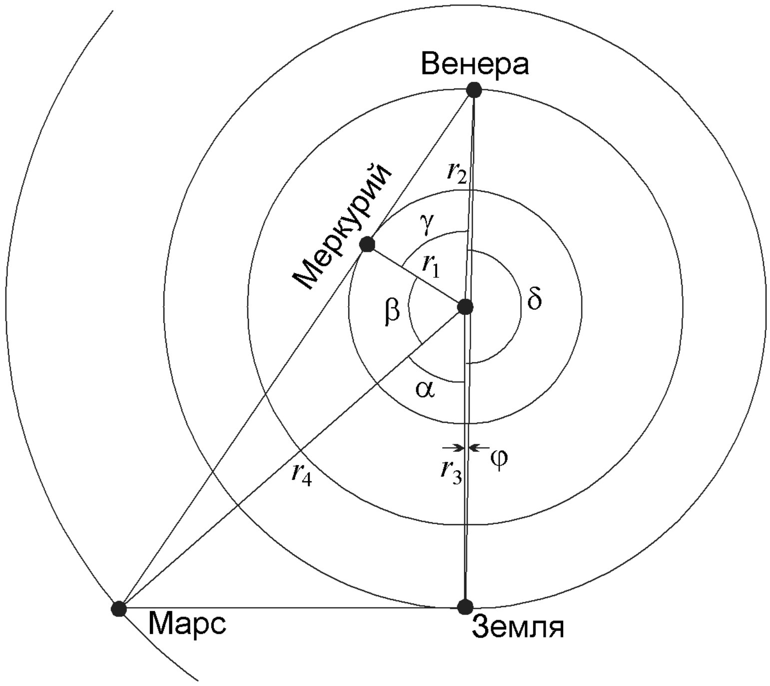
$$v_{MAX} = \sqrt{(v_P + v_E)^2 + v_2^2} = \sqrt{\frac{(3+2\sqrt{2})GM}{L} + \frac{2Gm}{R}} = 72.8 \text{ км/с}.$$

Конфигурации планет (Е.Н. Фадеев)

Класс: 9 Задача: 5

? Для наблюдателя на Земле Марс находится в восточной квадратуре. Для наблюдателя на Марсе Меркурий находится в наибольшей восточной элонгации, а Венера вступает в соединение с Меркурием, находясь дальше него. На каком угловом расстоянии от Солнца находится в этот момент Венера для земного наблюдателя? Можно ли ее наблюдать? Орбиты планет считать круговыми, углом наклона плоскости орбит к эклиптике пренебречь.

! Пусть r_1, r_2, r_3, r_4 – радиусы орбит соответственно Меркурия, Венеры, Земли и Марса, α – угол Марс-Солнце-Земля. Тогда



$$\alpha = \arccos\left(\frac{r_3}{r_4}\right) = 48^\circ.9.$$

Пусть β – угол Марс-Солнце-Меркурий. Тогда

$$\beta = \arccos\left(\frac{r_1}{r_4}\right) = 75^\circ.3.$$

Пусть γ – угол Меркурий-Солнце-Венера. Тогда

$$\gamma = \arccos\left(\frac{r_1}{r_2}\right) = 57^\circ.6.$$

Пусть δ – угол Венера-Солнце-Земля. Тогда

$$\delta = 360^\circ - \alpha - \beta - \gamma = 178^\circ.1.$$

Теперь, из теоремы синусов можно определить угол φ Солнце-Земля-Венера:

$$\frac{r_2}{\sin\varphi} = \frac{r_3}{\sin(180^\circ - \varphi - \delta)},$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{r_2 \sin\delta}{r_3 - r_2 \cos\delta}.$$

Отсюда получаем значение φ, равное 48′. Очевидно, что Венера настолько близка к Солнцу, что ее наблюдения невозможны.

Погоня за Солнцем (О.С. Угольников)

Класс: 9 Задача: 6

? Во сколько раз быстрее нужно бежать по экватору Земли, чем по экватору Луны, чтобы "остановить" видимое движение Солнца по небу?

