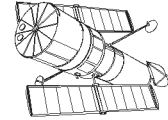


## ПРАКТИЧЕСКИЙ ТУР



### Венера и Плеяды (О.С. Угольников)

Класс:

**9**

Задача:

**1**

**?** На звездной карте (стр. 18) показан видимый путь Венеры среди звезд неподалеку от звездного скопления Плеяды (созвездие Тельца) в течение месяца. Определите, в какой сезон года (с точностью до месяца) могла наблюдаться такая картина. Будет ли это сближение Венеры и Плеяд видно в средней полосе России на темном небе, и если да, то в какое время суток? Возможно ли наблюдать с Земли прохождение Венеры по диску Солнца в данный год, до или после сближения с Плеядами?

**!** Мы видим, что в течение месяца Венера двигалась сначала в прямом направлении (с запада на восток), затем прошла точку стояния и начала двигаться попятно. При этом планета располагалась на небе вблизи звездного скопления Плеяды в северо-западной части созвездия Тельца. Это звездное скопление располагается вблизи эклиптики, проходя соединением с Солнцем в середине мая.

Точку восточного стояния планета Венера проходит чуть меньше, чем за месяц до нижнего соединения, располагаясь примерно в  $30^\circ$  к востоку от Солнца. Так как планета вступила в стояние чуть восточнее Плеяд, можно сделать вывод, что это имело место в апреле. В этом же году случится одно нижнее соединение, оно произойдет в мае, через месяц после восточного стояния планеты. Нижнее соединение застанет Венеру несколько западнее Плеяд, таким образом оно произойдет еще раньше их соединения с Солнцем. Прохождение Венеры по диску Солнца при этом не наступит, так как оно может произойти только в нижнем соединении в июне и декабре.

Звездное скопление Плеяды в апреле в северных широтах хорошо видно по вечерам над северо-западным горизонтом. Яркая Венера, имеющая большое положительное склонение, может наблюдаться по вечерам в течение нескольких часов.

Трек Венеры, показанный на рисунке, соответствует видимому пути планеты с 6 апреля до 5 мая 2084 года.

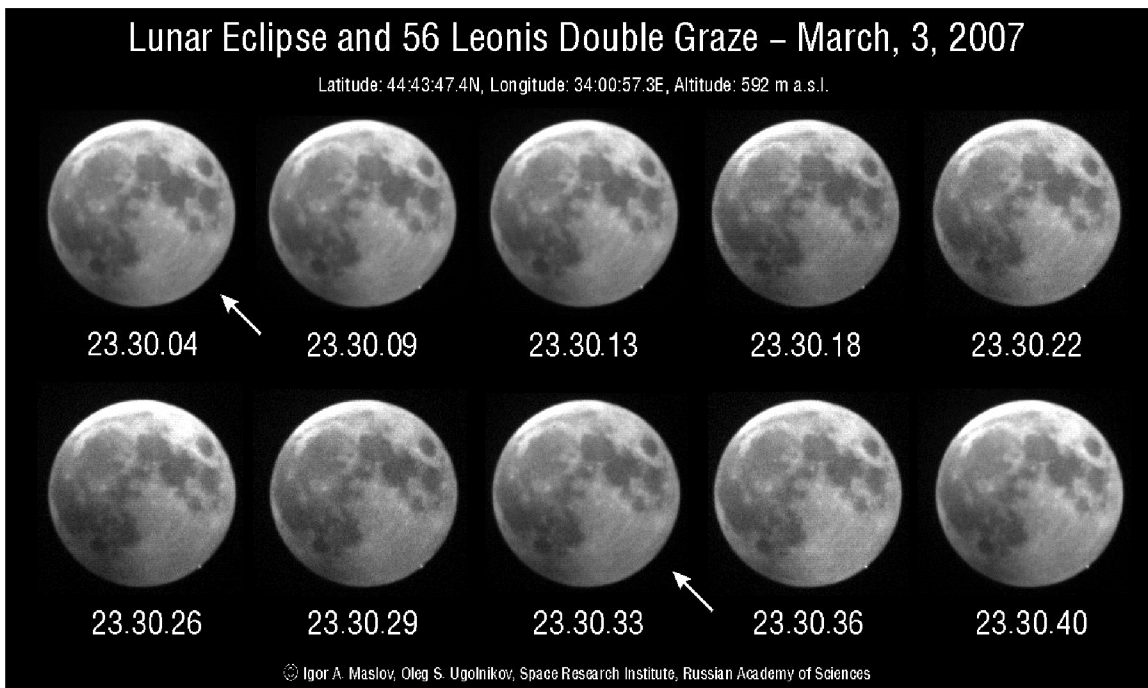


**Лунная гора** (О.С. Угольников)

Класс: **9 10**

Задача: **2**

**?** Вам представлены 10 фотографий Луны во время полного затмения 3-4 марта 2007 года, сделанные в поселке Научный (Крым, 44.7° с.ш., 34° в.д.) с интервалом через несколько секунд друг после друга (моменты по Всемирному времени указаны для каждой фотографии). Первая фотография сделана перед окончанием покрытия Луной звезды 56 Льва, которая вновь исчезла на восьмой фотографии (стрелки на рисунке). Определите минимальную высоту горы на Луне, за которую зашла звезда в момент получения восьмой фотографии.



