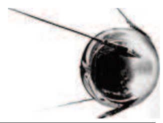
50 лет со дня первого полета человека в космос

1961 — 2011

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

9 класс

9 | 1 КАНУН ЭРЫ КОСМОНАВТИКИ



О.С. Угольников

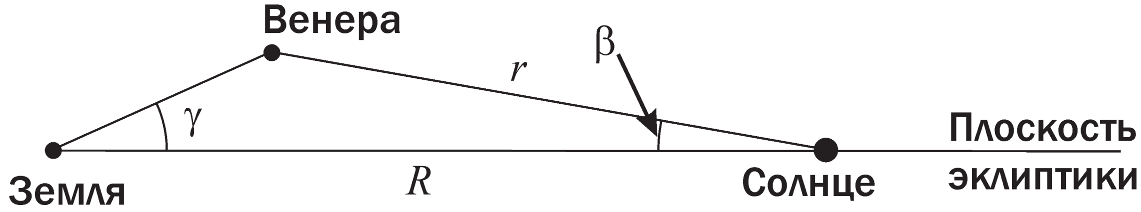
? **В канун дня первого полета человека в космос, 11 апреля 1961 года в $03^{ч}30^{м}$ по Московскому времени планета Венера оказалась в нижнем соединении с Солнцем. В некоторой точке поверхности нашей планеты в этот момент Солнце было видно на горизонте, а Венера располагалась точно над Солнцем. На какой высоте над горизонтом ее можно было увидеть в этот момент? Найдите расстояние (по поверхности Земли) между этой точкой Земли и космодромом Байконур. Координаты космодрома: 45°58′ с.ш., 63°18′ в.д. Гелиоцентрическая эклиптическая широта Венеры была равна +2°48′. Орбиты Венеры и Земли считать круговыми. Рефракцией, угловыми размерами Солнца и уравнением времени пренебречь. Летнее время на территории СССР в 1961 году не вводилось.**

! В момент нижнего соединения Венеры гелиоцентрические долготы Венеры и Земли совпадают. Изобразим положение Солнца, Венеры и Земли в плоскости, перпендикулярной плоскости орбиты Земли (плоскости эклиптики).

Обозначим радиусы орбит Венеры и Земли через r и R соответственно, а гелиоцентрическую эклиптическую широту Венеры – через β. Этот угол невелик, поэтому мы можем достаточно просто вычислить угловое расстояние γ между Солнцем и Венерой при наблюдении с Земли:

$$\sin\gamma = \frac{r}{R-r}\sin\beta.$$

Угол γ получается равным 7.3°. При наблюдении из точки поверхности Земли, описанной в условии задачи, Солнце находилось на горизонте, а Венера – в точности над Солнцем. Следовательно, высота Венеры над горизонтом была равна 7.3°. Этого вполне достаточно, чтобы увидеть Венеру невооруженным глазом



даже в день ее нижнего соединения. Линия Солнце-Венера на небе перпендикулярна линии эклиптики и горизонту, а Солнце находится на эклиптике и одновременно на горизонте. Из этого можно сделать вывод, что эклиптика в этот момент в данной точке Земли совпадает с горизонтом.

В зените должен находиться один из полюсов эклиптики. Очевидно, что это северный полюс эклиптики, так как Венера располагается к северу от Солнца и видна над ним на небе. Склонение северного полюса эклиптики равно +66.6° и совпадает с широтой места наблюдения φ. Итак, описанная в условии картина наблюдалась на Северном полярном круге.

Прямое восхождение Северного полюса эклиптики составляет 18 часов, такое же значение принимает звездное время в пункте наблюдения S. В день весеннего равноденствия (21 марта) звездное время отличается от местного на 12 часов (небольшой поправкой на уравнение времени мы пренебрегаем). Совпадение эклиптики с горизонтом на Северном полярном круге произошло в этот день 6 часов утра по местному времени и далее повторялось через каждые звездные сутки ($23^{ч}56^{м}04^{с}$).

11 апреля отстоит от 21 марта на 21 день. Умножив продолжительность звездных суток на 21, мы получаем 20 дней 22 часа и 37 минут. Следовательно, для даты 11 апреля момент 18 часов по звездному времени S придется на 4 часа 37 минут утра по местному времени T, и в указанной точке Северного полярного круга Солнце будет восходить над горизонтом.