! Скорость бега по экватору небесного тела, необходимая для "остановки" видимого движения Солнца по небу, составляет

$$v = \frac{2\pi R}{T},$$

где R – радиус небесного тела, T – продолжительность солнечных суток на нем. Для Земли экваториальный радиус составляет 6378 км, а продолжительность солнечных суток – 24 часа. Бежать по экватору нужно в западном направлении со скоростью 1670 км/ч или 464 м/с, что больше скорости звука. На Луне данная задача существенно проще, так как ее радиус составляет 1738 км, а продолжительность солнечных суток равна синодическому месяцу, то есть 29.53 суткам. Требуемая скорость составляет всего 15.4 км/ч, что в 108 раз меньше аналогичной скорости для Земли. С учетом того, что сила тяжести на Луне в 6 раз меньше, чем на Земле, развить такую скорость будущие жители Луны смогут без особых физических усилий.

Солнечное пятно (О.С. Угольников)

Класс: 10 11 Задача: 2

? Найдите пространственный радиус круглого солнечного пятна, которое вызывало бы такое же падение блеска Солнца на Земле, какое наблюдается во время прохождения Венеры по солнечному диску. Температура в солнечном пятне равна 4200 K, оно находится в центре диска Солнца. Потемнением диска Солнца к краю пренебречь.

! Во время прохождения Венеры по диску Солнца угловые радиусы Солнца и Венеры составляют

$$\rho_0 = \frac{R}{L}, \quad \rho_V = \frac{r_V}{L - L_V},$$

где R — радиус Солнца, r_V — радиус Венеры, L_V и L — расстояния от Солнца до Венеры и Земли. Относительное уменьшение яркости Солнца составляет

$$D_V = \frac{-\Delta J_V}{J} = \frac{\pi \rho_V^2}{\pi \rho_0^2} = \frac{r_V^2}{R^2} \cdot \frac{L^2}{(L - L_V)^2}.$$

Пусть в центре диска Солнца появляется пятно радиуса r_S. Его поверхностная яркость не равна нулю и относится к поверхностной яркости Солнца как $(T_S/T)^4$, где T_S и T — температуры солнечного пятна и поверхности Солнца. Примем величину T равной 6000 К. Угловой радиус солнечного пятна будет равен

$$\rho_S = \frac{r_S}{L - R},$$

а относительное уменьшение яркости

$$D_S = \frac{-\Delta J_S}{J} = \frac{\pi \rho_S^2 (T^4 - T_S^4)}{\pi \rho_0^2 T^4} = \frac{r_S^2}{R^2} \frac{L^2}{(L - R)^2} \frac{T^4 - T_S^4}{T^4}.$$

Приравнивая величины D_V и D_S, получаем

$$r_S = r_V \frac{L - R}{L - L_V} \sqrt{\frac{T^4}{T^4 - T_S^4}}.$$

Подставляя численные значения, получаем величину радиуса солнечного пятна: около 25000 км.

Переменная звезда за Солнцем (А.М. Татарников)

Класс: **10** Задача: **3**

? С борта искусственного спутника Земли 19 октября в 12 часов 34 минуты по Всемирному времени наблюдалось начало покрытия Солнцем затменной переменной звезды из созвездия Девы, период которой равен ровно 38 минутам. Переменная в этот момент находилась в минимуме блеска (фаза равна 0). В какой фазе эта переменная будет находиться ровно через полгода? Длительность года считать равной 365 дням 05 часам 49 минутам.

! Половина продолжительности года, как нетрудно посчитать, составляет 262974.5 минут или 6920.38 периодов затменной переменной звезды. Однако, через полгода переменная звезда будет в противостоянии с Солнцем, и Земля окажется на 2 а.е. ближе к этой звезде, чем это было 19 октября. Свет преодолевает расстояние в 2 а.е. за 16.6 минут, и все события, происходящие на переменной звезде, во время ее противостояния будут регистрироваться на Земле на 16.6 минут или на 0.44 периода раньше, чем во время соединения. В итоге, наблюдаемая фаза переменной звезды составит 0.38+0.44 = 0.82.