**!** Луна движется по своей орбите со скоростью  $v_0$ , равной 1 км/с. Эта скорость направлена с запада на восток под углом  $\varepsilon$  ( $23.4^\circ \pm 5.1^\circ$ ) к плоскости небесного экватора. Последний факт следует из того, что затмение происходило в марте, и Луна располагалась на небесной сфере вблизи точки осеннего равноденствия. По координатам пункта наблюдения и времени съемки видно, что Луна в это время находилась недалеко от верхней кульминации. За счет осевого вращения Земли наблюдатель также движется с запада на восток со скоростью

$$u = \frac{2\pi R_0}{T} \cos\varphi,$$

где  $R_0$  – радиус Земли,  $T$  – период ее осевого вращения,  $\varphi$  – широта места наблюдения. Величина скорости  $u$  равна 0.33 км/с. Скорость Луны относительно земного наблюдателя выражается с помощью теоремы косинусов

## Практический тур

$$v^2 = v_0^2 + u^2 - 2v_0u \cos \varepsilon$$

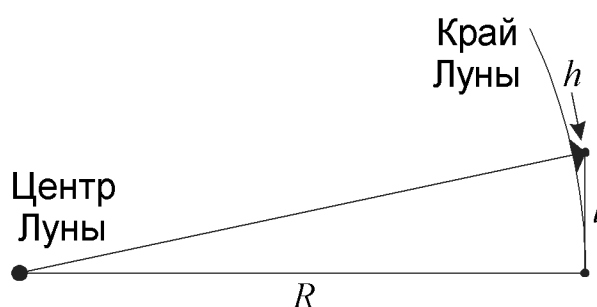
и составляет около 0.7 км/с. Учитывая оценочный характер задачи и не очень большую величину угла  $\varepsilon$ , примерно тот же ответ можно получить из более простых вычислений, считая скорости  $v_0$  и  $u$  сонаправленными:

$$v \approx v_0 - u.$$

По фотографиям видно, что между окончанием "основного" покрытия звезды 56 Льва и ее исчезновением за лунной горой прошло около 30 секунд. За это время Луна сместилась относительно наблюдателя на расстояние  $l$ , равное примерно 20 км. Минимальная высота горы определяется в соответствии с рисунком по следующей формуле:

$$h = \sqrt{R^2 + l^2} - R \approx \frac{l^2}{2R},$$

что составляет примерно 100 метров. Как мы видим, явления "двойного покрытия звезды" могут создаваться даже невысокими горами на поверхности Луны.



### Солнечные часы (О.С. Угольников)

Класс:

9

Задача:

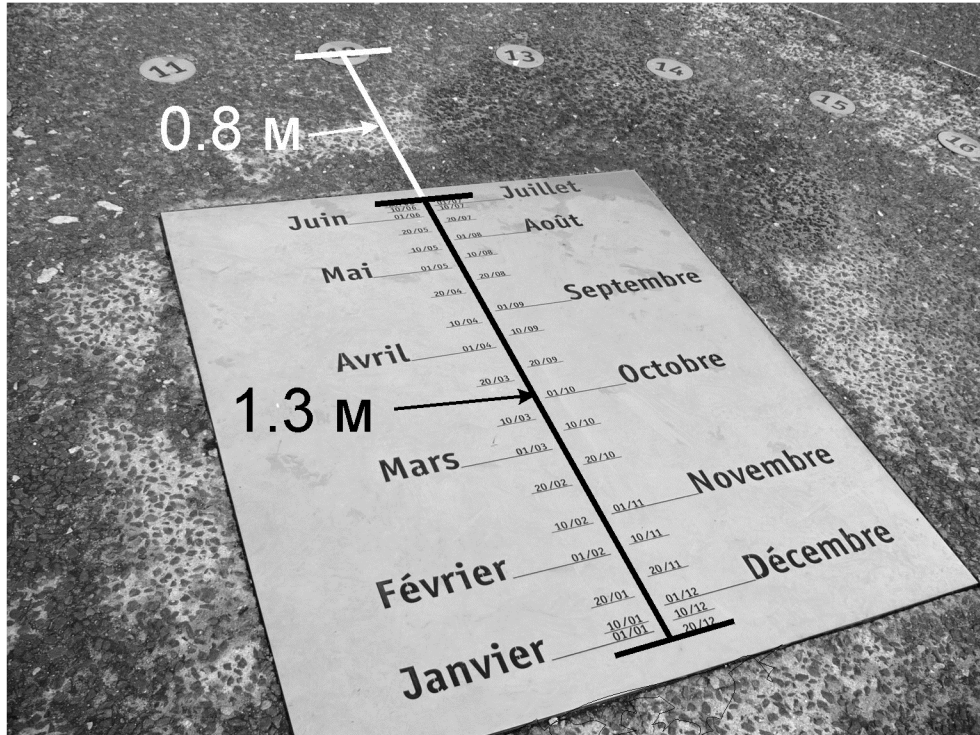
3

**?** На фотографии (стр. 22) представлены горизонтальные солнечные часы. Роль вертикального предмета, отбрасывающего тень, исполняет сам человек, желающий узнать время. Для этого он должен встать на ось часов в положение, соответствующее дате наблюдения. Определите широту места, где установлены эти солнечные часы.