Так как летнее время в 1961 году не вводилось, Московское время отличалось от Всемирного на 3 часа, и Всемирное время UT составляло $0^{ч}30^{м}$. Вычитая Всемирное время из местного, мы получаем долготу места наблюдения:

$$\lambda = T - UT = 4^{ч}07^{м}$$

или 61°45′ восточной долготы. Мы видим, что долготы данного пункта и Байконура отличаются всего на 1.5°, а широты – значительно больше. Поэтому мы можем считать, что оба пункта находятся на одном меридиане и определить расстояние между ними по разности широт:

$$L = 2\pi R_0 \cdot \frac{|\varphi - \varphi_0|}{360^\circ} = 2300 \text{ км.}$$

Здесь R_0 – радиус Земли, φ_0 – широта Байконура.

9 2 КОСМИЧЕСКИЙ ЛОКАТОР

О.С. Угольников

? Лазерный локатор на поверхности Земли посылает короткие импульсы в направлении космического аппарата, расположенного вблизи нашей планеты, ровно через 1 секунду друг после друга. Находящийся рядом с лазером приемник регистрирует отраженные сигналы, разделенные промежутком времени 1.00008 секунды. Является ли аппарат искусственным спутником Земли или это межпланетная станция? Атмосферными эффектами пренебречь.

! Интервалы между импульсами лазера и между моментами регистрации отраженного сигнала не равны друг другу. Это может иметь место в том случае, если космический аппарат имеет некоторую скорость относительно локатора. При этом поперечная скорость, не изменяющая расстояние между аппаратом и локатором, на время регистрации сигнала влиять не будет. Нас будет интересовать радиальная (лучевая) скорость аппарата. Обозначим ее как v и будем считать положительной, если аппарат удаляется от локатора, и отрицательной, если он приближается к локатору. Тогда в течение некоторого интервала времени будет справедливо выражение для расстояния между аппаратом и локатором:

$$S = S_0 + v \cdot t.$$

Здесь S_0 – некоторая постоянная величина. Пусть в момент времени t_1 лазер отправил импульс в сторону аппарата. Расстояние, на котором этот импульс будет регистрироваться в момент времени t, составит

$$S_1 = c\,(t - t_1).$$

Здесь c – скорость света. Обозначим через t' момент прихода импульса к аппарату. Приравняв величины S и S_1, мы получаем уравнение для этой величины:

$$t' = \frac{S_0 + ct_1}{c - v}.$$

Расстояние между локатором и аппаратом в этот момент составит

$$S' = S_0 + v \cdot t' = \frac{S_0 c + vct_1}{c - v}.$$

В этот же момент произойдет отражение сигнала, которому будет предстоять обратный путь длиной S' к приемнику. Отраженный сигнал будет принят в момент

$$\tau_1 = t' + \frac{S'}{c} = \frac{2S_0 + (c + v)t_1}{c - v}.$$

Пусть следующий сигнал посылается в момент t_2, а его отражение принимается в момент τ_2. Выпишем формулу для отношения интервалов регистрации и отправления сигналов:

$$K \equiv \frac{\tau_2 - \tau_1}{t_2 - t_1} = \frac{c + v}{c - v}.$$

По условию задачи, величина K составляет 1.00008. Из нее мы получаем значение лучевой скорости v:

$$v = c\frac{K - 1}{K + 1} \approx \frac{c}{2}(K - 1).$$

Лучевая скорость аппарата получается равной 12 км/с. Это больше величины второй космической скорости у поверхности Земли (11.2 км/с). Полная скорость аппарата будет не меньше лучевой, а при удалении от Земли вторая космическая скорость уменьшается. Учет движения локатора за счет осевого вращения Земли со скоростью не более 0.5 км/с не изменяет ситуации. Аппарат движется со скоростью более второй космической и при этом удаляется от Земли (значение скорости v положительно). Следовательно, он не останется в поле действия Земли и отправится в путешествие по межпланетному пространству.

9 3

ВОКРУГ МАРСА

Е.Н. Фадеев

? Спутник сферической формы движется по круговой орбите вокруг Марса в плоскости его экватора в том же направлении, в котором планета обращается вокруг своей оси. Космонавт, находящийся на поверхности планеты, обнаружил, что спутник в зените на одну звездную величину ярче, чем на горизонте. Условия освещения спутника Солнцем (угол «Солнце-спутник-наблюдатель») были при этом одинаковыми. С какой стороны горизонта – западной или восточной – восходит этот спутник при наблюдении с поверхности Марса? Поглощением света в атмосфере Марса пренебречь.