Взрыв в двойной системе (М.Е. Прохоров)

Класс: **10** Задача: **4**

? **В двойной системе с круговыми орбитами и массами компонент M_1 и M_2 произошла вспышка сверхновой (на звезде 1). Какая доля массы должна быть сброшена при этом взрыве, чтобы система распалась? Считать, что взрыв происходит сферически-симметрично относительно центра взрывающейся звезды, оболочка быстро рассеивается в космическом пространстве.**

! Рассмотрим двойную систему до взрыва в системе отсчета, связанной с центром масс этой системе. Обозначим расстояние между звездами через a. Радиусы окружностей, по которым движутся компоненты, равны

$$r_1 = a \cdot \frac{M_2}{M_1 + M_2}, \quad r_2 = a \cdot \frac{M_1}{M_1 + M_2}.$$

Орбитальный период системы составляет

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{G(M_1 + M_2)}}.$$

Скорости каждой из компонент равны

$$v_1 = \frac{2\pi r_1}{T} = M_2 \sqrt{\frac{G}{a(M_1 + M_2)}}, \quad v_2 = \frac{2\pi r_2}{T} = M_1 \sqrt{\frac{G}{a(M_1 + M_2)}}.$$

Перейдем в систему отсчета, связанную со второй звездой. Хотя эта система и не является инерциальной, в ней остается справедливым III закон Кеплера. Скорость первой звезды в этой системе равна круговой скорости малого тела в поле тяжести большого тела с массой, равной сумме масс звезд:

$$u_0 = v_1 + v_2 = \sqrt{\frac{G(M_1 + M_2)}{a}}.$$

После взрыва сверхновой масса первой звезды уменьшается. Чтобы система распалась, скорость первой звезды относительно второй (которая не меняется вследствие быстрого рассеяния оболочки) должна соответствовать параболической скорости:

$$u_0 = \sqrt{\frac{2G(M_1(1-\eta)+M_2)}{a}}.$$

В итоге, мы получаем, что для распада система должна сбросить половину своей общей массы. Это возможно, если первая звезда до взрыва была тяжелее второй. Доля массы, сброшенная первой звездой, должна быть не меньше

$$\eta = \frac{M_1+M_2}{2M_1}.$$

Затменная система (А.М. Татарников)

Класс: **10** Задача: **5**

? Какую максимальную и минимальную возможную амплитуду изменения блеска затменной системы можно определить с помощью современной фотометрической техники, если система состоит из двух звезд с температурой поверхности 6000 K, одна из которых является гигантом с абсолютной звездной величиной 0^m? Затмения считать центральными, а звезды сферически симметричными. Точность фотометрических измерений в настоящее время составляет 0.005^m. Потемнением дисков звезд к краю пренебречь.

! По закону Стефана-Больцмана, поверхностная яркость звезды определяется только ее температурой. Из этого следует, что поверхностные яркости обеих компонент исследуемой двойной системы одинаковые. Амплитуды изменения блеска при заходе меньшей звезды за большую и при прохождении меньшей звезды перед большей будут одинаковыми и составят

$$\Delta m = -2.5\lg\frac{R^2}{R^2+r^2} = -2.5\lg\frac{10^{-0.4\cdot M}}{10^{-0.4\cdot M}+10^{-0.4\cdot m}},$$

где R и r — радиусы большей и меньшей звезды, M и m — их абсолютные звездные величины (очевидно, что при равных температурах большая звезда будет ярче). Максимальная амплитуда изменений блеска затменной переменной будет достигнута в том случае, если вторая звезда имеет тот же радиус и абсолютную звездную величину, что и первая. Амплитуда составит

$$\Delta m_1 = -2.5\lg(1/2) = 0.753.$$

Исходя из точности существующей фотометрической техники, амплитуда указана с тремя десятичными знаками.