**!** Изображенные на рисунке солнечные часы представляют собой наилучшую модель горизонтальных солнечных часов. Такие часы могут работать на разных широтах во все времена года, они учитывают разность скоростей изменения азимута Солнца в различные сезоны.

На рисунке изображено суточное движение Солнца вблизи местного полудня в дни летнего и зимнего солнцестояния в северных широтах. В оба дня солнцестояний модуль склонения Солнца и угловая скорость его суточного перемещения по небу одинаковая. За равные промежутки времени после местного полудня Солнце сместится в западном направлении на одинаковый угол (это перемещение показано на рисунке стрелками). Однако из-за разности высот Солнца над горизонтом  $h$  его азимут будет изменяться по-разному, летом он будет увеличиваться быстрее. Для моментов времени  $t$  вскоре после местного полудня  $t_0$  астрономический азимут Солнца будет равен

# XV Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

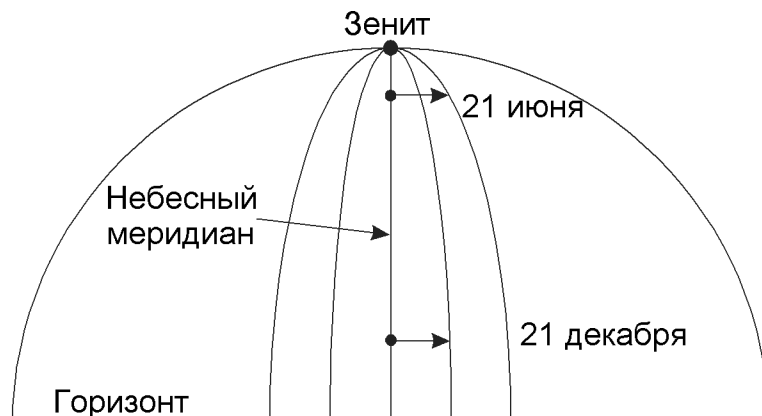


$$A(t) = \frac{\omega (t - t_0)}{\cosh h}$$

Здесь  $\omega$  – угловая скорость перемещения Солнца по небу. Так как скорость изменения азимута 21 июня в северных умеренных широтах достигает максимума, то ось солнечных часов в этот день должна располагаться ближе к циферблату. Именно такую картину мы наблюдаем на фотографии, следовательно, она сделана в северном полушарии. Скорость поворота тени в солнечных часах обратно пропорциональна расстоянию от основания (стоящего человека) до циферблата. Обозначив данные в условии задачи расстояния через  $L_1$  (1.3 м) и  $L_2$  (0.8 м), а высоты Солнца в момент летнего и зимнего солнцестояния через  $h_1$  и  $h_2$ , запишем соотношение:

$$C \equiv \frac{L_1 + L_2}{L_2} = \frac{\cosh h_2}{\cosh h_1} = \frac{\cos(90^\circ - \varphi - \varepsilon)}{\cos(90^\circ - \varphi + \varepsilon)} = \frac{\sin(\varphi + \varepsilon)}{\sin(\varphi - \varepsilon)}$$

Здесь  $\varphi$  – широта места,  $\varepsilon$  – угол наклона экватора к эклиптике. Воспользовавшись формулами для синуса суммы и разности углов, получим:



## Практический тур

$$C = \frac{\sin\varphi \cos\varepsilon + \cos\varphi \sin\varepsilon}{\sin\varphi \cos\varepsilon - \cos\varphi \sin\varepsilon}.$$

Из этого соотношения мы получаем уравнение

$$\sin\varphi \cos\varepsilon (1 - C) + \cos\varphi \sin\varepsilon (1 + C) = 0$$

и далее

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\varepsilon \frac{C+1}{C-1} = \operatorname{tg}\varepsilon \frac{L_1 + 2L_2}{L_1}.$$

Подставляя численные данные, получаем, что широта места составляет  $+44^\circ$ . Солнечные часы, изображенные на фотографии, установлены на выставочном комплексе "Город Космоса" (Cite de l'espace) в городе Тулуза, Франция.