! При одинаковых условиях освещения Солнцем (одинаковом фазовом угле) разница в видимом блеске спутника возникает вследствие изменения его расстояния от наблюдателя. Когда аппарат находится над горизонтом, он дальше, чем при наблюдении в зените. По условию задачи, разница блеска равна 1^m, и отношение освещенностей, создаваемых спутником, K, равно 2.512:

$$\frac{E_z}{E_h} = \frac{H^2}{h^2} = K = 2.512,$$

где h – высота орбиты спутника, H – расстояние до спутника, когда он находится на горизонте. Эти величины легко выразить через радиус орбиты спутника r и радиус Марса R:

$$h = r - R;$$
$$H^2 = r^2 - R^2.$$

Тогда

$$\frac{(r-R)\,(r+R)}{(r-R)^2} = \frac{r+R}{r-R} = K; \qquad r = R\cdot\frac{K+1}{K-1} \approx 7890\,\text{км}.$$

Спутник обращается вокруг Марса в том же направлении, в котором Марс обращается вокруг своей оси. Чтобы ответить на вопрос задачи, нужно сравнить период обращения спутника с периодом осевого вращения Марса. Орбитальный период спутника определяется из III закона Кеплера:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}.$$

Здесь M – масса Марса. Период получается равным около 6 часов, что значительно меньше марсианских звездных суток (около 25 часов). В итоге, спутник, двигаясь по орбите с запада на восток, будет обгонять осевое вращение планеты и при наблюдении с поверхности восходить в западной части горизонта и заходить с восточной стороны.

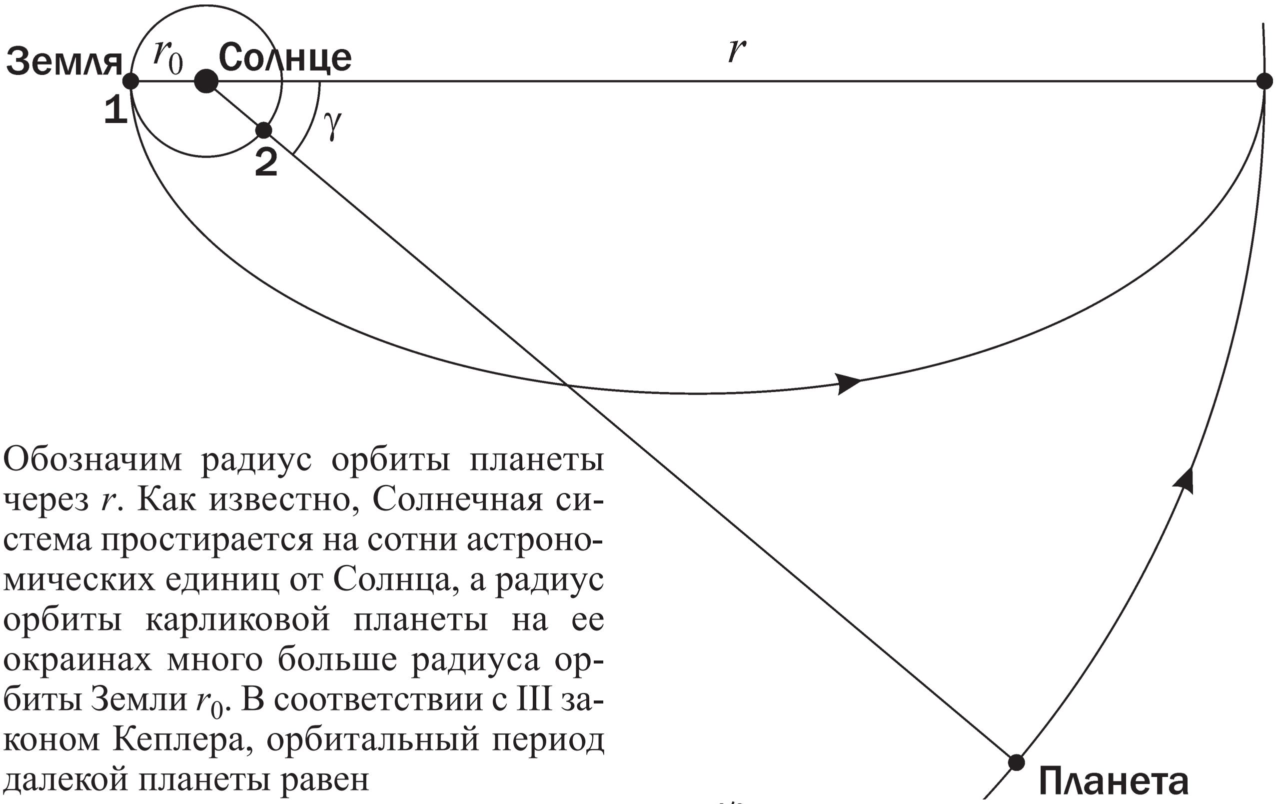
К данному выводу можно прийти даже без вычисления орбитального периода. Достаточно вспомнить, что спутник Марса Фобос обращается вокруг планеты по орбите с большим радиусом (9380 км) и восходит над западным горизонтом. Можно также вычислить радиус стационарной орбиты для Марса, который примерно вдвое меньше аналогичной высоты для Земли, но существенно больше радиуса орбиты спутника, рассматриваемого в задаче.