Минимальная амплитуда изменения блеска при центральном затмении будет при максимальном различии радиусов и абсолютных величин звезд. Первая звезда в паре является гигантом с абсолютной звездной величиной 0^m. Рассмотрим два предельных случая. В первом из них вторая компонента является предельно маленькой и слабой. Нам известно, что существуют слабые звезды с эффективной температурой 6000 K – это звезды главной последовательности солнечного типа, с абсолютной звездной величиной около $+5^m$, субкарлики с абсолютной звездной величиной около $+6^m$. Возможно существование еще более слабых белых карликов, остывших в ходе своей эволюции до указанной температуры. С другой стороны, вторая звезда может быть сверхгигантом класса Ia с абсолютной звездной величиной -8^m. Минимальная амплитуда изменений блеска затменной переменной в этом случае составит

$$\Delta m_2 = -2.5\lg\frac{10^{0.4\cdot 8}}{10^{0.4\cdot 8}+10^{0.4\cdot 0}} = 0.0007.$$

Эта величина существенно меньше предела фотометрических измерений. Поэтому существуют такие затменные переменные, изменение блеска которых зарегистрировать нельзя, и минимальная регистрируемая амплитуда, строго говоря, равна нулю.

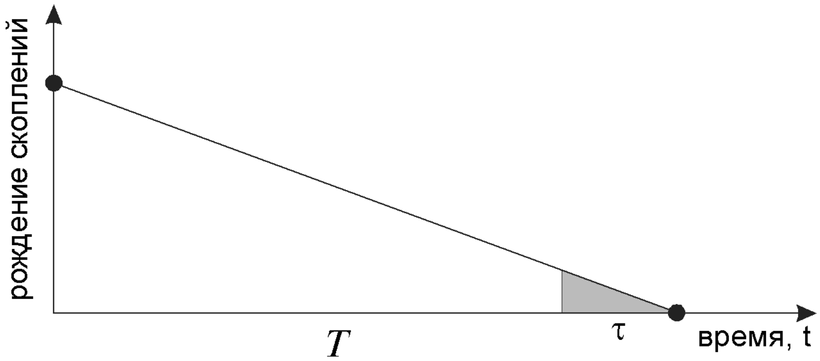
Множество звездных скоплений (А.С. Расторгуев)

Класс: 10 11 Задача: 6

? Известно, что звездные скопления не вечны и разрушаются. Рассеянные звездные скопления "живут" в среднем 500 млн.лет. Темп их образования (выражаемый, например, в числе скоплений, родившихся за млн.лет) был максимален 10 млрд. лет назад, когда сформировался диск Галактики, и с тех пор по линейному закону уменьшился до нуля. В окрестности Солнца радиусом 2.5 кпк в настоящее время известно около 2000 скоплений. Оцените полное число скоплений, образовавшихся в диске Галактики за 10 млрд. лет, а также максимальный темп их образования. Для простоты считайте, что скопления в диске Галактики диаметром 25 кпк распределены приблизительно однородно.

! Площадь окрестностей Солнца в диске Галактики с радиусом 2.5 кпк в 25 раз меньше площади всего диска Галактики с диаметром 25 кпк. Поэтому полное количество рассеянных скоплений, существующих в Галактике в настоящее время, в 25 раз больше их количества в окрестностях Солнца и составляет 50000. Оценим полное число скоплений, образовавшихся в Галактике за 10 миллиардов лет.

Очевидно, все существующие ныне скопления родились на протяжении последних 500 миллионов лет (обозначим эту величину как τ). График числа скоплений, родившихся в "единичном" интервале времени Δt (например, за 1 миллион лет), представляет собой прямую линию,



спадающую от некоторого значения до нуля за период T, равный 10 миллиардов лет.

