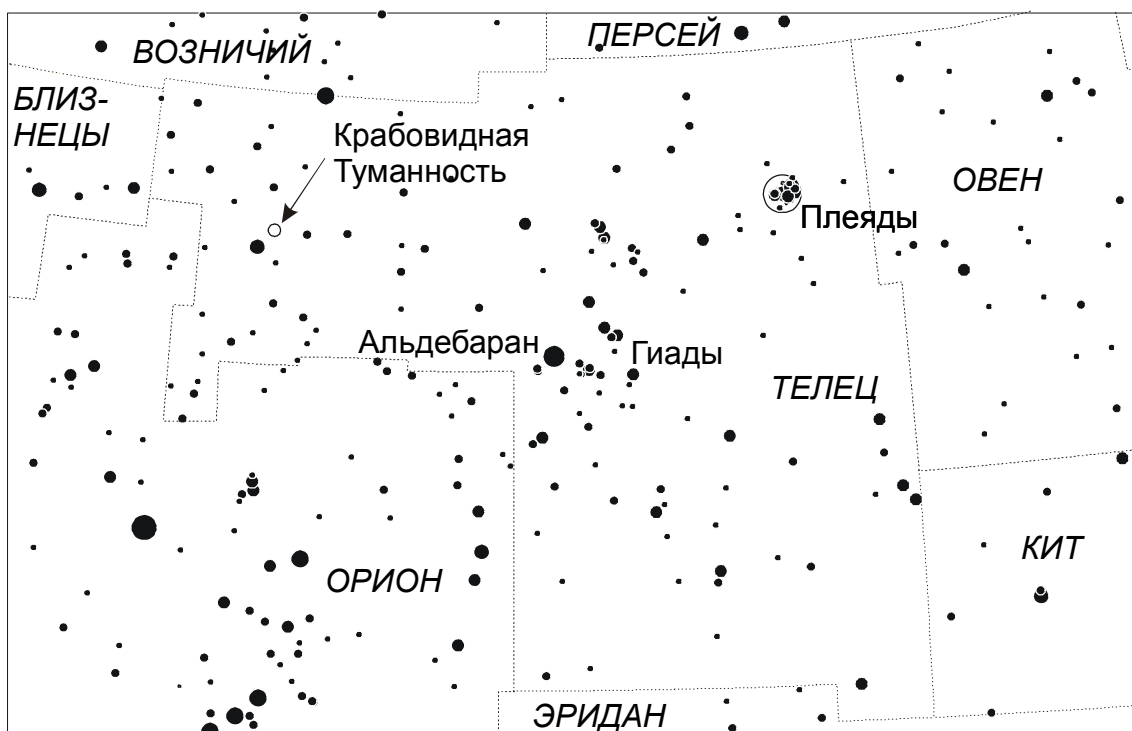


1. На рисунке изображено созвездие Тельца. Самая яркая звезда этого созвездия – красный Альдебаран. Он проецируется на рассеянное звездное скопление Гиады, хотя сам не входит в это скопление. Гиады занимают достаточно большую площадь на небе. Еще одно рассеянное скопление – Плеяды – также находится в созвездии Тельца, к северо-западу от Гиад. Невооруженным глазом в Плеядах видно 6-7 звезд в виде маленького ковшика. Еще один примечательный объект в созвездии Тельца – Крабовидная Туманность – остаток вспышки сверхновой звезды, наблюдавшейся в 1054 году.

Объекты созвездия Тельца и соседние созвездия подписаны на звездной карте. Во время проведения олимпиады (январь-февраль) созвездие Тельца хорошо видно в течение первой половины ночи и некоторого времени после полуночи. Лучше всего его наблюдать вечером, когда оно находится высоко в южной части неба.