9 4 СТАРТ В ДАЛЬНИЙ ПУТЬ

О.С. Угольников

? Дальняя межпланетная станция стартует с Земли 1 января, чтобы потом без последующих коррекций орбиты по энергетически выгодной траектории достигнуть далекой карликовой планеты, обращающейся вокруг Солнца на окраинах Солнечной системы. В какой день начавшегося года эта планета вступит в противостояние с Солнцем? Орбита планеты круговая, она лежит в плоскости эклиптики, планета обращается по ней в том же направлении, что и Земля по своей орбите. Орбиту Земли также считать круговой.

! В случае круговых орбит Земли и планеты энергетически выгодная траектория перелета без коррекций представляет собой половину эллипса, касающегося орбиты Земли в перигелии и орбиты планеты – в афелии. Этот эллипс, как и орбиты обеих планет, также лежит в плоскости эклиптики.



Обозначим радиус орбиты планеты через r. Как известно, Солнечная система простирается на сотни астрономических единиц от Солнца, а радиус орбиты карликовой планеты на ее окраинах много больше радиуса орбиты Земли r_0. В соответствии с III законом Кеплера, орбитальный период далекой планеты равен

$$T = T_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^{3/2},$$

где T_0 – орбитальный период Земли. Большая полуось орбиты межпланетной станции составит

$$a = \frac{r + r_0}{2} \approx \frac{r}{2}.$$

Время перелета станции от Земли к планете t есть половина орбитального периода этой станции:

$$t = \frac{1}{2} T_0 \cdot \left(\frac{r}{2r_0}\right)^{3/2} = T \cdot \frac{1}{4\sqrt{2}}.$$

За это время сама планета сместится по своей орбите на угол

$$\gamma = 360^\circ \cdot \frac{t}{T} = 63.6^\circ.$$

Это перемещение будет происходить в ту же сторону, что и движение Земли по орбите (на рисунке – против часовой стрелки). В момент запуска Земля находилась в положении 1 на рисунке, с другой стороны от Солнца относительно точки, где станция прибудет на далекую планету. Ближайшее противостояние планеты наступит, когда Земля окажется в положении 2. Это произойдет менее чем через полгода, и смещением планеты по орбите за это время можно пренебречь, так как оно будет значительно меньше 1° (перемещение Земли за 1 день). Чтобы перейти из положения 1 в положение 2, Земле нужно пройти по орбите дугу в $180^\circ - \gamma$, то есть в 116.4°. Время, которое на это потребуется, составляет

$$\tau = T_0 \frac{180^\circ - \gamma}{360^\circ}.$$

Этот интервал равен 118 дням. Старт межпланетной станции произошел 1 января, а ближайшее противостояние далекой планеты наступит 28 или 29 апреля, в зависимости от того, является ли данный год високосным или нет.

9 5 ЛУНОХОД – СПАСАТЕЛЬ

Н.Ю. Подорванюк, О.С. Угольников

? Космический аппарат потерпел аварию при посадке на Луну. Известно, что он прилунился на самом краю кратера у центра видимого полушария Луны. Этот кратер с трудом различим с Земли в телескоп при увеличении 30 крат. Какое время могло бы потребоваться советскому луноходу “Луноход-1”, чтобы обследовать границы кратера и найти пострадавший аппарат? “Луноход-1” работал на солнечных батареях, двигался только при освещении Солнцем и преодолевал не более 2 км за один лунный световой день.