Легко увидеть аналогию между этой задачей и вычислением пути при равнозамедленном движении. Этот путь равен площади под линейным графиком для скорости. Видно, что полное число скоплений, родившихся за время T, будет в $(T/\tau)^2$ или в 400 раз (это отношение площадей подобных треугольников) больше числа существующих скоплений, то есть всего за 10 миллиардов лет их образовалось около 20 миллионов. Средняя по времени скорость образования скоплений составляла 2000 скоплений за миллион лет. Как видно из графика, скорость образования скоплений в начальную эпоху вдвое превосходит среднее значение и составляет 4000 скоплений за миллион лет.

Можно вычислить число скоплений и скорость их образования и по-другому, опираясь на свойства арифметической прогрессии. Разобьем весь интервал τ на подинтервалы длительностью Δt. Пусть темп образования скоплений 500 млн. лет назад составлял n скоплений за млн.лет. Последовательные значения темпа составляют убывающую до нуля арифметическую прогрессию. Сложим попарно первый член прогрессии с последним, второй с предпоследним и т.д. Легко сообразить, что все попарные суммы (а их всего $\tau/2\Delta t$) одинаковы и равны n. Поэтому полное число скоплений, родившихся за время τ, будет равно

$$N = \frac{n\tau}{2\Delta t}.$$

Отсюда

$$n = \frac{2N\Delta t}{\tau},$$

что составляет 200 скоплений за миллион лет. Из линейного закона получаем величину темпа образования скоплений в начальную эпоху

$$n_0 = n\frac{T}{\tau} = \frac{2NT\Delta t}{\tau^2}$$

или 4000 скоплений за миллион лет. Делая аналогичное разбиение на интервалы Δt, но уже за весь период T, получаем общее число скоплений, образовавшихся в Галактике:

$$N_0 = \frac{n_0 T}{2\Delta t} = \frac{NT^2}{\tau^2} = 2\cdot 10^7.$$

Точка Лагранжа (Е.Н. Фадеев)

Класс: **11** Задача: **1**

? На какое угловое расстояние от центра Луны может удаляться спутник, находящийся в точке Лагранжа системы Земля-Луна (между ними), для земного наблюдателя? Обязательно ли он будет проецироваться на лунный диск? Эксцентриситетом орбиты Луны и атмосферной рефракцией пренебречь.

! Масса Луны достаточно мала по сравнению с массой Земли, и мы можем считать Землю неподвижной, а Луну – обращающейся вокруг Земли на расстоянии L с угловой скоростью

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{L^3}}.$$

Внутренняя точка Лагранжа системы Земля-Луна примечательна тем, что тело малой массы, помещенное в эту точку, может вращаться вокруг Земли по круговой орбите с той же угловой скоростью, что и Луна, оставаясь на линии, соединяющей Землю и Луну. Обозначим расстояние между точкой Лагранжа и Луной через l и запишем уравнение кругового движения этой точки:

$$\omega^2(L-l) = \frac{GM}{(L-l)^2} - \frac{Gm}{l^2}.$$

Здесь m – масса Луны. Так как масса Луны невелика по сравнению с массой Земли, величина l существенно меньше, чем L, и последнее выражение можно записать как

$$\omega^2(L-l) = \frac{GM}{L^2} + \frac{2GMl}{L^3} - \frac{Gm}{l^2}.$$

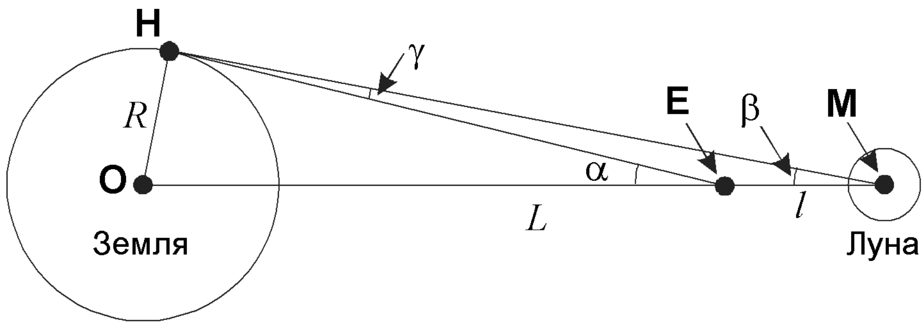
Подставляя в эту формулу выражение для ω в начале решения и сокращая подобные слагаемые, получаем