### Падение метеорита на Луну (Е.Н. Фадеев)

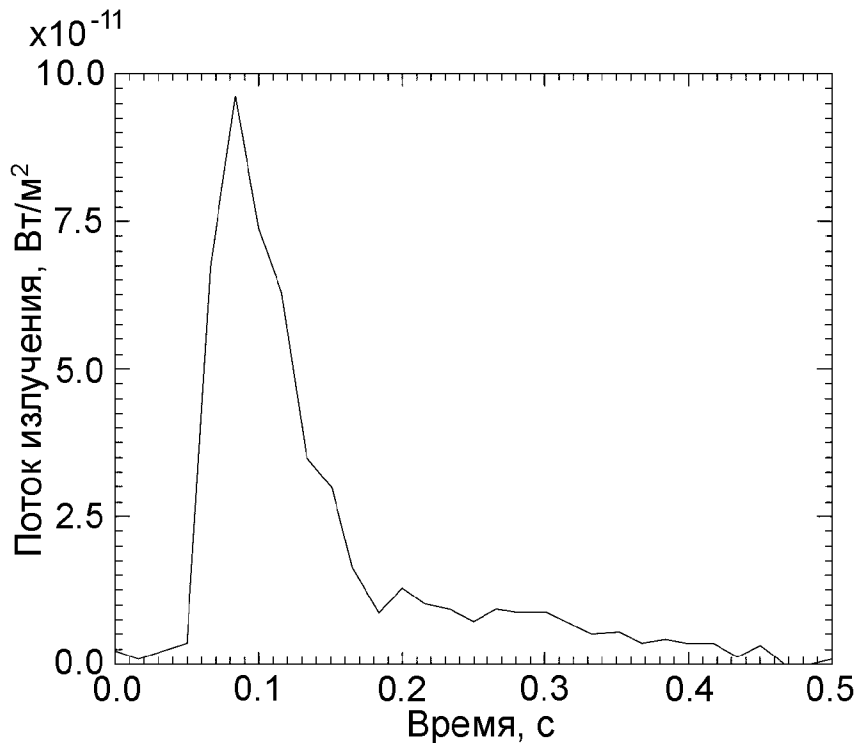
Класс: **10 11**      Задача: **1**

**?** При падении метеорита на поверхность Луны была зафиксирована вспышка. Вам предоставлен график зависимости потока излучения, зафиксированного прибором на поверхности Земли, от времени (стр. 24). Используя этот график, оцените характерный размер метеорита (диапазон, в который попадает этот размер). При расчетах принять, что Луна движется вокруг Земли по круговой орбите, плотность метеорита  $2800 \text{ кг/м}^3$ , при ударе о поверхность Луны в пространство изотропно высвечивается  $0.2\%$  его кинетической энергии.

**!** Форма метеорита неизвестна, но при оценочных расчетах вполне можно принять, что метеорит шарообразный. Тогда при известной плотности размер можно определить, исходя из массы. Массу метеорита можно найти из его кинетической энергии, если при этом известна его скорость. Однако скорость нам неизвестна, мы можем определить лишь диапазон ее известных значений. Минимальная скорость метеорита близка ко второй космической скорости для поверхности Луны. Эта скорость вычисляется из соотношения

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2Gm}{R}}$$

и составляет  $2.4 \text{ км/с}$ . Максимальная скорость будет достигнута, если метеорное тело движется в перигелии по параболической орбите навстречу Земле и Луне в полнолунии. Скорость метеорита относительно Луны складывается из его гелиоцентрической скорости, орбитальной скорости Земли и орбитальной скорости Луны. Для нее справедливо выражение



$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2GM_0}{L}} + \sqrt{\frac{GM_0}{L}} + \sqrt{\frac{GM}{l}}.$$

Здесь  $M_0$  и  $M$  – массы Солнца и Земли,  $L$  и  $l$  – радиусы орбит Земли вокруг Солнца и Луны вокруг Земли. Скорость получается равной 73 км/с. Гравитационное ускорение от Луны перед падением на этой скорости практически не скажется.

Чтобы определить полную энергию падения метеорита, нужно вычислить, какую ее часть принял прибор на Земле. Для этого нужно найти площадь под кривой потока  $F$ . Это можно сделать разными способами, ее значение получается равной  $9.6 \cdot 10^{-12}$  Дж/м<sup>2</sup>. Тогда зарегистрированная величина  $F$  связана с энергией  $E$ , высвеченной в виде излучения, как

$$F = \frac{E}{4\pi l^2}.$$

Эта энергия получается равной  $2 \cdot 10^7$  Дж. Но это лишь 0.2% от полной энергии падения метеорита  $E_0$ , которая составляет  $10^{10}$  Дж. Масса метеорита равна

$$\mu = \frac{2E_0}{v^2},$$

а его радиус

$$a = \sqrt[3]{\frac{3\mu}{4\pi\rho}} = \sqrt[3]{\frac{3E_0}{2\pi\rho v^2}}.$$

Минимальный радиус получается при подстановке максимальной скорости и наоборот. В итоге, радиус метеорита лежит в диапазоне от 7 до 65 см.