! Кратер располагается около центра видимого полушария Луны и обращен «плашмя» по отношению к земным наблюдателям. В этом случае его диаметр составляет

$$D = L \cdot d,$$

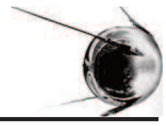
где d – угловой диаметр кратера при наблюдении с Земли (в радианах), а L – расстояние от Земли до Луны. Будем считать, что кратер можно было бы разглядеть невооруженным глазом, если его угловой диаметр был бы не меньше $2'$ или 0.0006 радиан (обозначим эту величину как d_0). Если увеличение телескопа M не слишком велико, то в него можно рассмотреть кратеры с угловым диаметром d_0/M. В итоге, мы получаем выражение для диаметра кратера:

$$D = \frac{L d_0}{M}.$$

Эта величина составляет 7.5 км. Окружность кратера S равна πD или 24 км. В зависимости от взаимного расположения пострадавшего аппарата и лунохода в начале поиска, луноходу придется пройти расстояние от нуля до всей длины окружности S. Чтобы обойти ее, «Луноходу-1» потребовалось бы 12 лунных дней. При этом ему пришлось бы находиться в покое как минимум 11 лунных ночей. Весь поиск занял бы 11.5 лунных синодических месяцев (по 29.53 дня), то есть 340 дней – почти целый год. Это максимальная продолжительность поиска, она могла бы быть и меньше (в пределе – равной нулю). Интересно, что примерно столько (на один лунный день меньше) «Луноход-1» в действительности проработал на поверхности Луны.

9 6 КОСМИЧЕСКАЯ ЛЕТОПИСЬ

Е.Н. Фадеев



? Найдите все фактические ошибки в приведенном тексте. Объясните, в чем заключается каждая ошибка, и, по возможности, исправьте ее.

Пятьдесят лет назад произошел первый в истории пилотируемый космический полет. На рассвете 12 апреля 1961 г., в 9:07 московского времени, советский космический корабль «Восток-1» стартовал с космодрома «Байконур», унося в космос первого космонавта – Ю.А. Гагарина. Совершив три витка вокруг Земли, корабль благополучно приземлился через 1 час 48 минут после старта.

Полеты в космос принесли человечеству множество новых знаний об окружающем мире. Стали доступными наблюдения во всех диапазонах электромагнитных волн, тогда как с поверхности Земли можно работать только в оптической области спектра. Космические телескопы позволяют сфотографировать звезды в триллион раз более слабые, чем можно увидеть невооруженным глазом. Более того, стало возможным не только пассивное, наблюдательное исследование небесных тел, но и полет к некоторым из них. Большой вклад в исследование Солнечной системы, особенно Луны и Венеры, внесли советские ученые. Именно советские станции впервые совершили мягкие посадки на поверхность трех ближайших к нам больших тел – Луны, Венеры и Марса.

Первой целью для космических аппаратов стала Луна. Множество зондов исследовало её с орбиты. Благодаря аппаратам серии «Лунар орбитер» мы впервые смогли увидеть обратную сторону нашего спутника. На поверхности Луны побывали астронавты и луноходы, а лунный грунт исследовался в земных лабораториях. Удалось подтвердить гипотезу о том, что большая часть лунной поверхности покрыта метровым слоем пыли.

Космические аппараты посетили окрестности всех больших планет. Спускаемые аппараты определили состав атмосферы Венеры и обнаружили экстремальные условия на ее поверхности. Детальные исследования атмосферы производились с помощью аэростатных зондов. С помощью радарных наблюдений была построена подробная карта поверхности планеты. По отклонениям от предсказанной траектории движения спутников была уточнена её масса, из-

вестная до этого со значительно меньшей точностью, чем у большинства других планет.

Не менее успешными были исследования Марса. Спутниками «красной планеты» была составлена точная карта рельефа, открыты марсианские «пирамиды» и «сфинкс», которые при дальнейших исследованиях оказались лишь игрой света и тени. На Марсе обнаружен самый большой в Солнечной системе действующий вулкан высотой более 21 км. С помощью посадочных аппаратов и марсоходов получено множество данных по геологии и климату планеты. Были добыты свидетельства существования в прошлом на Марсе жидкой воды, а водяной лед найден не только в полярных шапках, но и в подповерхностном слое грунта.

В результате первых пролетных миссий к планетам-гигантам у всех этих планет были обнаружены радиационные пояса. В атмосфере Юпитера и Сатурна были зафиксированы вспышки молний. Выяснилось, что все планеты-гиганты обладают кольцами. Число известных спутников планет многократно возросло. Обогатились наши знания о галилеевых спутниках Юпитера: на Ио был открыт активный вулканизм; оказалось, что поверхность Европы представляет собой холодный океан, а плотная атмосфера Титана, по всей видимости, скрывает озера жидких углеводородов.

Отправлен космический аппарат для исследования самой дальней большой планеты – Плутона. Несколько аппаратов продолжают передавать данные из столь отдаленных областей Солнечной системы, где даже контуры созвездий сильно отличны от земных.