$$\frac{3GMl}{L^3} = \frac{Gm}{l^2},$$

из чего следует выражение для расстояния l:

$$l = L \cdot \left(\frac{m}{3M}\right)^{1/3}.$$

Это расстояние составляет примерно 61.5 тыс. км. Оно будет видно с Земли под максимальным углом γ из точки **H**, где Луна располагается у горизонта. Угол γ мал, и оба треугольника **OHE** и **OHM** можно считать близкими к прямоугольным. Величина угла γ в радианной мере составляет



$$\gamma = \alpha - \beta = \frac{R}{L-l} - \frac{R}{L} \approx \frac{Rl}{L^2} = \frac{R}{L}\left(\frac{m}{3M}\right)^{1/3}.$$

Значение этого угла равно 9′, что меньше видимого радиуса Луны. Таким образом, спутник, находящийся во внутренней точке Лагранжа системы Земля-Луна, будет всегда проецироваться на диск Луны при наблюдении с Земли.

Две звезды (А.М. Татарников)

Класс: 11 Задача: 3

? 22 августа в Крыму (широта 45°) в 18 часов 37 минут по звездному времени проводятся наблюдения двух звезд — Веги (блеск в полосе V составляет 0^m, $\alpha = 18^h37^m$, $\delta = +38°40'$, спектральный класс A0) и 11 Рыси (блеск в полосе V составляет 6^m, $\alpha = 6^h38^m$, $\delta = +56°51'$, спектральный класс A2). От первой звезды измеренный поток в полосе V составил 250000 квантов/сек, от второй — 500 квантов/сек. Считая атмосферу плоской, определите атмосферное поглощение (в звездных величинах) в направлении зенита в месте наблюдения.

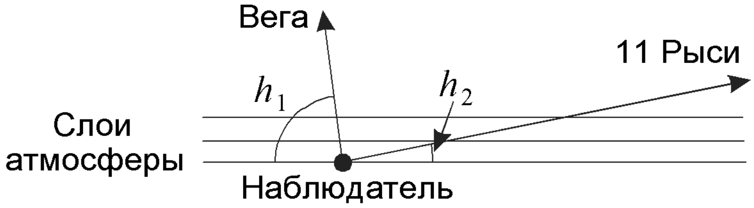
! По координатам звезд мы видим, что первая из них — Вега — в момент наблюдения находилась в верхней кульминации, вторая — 11 Рыси — вблизи нижней кульминации. Зная широту места наблюдения φ и склонения звезд, определим их высоты над горизонтом:

$$h_1 = 90° - \varphi + \delta_1 = 83°40',$$
$$h_2 = -90° + \varphi + \delta_2 = 11°51'.$$

Спектральные классы звезд близки друг к другу. Если бы у Земли не было атмосферы, отношение измеренных потоков в полосе V соответствовало бы разнице в шесть звездных величин и равнялось бы

$$\frac{J_{10}}{J_{20}} = 10^{0.4 \cdot 6} = 251.$$

В действительности, излучение звезд ослабляется земной атмосферой, причем степень этого ослабления зависит от высоты звезды над горизонтом.