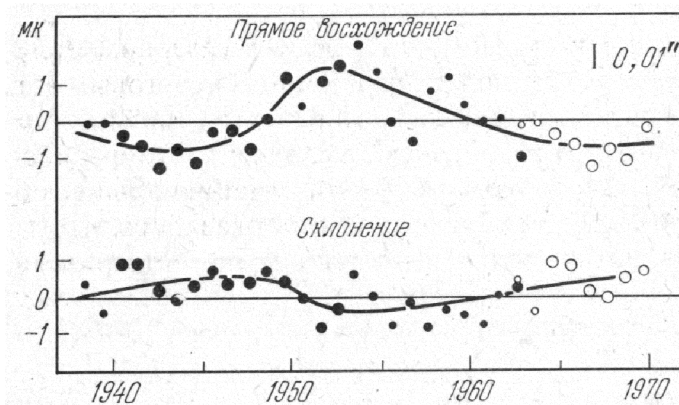


**Звезда Барнарда** (А.М. Татарников)

Класс: **10**

Задача: **3**

**?** На рисунке приведены графики отклонения в собственном движении звезды Барнарда (красный карлик главной последовательности) из книги И.С. Шкловского "Вселенная. Жизнь. Разум". Масштаб графика указан в правом верхнем углу. Оцените по графику массу невидимого спутника звезды, если известно, что расстояние до звезды равно 2 пк, а ее светимость в 1600 раз меньше солнечной.



**!** По графикам видно, что орбитальный период в системе звезды Барнарда и ее спутника составляет 24 года. Определим наибольшие отклонения звезды Барнарда от прямолинейной траектории в ее собственном движении. В 1945 году отклонение составило  $-0.008''$  по прямому восхождению и  $+0.005''$  по склонению. В 1953 году отклонение по прямому восхождению равно  $+0.015''$ , а по склонению  $-0.005''$ . Таким образом, амплитуда отклонения по прямому восхождению составляет  $0.023''$ , а по склонению  $0.010''$ . По теореме Пифагора получаем общую амплитуду отклонений:  $0.025''$ . Будем считать, что под таким углом мы видим большую ось орбиты звезды Барнарда. Зная расстояние до нее (2 пк), мы получаем, что большая полуось орбиты звезды Барнарда  $a_0$  составляет 0.025 а.е.

Звезда Барнарда находится на главной последовательности. Для звезд с массой Солнца и меньше, находящихся на главной последовательности, справедливо соотношение масса-светимость:  $L \sim M^4$ . Из этого можно сделать вывод, что масса звезды Барнарда  $M$  составляет примерно 0.15 от массы Солнца. Будем считать, что масса планеты много меньше массы звезды (впоследствии мы убедимся, что это действительно так). Тогда большая полуось орбиты планеты  $a$ , выраженная в астрономических единицах, может быть найдена из обобщенного III закона Кеплера:

$$a = (T^2 M)^{1/3} = 4.4.$$

Здесь  $T$  — период обращения, выраженный в годах. Звезда Барнарда и планета обращаются вокруг общего центра масс, и большие полуоси их

## XV Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

орбит обратно пропорциональны массам. Таким образом, мы можем оценить массу планеты:

$$m = M \frac{a_0}{a}.$$

Масса получается равной  $9 \cdot 10^{-4}$  массы Солнца или одной массе Юпитера.



### Патруль “космического мусора” (А.М. Татарников)

Класс: **11**

Задача: **2**

**?** На искусственном спутнике Земли работает специальный прибор для определения расстояния до частиц “космического мусора”. Прибор состоит из двух объективов с фокусным расстоянием 10 см и диаметром 2 см, разнесенных на расстояние 1 м (называемое базой) и направленных в одну и ту же область неба. Оба приемника оснащены ПЗС-матрицами, работающими в видимом диапазоне спектра и способными регистрировать изображение при накоплении более 10 фотонов на пиксел. Оцените максимальное расстояние до частиц диаметром 1 см, которое может измерить этот прибор, в зависимости от тангенциальной скорости частиц относительно спутника  $v$ . Размер чувствительного элемента матрицы (пикселя) составляет 5 мкм, сферическое альbedo частицы равно 0.1. Считать, что поток фотонов от звезды 0<sup>m</sup> составляет  $10^{10}/(\text{м}^2 \cdot \text{сек})$ .

**!** Для начала определим линейный размер дифракционного изображения точечного объекта, которое будет строить каждый из объективов в фокальной плоскости:

$$b_D = \frac{1.22 \cdot \lambda}{D} \cdot F.$$

Здесь  $D$  и  $F$  — диаметр и фокусное расстояние объектива,  $\lambda$  — длина волны излучения, составляющая для середины видимого диапазона 5500 А. Мы получаем чуть больше 3 микрон, что меньше размера пикселя ПЗС-матрицы  $b$ . Следовательно, дифракционная картина не будет накладывать ограничений на разрешающую и проникающую способность прибора.