Космические аппараты приблизились и к малым телам Солнечной системы. Ряд астероидов удалось сфотографировать, а на некоторые даже осуществлена посадка и забор грунта. Кометы тоже не остались без внимания. Для их исследования пришлось разработать специальные материалы для космических кораблей, способные выдерживать громадную температуру частиц в ярких кометных хвостах.

Не за горами новые эксперименты. Исследование космического пространства продолжается!

! Ниже приводится список всех ошибок и неточностей в тексте.

1. *“На рассвете 12 апреля 1961 г., в 9:07 московского времени...”*

Байконур находится восточнее и южнее Москвы. Значит, местное время там на несколько часов опережает московское, т.е. события происходили около полудня. В это время года Солнце находится севернее небесного экватора и в полдень кульминирует на большой высоте на юге. Момент запуска корабля не мог приходиться на рассвет.

2. *“... совершив три витка вокруг Земли.”*

За указанное время полета «Восток-1» не мог совершить три витка, в чем можно убедиться, рассчитав минимальный период обращения спутника (по орбите с нулевой высотой).

3. *“...тогда как с поверхности Земли можно работать только в оптической области спектра...”*
С поверхности Земли успешно наблюдают в радиодиапазоне и отдельных полосах инфракрасного диапазона.

4. *“Космические телескопы позволяют сфотографировать звезды в триллион раз более слабые, чем можно увидеть невооруженным глазом.”*
Уменьшение яркости объекта в триллион раз соответствует его ослаблению на 30 звездных величин. Если с поверхности Земли глазом можно рассмотреть объекты, чей блеск не меньше $6\text{-}7^m$, то космический телескоп должен регистрировать объекты примерно до $36\text{-}37^m$. Такая проницающая способность на данном этапе развития техники не достигнута.

5. *“Благодаря аппаратам серии «Лунар орбитер» мы впервые смогли увидеть обратную сторону нашего спутника.”*
Первые фотографии обратной стороны Луны были получены советской станцией «Луна-3».

6. *“Удалось подтвердить гипотезу о том, что большая часть лунной поверхности покрыта метровым слоем пыли.”*
Дискуссия о лунной пыли развернулась в конце 50-х годов, но уже после первых полетов к Луне ученые пришли к мнению, что слой пыли должен быть весьма небольшим. Успешные прилунения космических аппаратов окончательно опровергли гипотезу пылевого слоя.

7. *“На Марсе обнаружен самый большой в Солнечной системе действующий вулкан...”*
В современную эпоху на Марсе отсутствует вулканизм, можно наблюдать лишь потухшие вулканы.

8. *“...оказалось, что поверхность Европы представляет собой холодный океан.”*
Жидкая вода не может существовать на поверхности Европы, так как Европа находятся далеко от Солнца, и её поверхность очень холодная. Даже на Марсе, который почти в три раза ближе к Солнцу, температура редко поднимается выше 0°С, а на полюсах вымерзает даже углекислый газ CO_2.

9. *“Галилеевых спутниках Юпитера: ...Титана.”*
Титан – спутник Сатурна, а не Юпитера.

10. *“...большой планеты – Плутона.”*
Согласно решению МАС от 2006 года, Плутон – карликовая планета.

11. *“...контуры созвездий сильно отличаются от земных.”*
Расстояния в Солнечной системе слишком малы по сравнению с межзвездными. Контуры созвездий при наблюдении из окрестностей Плутона такие же, как и на Земле.

12. *“...выдерживать громадную температуру частиц в ярких кометных хвостах.”*

Плотность и температура частиц в кометных хвостах не столь велики, чтобы заметно изменить температуру корабля.

10 класс

10 1 КАНУН ЭРЫ КОСМОНАВТИКИ

О.С. Угольников

? В канун дня первого полета человека в космос, 11 апреля 1961 года в $03^{ч}30^{м}$ по Московскому времени планета Венера оказалась в нижнем соединении с Солнцем. В некоторой точке поверхности нашей планеты в этот момент Солнце было видно на горизонте, а Венера располагалась точно над Солнцем. На какой высоте над горизонтом ее можно было увидеть в этот момент? Найдите расстояние (по поверхности Земли) между этой точкой Земли и космодромом Байконур. Координаты космодрома: 45°58′ с.ш., 63°18′ в.д. Гелиоцентрическая эклиптическая широта Венеры была равна +2°48′. Орбиты Венеры и Земли считать круговыми. Рефракцией, угловыми размерами Солнца и уравнением времени пренебречь. Летнее время на территории СССР в 1961 году не вводилось.