Путь от звезды к наблюдателю проходит через разные слои атмосферы с разной плотностью. Однако, в модели плоской атмосферы (которой вполне можно пользоваться для рассматриваемых высот звезд над горизонтом) в каждом из слоев атмосферы высотой H длина пути луча составит $(H/\sin h)$. В итоге, с учетом одинаковых спектральных классов звезд, величина атмосферного поглощения зависит от высоты над горизонтом как

$$m(h) = \frac{m_0}{\sin h},$$

где m_0 – атмосферное поглощение для вертикальных лучей. Отношение измеренных потоков от двух звезд составит

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{J_{10} \cdot 10^{-0.4m(h_1)}}{J_{20} \cdot 10^{-0.4m(h_2)}} = \frac{J_{10}}{J_{20}} \cdot 10^{-0.4m_0\left(\frac{1}{\sin h_1} - \frac{1}{\sin h_2}\right)}.$$

По условию задачи, это отношение равно 500. Из этого получаем выражение для величины атмосферного поглощения в зените:

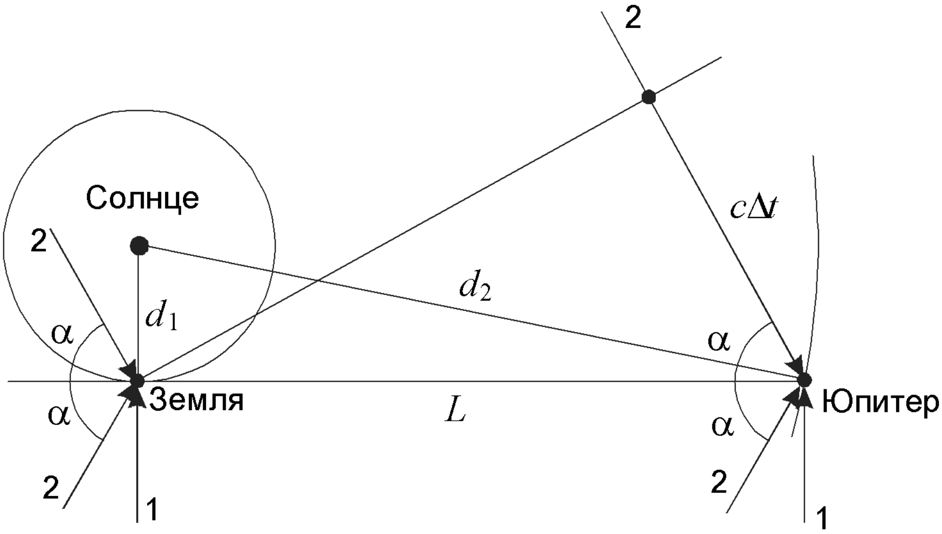
$$m_0 = 2.5\lg\left(\frac{J_1}{J_2} \cdot \frac{J_{20}}{J_{10}}\right) \cdot \frac{\sin h_1 \sin h_2}{\sin h_1 - \sin h_2} = 0.19.$$

Космические гамма-всплески (А.М. Татарников)

Класс: **11** Задача: **4**

? Космическая обсерватория на орбите вокруг Земли зарегистрировала 22 сентября вблизи эклиптики два гамма-всплеска в 16ч00м и в 16ч20м по Всемирному времени. Земные телескопы в тот же день зарегистрировали оптические объекты на месте всплесков. На орбите вокруг Юпитера, находящегося в западной квадратуре, эти же всплески наблюдались гамма-обсерваторией в 16ч00м и 16ч40м по Всемирному времени соответственно. В каких созвездиях наблюдались вспышки?

! Изобразим положение Солнца, Земли и Юпитера в день регистрации гамма-всплесков. Юпитер 22 сентября находится в западной квадратуре, то есть с Земли он виден вблизи точки летнего солнцестояния, на границе созвездий Тельца и Близнецов. Сигнал от первого гамма-всплеска был зарегистрирован вблизи Земли и вблизи Юпитера



одновременно. Источник всплеска находится очень далеко от Солнечной системы, и его лучи можно считать параллельными. Следовательно, направление на источник перпендикулярно линии, соединяющей Землю и Юпитер. При этом известно, что гамма-всплеск наблюдался вблизи эклиптики, то есть, он либо находился за Солнцем (если наблюдать с Земли), либо с противоположной стороны от него. В первом случае его наблюдение гамма-обсерваторией около Земли и, тем более, оптическими инструментами на нашей планете было бы невозможно. Итак, первый всплеск произошел вблизи точки эклиптики, вступающей 22 сентября в противостояние с Солнцем. Эта точка находится в созвездии Рыб.