Вычислим далее, на каком расстоянии частица с диаметром  $a$  будет зарегистрирована прибором как точечный объект:

$$l_a = \frac{F \cdot a}{b}.$$

Для сантиметровых частиц это расстояние получается равным всего 200 метрам. Более далекие частицы будут регистрироваться как точечные объекты. Чтобы измерить расстояние до частицы, необходимо заметить ее параллактическое смещение на фоне далеких светил при наблюдении с двух камер. Разрешающая способность одной камеры с ПЗС-матрицей равна



## Практический тур

$$\alpha = \frac{b}{F} = 5 \cdot 10^{-5}$$

или  $10''$ . Параллактическое смещение будет заметно, если база  $B$  будет видна с частицы под углом, не меньшим  $\alpha$ . Рассмотрим наиболее благоприятный случай, когда база перпендикулярна направлению на частицу. Тогда максимальное расстояние, которое можно измерить, составит

$$l_0 = \frac{B}{\alpha} = \frac{B \cdot F}{b},$$

что равно 20 км. Однако мы получили только одно ограничение на расстояние. Нам необходимо проверить, с какого расстояния сантиметровая частица будет заметна на ПЗС-изображениях. Спутник находится вблизи Земли. Звездная величина Солнца с расстояния Земли равна  $-26.8^m$ , и поток фотонов от Солнца равен

$$J_0 = 10^{0.4 \cdot 26.8} \cdot 10^{10} / (\text{м}^2 \cdot \text{сек}) = 5 \cdot 10^{20} / (\text{м}^2 \cdot \text{сек}).$$

Пусть альbedo частицы равно  $A$ , а расстояние до нее —  $l$ . Тогда поток отраженных фотонов, попадающий на объективы камер, равен

$$J = J_0 \frac{\pi a^2}{4} A \frac{1}{4\pi l^2} = \frac{J_0 A a^2}{16l^2}.$$

Определим промежуток времени, в течение которого отраженный свет будет падать на один элемент матрицы. Угловая скорость частицы при наблюдении со спутника равна

$$\omega = \frac{v}{l},$$

а промежуток времени:

$$t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{bl}{Fv}.$$

Количество фотонов, попадающих в камеру с диаметром объектива  $D$  за это время, составит

$$N = J \frac{\pi D^2}{4} t = \frac{J_0 \cdot \pi A a^2 D^2 b}{64 l F v}.$$

Чтобы частица была зафиксирована, число  $N$  должно быть не меньше 10. Расстояние до частицы должно быть

$$l \leq \frac{J_0 \cdot \pi A a^2 D^2 b}{64 N F v} = 500 \text{ м} \cdot \frac{1 \text{ км/с}}{v}.$$

Приравняв эту величину к  $l_0$ , получаем значение скорости  $v_0$ , при которых оба ограничения на расстояние совпадают. Эта скорость равна 25 м/с. Окончательный ответ в задаче следующий: максимальное измеряемое расстояние до частицы "космического мусора" составляет 20 км при ее тангенциальной скорости менее 25 м/с и  $500 \text{ м} \cdot (1/v(\text{км/с}))$  при тангенциальной скорости более 25 м/с.



**Озоновый слой Земли (О.С. Угольников)**

Класс: **11**

Задача: **3**

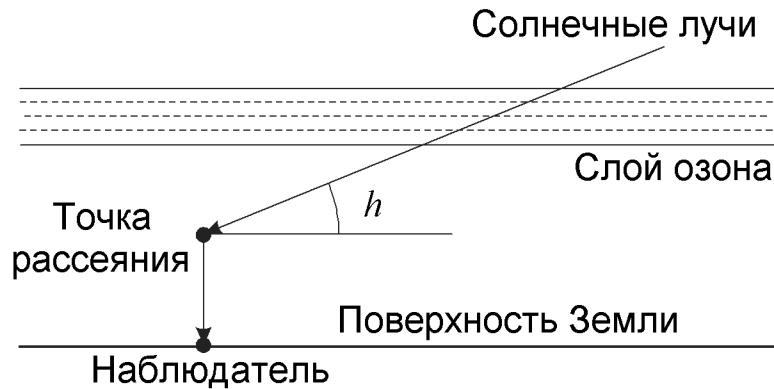
**?** В таблице приведены результаты измерения яркости фона ясного дневного неба в относительных единицах (своих для каждой из длин волн) в зените при разных положениях Солнца над горизонтом для трех длин волн, находящихся на длинноволновом краю полос Хеггинса поглощения атмосферного озона ( $O_3$ ). Считая, что фон дневного неба образуется рассеянием солнечного света в нижних слоях атмосферы (под слоем озона), а свойства рассеяния плавно зависят от длины волны, определите общее содержание озона (ОСО) в столбе атмосферы над наблюдателем. Выразите его как толщину слоя чистого озона при нормальном атмосферном давлении ( $1.014 \cdot 10^5$  Па) и температуре  $0^\circ C$ . Величины сечения (эффективной площади) поглощения одной молекулы озона в каждой из трех длин волн также приведены в таблице.