2. Склонения двух звезд одинаковы, следовательно, между моментами восходов звезд небесная сфера должна повернуться на  $60^\circ$ , то есть сделать  $1/6$  своего суточного оборота вокруг наблюдателя. Один оборот небесной сферы занимает одни звездные сутки, то есть  $23^{\text{ч}}56^{\text{м}}04^{\text{с}}$ . Шестая часть этой величины составляет  $3^{\text{ч}}59^{\text{м}}20^{\text{с}}$ . В условии задачи не сказано, у какой из звезд прямое восхождение больше. Если прямое восхождение второй звезды меньше, чем у первой, то она взойдет раньше первой звезды на  $3^{\text{ч}}59^{\text{м}}20^{\text{с}}$ , и ее восход придется на  $16^{\text{ч}}36^{\text{м}}52^{\text{с}}$  23 марта. Если же прямое восхождение второй звезды больше, то ее восход произойдет на  $3^{\text{ч}}59^{\text{м}}20^{\text{с}}$  позже восхода первой звезды, то есть  $00^{\text{ч}}35^{\text{м}}32^{\text{с}}$  уже 24 марта. Чтобы найти время восхода этой звезды 23 марта, вычтем из полученного времени одни звездные сутки ( $23^{\text{ч}}56^{\text{м}}04^{\text{с}}$ ). В итоге получим  $00^{\text{ч}}39^{\text{м}}28^{\text{с}}$ .

Окончательный ответ в задаче следующий: восход второй звезды 23 марта мог наблюдаться в  $00^{\text{ч}}39^{\text{м}}28^{\text{с}}$  или в  $16^{\text{ч}}36^{\text{м}}52^{\text{с}}$ .

3. Обозначим световой поток от Солнца через  $J_0$ . Тогда количество энергии, падающее за единицу времени на поверхность квадратного зеркала со стороной  $l$  под углом  $\gamma$ , равно

$$E = J_0 l^2 \sin \gamma.$$

Эта энергия отражается зеркалом и попадает на стену дома. Так как Солнце не является точечным объектом, а имеет угловой радиус  $\rho$ , световое пятно на стене дома будет иметь размер, существенно превышающий размер зеркала и равный

$$S = \pi (L \cdot \rho)^2,$$

где  $L$  – расстояние от зеркала до стены, угловой радиус Солнца выражается в радианах. Количество энергии, падающее на единицу площади стены внутри «солнечного зайчика», составит

$$J = \frac{E}{S} = J_0 \frac{l^2 \sin \gamma}{\pi L^2 \rho^2}.$$

Отношение величин падающей энергии от Солнца и от зеркала связаны друг с другом формулой Погсона:

$$\frac{J}{J_0} = 10^{-0.4(m-M)},$$

где  $m$  – звездная величина зеркала при наблюдении из светового пятна,  $M$  – звездная величина Солнца. Из последних двух уравнений получаем:

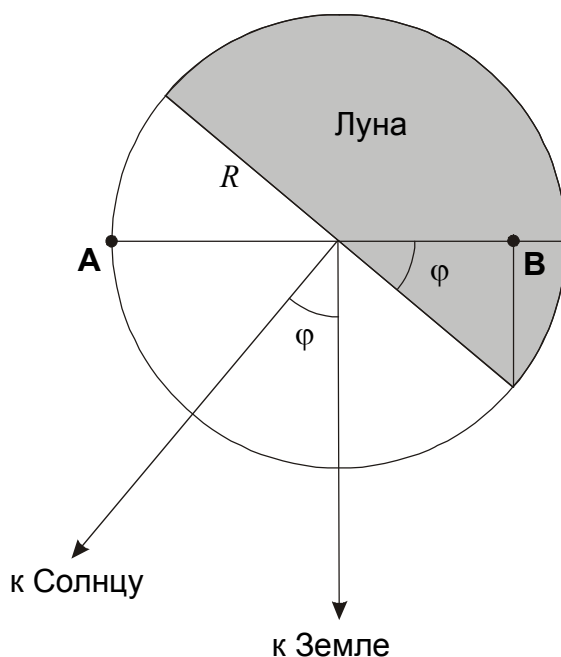
$$l = \sqrt{\frac{\pi}{\sin \gamma}} L \rho \cdot 10^{-0.2(m-M)}.$$

Подставляя численные значения, получаем, что размер зеркальца составляет около 6 см.