Чтобы определить положение источника второго гамма-всплеска, найдем сначала расстояние между Землей и Юпитером:

$$L = \sqrt{d_2^2 - d_1^2} = 5.1 \text{ а.е.}$$

Здесь d_1 и d_2 – радиусы орбит Земли и Юпитера. Сигнал от источника приходит к Земле на 20 минут раньше, чем к Юпитеру, обозначим эту величину как Δt. Следовательно, Земля располагается ближе к источнику, чем Юпитер, и направление на источник образует с линией Юпитер-Земля угол

$$\alpha = \arccos\frac{c\Delta t}{L} = 62^\circ.$$

Однако это не характеризует положение источника второго гамма-всплеска в точности. Даже на эклиптике есть две точки, удовлетворяющие данному условию, они располагаются в 62° к западу и к востоку от направления, противоположного Юпитеру, то есть от точки зимнего солнцестояния. Эти точки располагаются в созвездиях Девы и Водолея. Для более точного определения положения гамма-всплеска необходима его регистрация на третьем аппарате, не лежащем на одной прямой с первыми двумя.

Вылет нейтронной звезды (А.С. Расторгуев)

Класс: **11** Задача: **5**

? В центре однородного сферического звездного скопления вспыхнула Сверхновая. В результате несимметричного взрыва образовавшаяся нейтронная звезда получила начальную скорость 20 км/с (относительно центра скопления). Какой будет скорость нейтронной звезды при вылете из скопления, если масса скопления равна 500000 солнечных масс, а радиус – 10 пк? Какова дальнейшая судьба этой нейтронной звезды?

! Пусть R и M – радиус и масса скопления соответственно, v_0 – начальная скорость звезды, μ – масса нейтронной звезды. Очевидно, что звезда по мере ее удаления от центра скопления будет тормозиться силой притяжения и терять кинетическую энергию. Изменение кинетической энергии должно быть равно работе, совершенной силой тяготения, A. Рассчитаем эти величины.

Поскольку скопление сферическое, то в любой его точке на звезду будет действовать сила притяжения, направленная к центру и зависящая только от массы, заключенной в сфере радиуса r. Эта масса равна

$$m(r) = \frac{4\pi\rho r^3}{3} = M\left(\frac{r}{R}\right)^3.$$

Эта масса действует так же, как масса, сосредоточенная в центре. Поэтому сила притяжения к центру будет равна

$$F(r) = \frac{G\,m(r)\mu}{r^2} = \frac{GM\mu\, r}{R^3}.$$

Мы видим, что сила линейно растет с расстоянием от нулевого значения в центре до максимального значения на границе скопления:

$$F_M = \frac{GM\mu}{R^2}.$$

Работа силы притяжения на интервале $0<r<R$ по модулю равна площади под графиком силы $F(r)$, то есть площади прямоугольного треугольника, и отрицательна:

$$A = -\frac{F_M R}{2} = -\frac{GM\mu}{2R}.$$

Тот же результат можно получить, используя свойство суммы арифметической прогрессии. Подставляя это выражение в закон сохранения энергии, получаем:

$$\frac{\mu v_1^2}{2} = \frac{\mu v_0^2}{2} - \frac{GM\mu}{2R}.$$

Исключая массу нейтронной звезды, получаем формулу для скорости нейтронной звезды при вылете из скопления:

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - \frac{GM}{R}}.$$

Значение этой скорости составляет 13.6 км/с. После вылета нейтронной звезды из скопления оно действует как точечная масса. Потенциальная энергия взаимодействия звезды со скоплением в момент вылета составляет

$$E = -\frac{GM\mu}{R}.$$

Подставляя численные данные, мы видим, что по модулю потенциальная энергия более чем вдвое превышает кинетическую энергию звезды в момент вылета из скопления. Следовательно, звезда не сможет улететь за пределы гравитационного влияния скопления, и через некоторое время вернется в него.