высота Солнца, градусы	Показания фотометра		
	3100 Å	3500 Å	3900 Å
31.5	487.6	2005.7	1158.1
33.3	567.3	2166.7	1281.6
33.6	576.3	2195.4	1304.2
34.6	629.5	2296.2	1379.6
36.4	712.0	2440.1	1479.9
38.2	801.4	2600.3	1591.4
39.2	862.4	2716.5	1673.5
41.0	953.8	2840.8	1751.2
43.1	1079.9	3048.9	1880.6
44.9	1186.7	3209.4	1969.2
46.1	1260.6	3324.4	2038.0
47.8	1374.2	3480.0	2119.6
49.5	1496.6	3654.4	2226.4
Сечение поглощения молекулы $O_3$ , м <sup>2</sup>	$1.0 \cdot 10^{-23}$	$3.9 \cdot 10^{-26}$	$1.0 \cdot 10^{-26}$

**!** Значения высоты Солнца над горизонтом, при которых производились измерения фона неба, достаточно большие. При таких высотах мы можем использовать простую модель плоской атмосферы. Рассмотрим, как распространяется солнечное излучение, формирующее фон дневного неба, с использованием этой модели.

Пусть Солнце располагается на высоте  $h$  над горизонтом. Его лучи проходят сквозь горизонтальный слой с повышенной концентрацией озона, далее рассеиваются в более низких слоях атмосферы и попадают на измерительный прибор, направленный в зенит. Показания этого прибора составят

## Практический тур



$$J(h, \lambda) = S(\lambda) D(\lambda) e^{-\frac{\tau_O(\lambda)}{\sin h}} e^{-\frac{\tau_A(\lambda)}{\sin h}} F(\lambda, h) e^{-\tau_2(\lambda)}.$$

Здесь  $S(\lambda)$  – солнечный спектр,  $D(\lambda)$  – спектральная зависимость чувствительности прибора,  $\tau_O(\lambda)$  и  $\tau_A(\lambda)$  – вертикальная оптическая толщина атмосферного озона и воздуха по пути до точки рассеяния,  $\tau_2(\lambda)$  – оптическая толщина по пути от точки рассеяния до наблюдателя.  $F(\lambda, h)$  – некоторая функция, связанная с медленным изменением высоты и свойств рассеяния с увеличением высоты Солнца над горизонтом. Запишем эту формулу в логарифмическом виде, объединив все слагаемые, не зависящие от высоты Солнца над горизонтом:

$$\ln J(h, \lambda) = \text{const}_h - \frac{\tau_O(\lambda)}{\sin h} + \ln F(\lambda, h) - \frac{\tau_A(\lambda)}{\sin h}.$$

Из таблицы видно, что в двух длинах волн (3500 и 3900 ангстрем) сечение поглощения молекулы озона крайне мало, оно почти в тысячу раз меньше, чем на длине волны 3100 ангстрем. В то же время на длине волны 3100 А поглощение еще не слишком велико, так как мы регистрируем сигнал от фона неба. Поэтому мы можем пренебречь поглощением на молекулах озона на длинах волн 3500 и 3900 А. Запишем выражение для разности логарифмов яркости неба в зените в этих длинах волн:

$$\Delta \ln J_{23}(h) = \ln J(h, \lambda_2) - \ln J(h, \lambda_3) = \text{const}_h + \ln \frac{F(\lambda_2, h)}{F(\lambda_3, h)} - \frac{\tau_A(\lambda_2) - \tau_A(\lambda_3)}{\sin h}.$$

По условию задачи, величины  $F$  и  $\tau_A$  сравнительно медленно меняются с длиной волны. Как следствие, логарифм отношения яркости на длинах волн 3500 и 3900 ангстрем мало меняется с  $h$ , в чем можно убедиться из данных измерений.

Так как разница длин волн для 1 и 2 спектрального канала совпадает с разницей для 2 и 3 спектрального каналов, то с учетом сказанного выше мы можем считать, что в случае отсутствия озона будет иметь место равенство:

$$\Delta \ln J_{12}(h)|_0 = \text{const}_h + \Delta \ln J_{23}(h).$$

## XV Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

Однако, на длине волны  $\lambda_1$  (3100 ангстрем) наблюдается сильное поглощение атмосферным озоном. В результате, для логарифма отношения яркостей неба на длинах волн 3100 и 3500 ангстрем можно записать соотношение:

$$\Delta \ln J_{12}(h) = \Delta \ln J_{12}(h) \Big|_0 - \frac{\tau_O(\lambda_1)}{\sin h} = \text{const}_h + \Delta \ln J_{23}(h) - \frac{\tau_O(\lambda_1)}{\sin h}.$$