! Решение – см. задание 1 для 9 класса, стр. 3.

10 2 НЕБЕСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ НА БОРТУ

О.С. Угольников

? Космонавты совершают полет вокруг Земли по круговой орбите. Какое максимальное число раз подряд (за 1 сутки) они смогут зафиксировать: а) полнолуние, б) весеннее равноденствие, в) противостояние Марса? Все явления фиксируются в системе отсчета, связанной со станцией. Орбиты Земли, Луны и Марса – круговые.

! Чтобы дать ответ на поставленные вопросы, нужно вспомнить определения каждого из трех астрономических явлений. Первое из них – полнолуние – фиксируется в тот момент, когда Луна оказывается в противостоянии с Солнцем, причем (если быть совсем точным) в эклиптической системе координат. Иными словами, видимые эклиптические долготы Солнца и Луны должны отличаться на 180°. Нам необходимо выяснить, может ли подобная картина наблюдаться в день полнолуния на орбитальной станции несколько раз.

Мысленно перенесемся на поверхность Луны в центр ее видимого диска. При наблюдении оттуда Солнце будет двигаться относительно звезд практически точно вдоль эклиптики, а Земля – в ту же сторону под малым углом к эклиптике. Периоды этих движений (T_E и T_L соответственно) составляют 365.25 и 27.32 суток. Угловая скорость движения Земли относительно Солнца будет равна

$$\omega_L = \frac{2\pi}{T_L} - \frac{2\pi}{T_E}.$$

Переводя во внесистемные единицы, мы получаем значение этой угловой скорости: 0.508° в час. Полный оборот в 360° относительно Солнца Земля завершит за один синодический лунный месяц: 29.53 суток.

В момент полнолуния при наблюдении из данной точки Луны Солнце и наблюдатель (орбитальная станция) должны оказаться в соединении, то есть иметь одинаковую эклиптическую долготу. Нас интересует максимальное число подобных событий в течение дня. Оно может быть достигнуто, если станция будет периодически опережать и отставать от Земли по эклиптике на наибольшую возможную величину – видимый радиус своей орбиты. Это условие выполняется, если, к примеру, плоскость орбиты станции будет перпендикулярна линии Земля-Луна и совпадет с картинной плоскостью при наблюдении с Луны (см. рисунок далее).

Пусть радиус орбиты станции составляет R, а период ее обращения – T. Тогда угловой диаметр орбиты станции при наблюдении с Луны (в радианах) составит

$$d = \frac{2R}{L},$$

где L – расстояние от Земли до Луны. Определим интервал времени, в течение которого вся орбита будет пересекать линию соединения с Солнцем (вертикальную линию на рисунке):

$$T_0 = \frac{d}{\omega_L} = \frac{2R}{L\omega_L}.$$

Число оборотов, которое станция сможет совершить за это время, составит

$$N = \frac{T_0}{T} = \frac{2R}{L\omega_L T}.$$

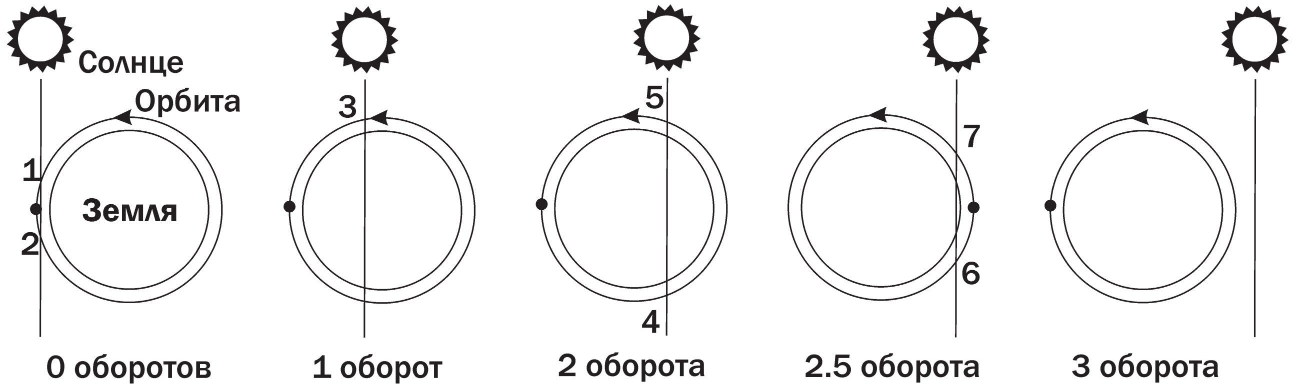
Радиус орбиты и период обращения станции связаны III законом Кеплера:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}.$$