4. Во время полнолуния Солнце и Земля оказываются с одной стороны от Луны, и видимое с Земли полушарие полностью освещено, фаза Луны равна единице. По мере движения Луны угловое расстояние между Солнцем и Землей  $\varphi$  постепенно увеличивается. Если считать орбиту Луны круговой, а ее радиус – много меньшим, чем расстояние до Солнца, то угол  $\varphi$  увеличивается со временем  $t$  по линейному закону

$$\varphi = \frac{2\pi(t - t_0)}{T},$$

где  $t_0$  – момент полнолуния, а  $T$  – синодический период Луны, равный 29.53 суток.



Фаза Луны есть освещенная доля видимого диаметра нашего спутника, лежащего в плоскости, содержащей Солнце, Землю и Луну. Как видно из рисунка, фаза есть отношение длины отрезка **AB** к диаметру Луны. Значение фазы составляет

$$F = \frac{R + R \cos \varphi}{2R} = \frac{1 + \cos \varphi}{2}.$$

Из данной формулы и связи фазы со временем получаем величину времени после полнолуния, в которое фаза Луны впервые принимает значение  $F$ :

$$t - t_0 = \frac{\varphi \cdot T}{2\pi} = \frac{\arccos(2F - 1) \cdot T}{2\pi}.$$

Для фазы 0.90 и 0.15 получаем величины времени: 3 и 11 суток.

5. Запишем формулировку обобщенного III закона Кеплера:

$$\frac{a^3}{T^2 M} = \frac{G}{4\pi^2}.$$

Здесь  $a$  – большая полуось орбиты (в случае круговой орбиты – ее радиус),  $T$  – период обращения,  $M$  – суммарная масса планеты и спутника. Так как спутники малые, данная величина равна массе планеты. Линейная скорость орбитального движения спутника по круговой орбите равна

$$v = \frac{2\pi a}{T}.$$

Выражая в этой формуле  $a$  через  $v$  и подставляя в III закон Кеплера, получаем

$$\frac{v^3 T}{2\pi} = GM.$$

По условию задачи, орбитальные скорости спутников одинаковые, а период обращения у первого спутника вдвое больше, чем у второго. Получается, что масса первой планеты вдвое больше массы второй планеты.

6. Во время полного лунного затмения видимая яркость Луны уменьшается в тысячи раз, а цвет нашего спутника приобретает красный оттенок. Объектив телескопа с диаметром 5 см (в 8.3 раза больше зрачка человеческого глаза) собирает в 69 раз больше света, чем глаз. Но при увеличении в 20 крат видимая площадь Луны и ее изображения на сетчатке глаза становится в 400 раз больше, и количество света, падающее на единицу площади сетчатки глаза, оказывается примерно в 6 раз меньшим, чем при наблюдении Луны невооруженным глазом без телескопа.

Для нормального восприятия света различной яркости наши глаза оснащены двумя типами светочувствительных клеток: колбочками и палочками. Колбочки воспринимают яркий свет, различая его цвета. Палочки включаются в ночных условиях (или в темном помещении). Они способны улавливать свет маленькой интенсивности, но не различают его цвет. Поэтому мы способны оценивать цвет ярких звезд 1-2 звездной величины, которые «видят» колбочки, а более слабые звезды кажутся нам белыми.

Яркость потемневшей во время затмения Луны близка к пределу видимости колбочками, замечаящими ее красный цвет. Уменьшения ее поверхностной яркости в 6 раз может оказаться достаточно, чтобы Луна стала неразличимым для колбочек объектом. К ее наблюдению подключаются палочки, но Луна предстанет нашему взору уже не красным, а буро-серым диском. Необходимо отметить, что во время особенно темных лунных затмений красный цвет нашего спутника незаметен и для невооруженного глаза.