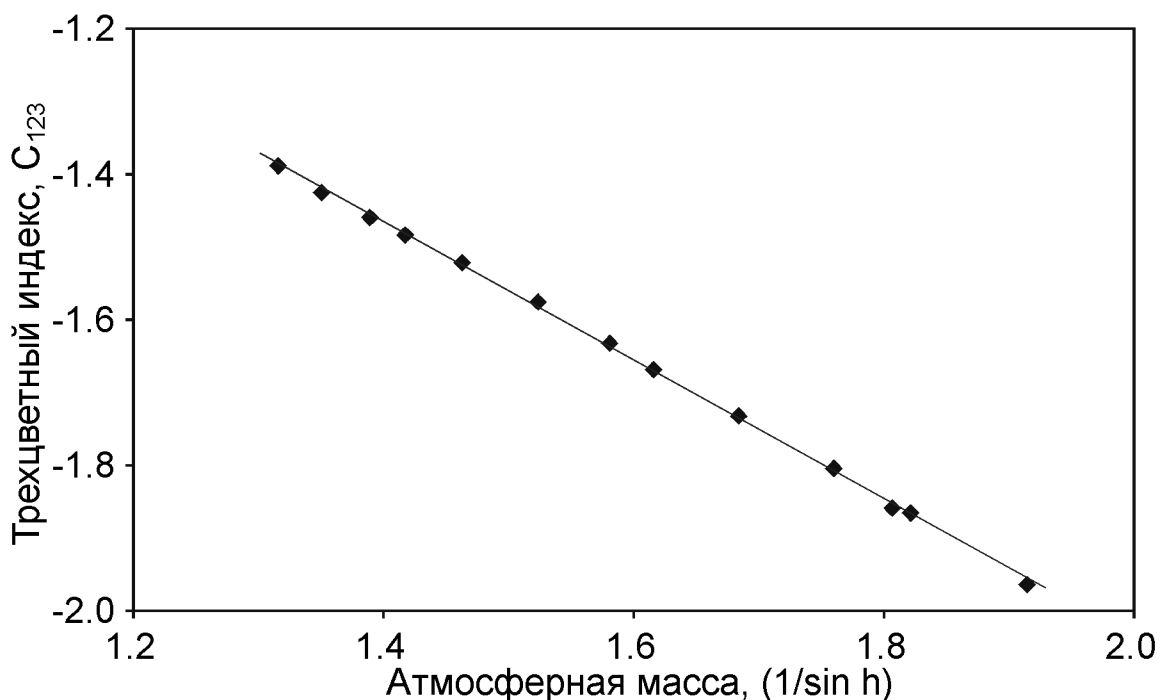
Основываясь на этой формуле, мы можем ввести трехцветный индекс фона неба, для которого будет справедливо равенство:

$$C_{123} = \Delta \ln J_{12}(h) - \Delta \ln J_{23}(h) = \ln \frac{J(\lambda_1, h) \cdot J(\lambda_3, h)}{J^2(\lambda_2, h)} = \text{const}_h - \tau_O(\lambda_1) \frac{1}{\sin h}.$$

Величину  $C_{123}$  можно получить непосредственно для каждого из измерений. Также для каждого измерения нам известна величина  $(1/\sin h)$ , называемая также атмосферной массой. Дальнейшая процедура определения вертикальной оптической толщины для атмосферного озона аналогична методу определения суммарной вертикальной оптической толщины атмосферы по методу Бугера. Отложим данные измерений на диаграмму "трехцветный индекс – атмосферная масса" (см. рисунок).

Мы видим, что экспериментальные точки хорошо ложатся на прямую с отрицательным наклоном, как и предсказывает последняя формула. Из анализа данных (как численного, так и графического) можно получить значение вертикальной оптической толщины озонового слоя для длины волны 3100 ангстрем:

$$\tau_O(\lambda_1) = 0.95.$$



## Практический тур

Предположим, что весь атмосферный озон сосредоточен в тонком приземном слое, состоящем только из этого газа. Очевидно, что его вертикальная оптическая толщина при этом не изменится. Обозначим приземное атмосферное давление через  $p$ , температуру — через  $T$ , толщину слоя — через  $l$ . Концентрация молекул озона в слое составит

$$n = \frac{p}{kT},$$

а вертикальная оптическая толщина

$$\tau_{\text{O}}(\lambda_1) = \sigma_{\text{O}}(\lambda_1)nl = \frac{\sigma_{\text{O}}(\lambda_1)pl}{kT}.$$

Из последних двух формул получаем выражение для эффективной толщины слоя озона:

$$l = \frac{\tau_{\text{O}}(\lambda_1)kT}{\sigma_{\text{O}}(\lambda_1)p}.$$

Подставляя численные значения, получаем 3.5 мм. Это соответствует нормальному содержанию озона в атмосфере для времени и пункта наблюдения (начало лета, центральная полоса России).

*Автор задания выражает благодарность А.А. Соломатниковой (Главная Геофизическая обсерватория им. А.И. Воейкова, Санкт-Петербург) за предоставление экспериментальных данных.*