Здесь M – масса Земли. Отсюда:

$$N = \frac{1}{\pi L\omega_L}\sqrt{\frac{GM}{R}} = \frac{v}{\pi L\omega_L}.$$

Здесь v – круговая орбитальная скорость станции. Из получившегося соотношения мы можем сделать вывод, что чем выше круговая скорость станции, тем больше полнолуний удастся зафиксировать космонавтам. Если принять минимальный радиус орбиты равным 6600 км (высота 230 км), то скорость будет равна 7.8 км/с. Число оборотов N оказывается равным около 2.6, т.е. чуть больше двух с половиной. Из этого сразу можно сделать вывод, что полнолуние может наблюдаться несколько раз. Чтобы определить их максимальное количество, обратимся к рисунку.

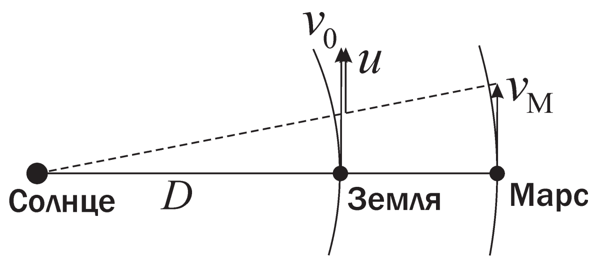


Пусть в некоторый момент передняя точка орбиты станции при наблюдении с Луны вступила в соединение с Солнцем, а через короткое время после этого в этой точке оказалась сама станция. Тогда, как видно на первом рисунке, на станции будут зарегистрированы сразу два полнолуния, разделенные небольшим интервалом времени. В течение одного оборота станции после этого она вновь пересечет круг эклиптической широты Солнца (полнолуние 3) и окажется левее Солнца на небе Луны. Следующий (второй) оборот будет содержать еще два полнолуния – 4 и 5. Сделав далее половину оборота, станция зафиксирует 6-е полнолуние и окажется справа от Солнца на небе Луны. В этот же момент круг эклиптической широты (вертикальная линия на рисунке) уже близко подойдет к правому краю орбиты. После 7-го пересечения с этой линией станция окажется левее Солнца и больше уже не пересечет линию. Итак, за одни сутки (а точнее, за интервал времени около 4 часов) на орбитальной станции могут быть зафиксированы сразу 7 полнолуний.

Весеннее равноденствие в системе отсчета, связанной со станцией, будет зафиксировано, когда положение центра Солнца окажется в точности на небесном экваторе, причем Солнце должно будет перейти из южного небесного полушария в северное. Другими словами, станция должна находиться в «плоскости равноденствий» – плоскости, параллельной плоскости земного экватора и проходящей через Солнце. Двигаясь по орбите со скоростью v_0, равной 29.8 км/с, Земля пересекает эту плоскость в дни равноденствий под углом ε, равным 23.4°. Составляющая скорости Земли, перпендикулярная плоскости равноденствий, будет равна

$$v_E = v_0 \sin \varepsilon = 11.8 \text{ км/с}.$$

Эта величина больше первой (и даже второй) космической скорости вблизи поверхности Земли. Следовательно, орбитальное движение станции, вне зависимости от величины и направления скорости, не может компенсировать движение Зем-



ли относительно плоскости равноденствий. И на борту станции, как и во всех точках Земли, весеннее равноденствие будет зафиксировано ровно один раз.

Наконец, противостояние Марса фиксируется, когда наблюдатель оказывается на отрезке, соединяющем Солнце и Марс (точнее, проекцию Марса на плоскость эклиптики). Чтобы определить число возможных противостояний, вычислим скорость Земли относительно данной линии в день противостояния.

Линия «Солнце-Марс» вращается вокруг Солнца вместе с самим Марсом с угловой скоростью

$$\omega_M = \frac{2\pi}{T_M}.$$

Здесь T_M – орбитальный период Марса. Скорость Земли относительно этой линии составит

$$u = v_0 - \omega_M D = D\cdot(\omega_E - \omega_M) = 2\pi D\cdot\left(\frac{1}{T_E} - \frac{1}{T_M}\right) = \frac{2\pi D}{S_M}.$$

Здесь D – расстояние от Земли до Солнца, ω_E – угловая скорость орбитального движения Земли, S_M – синодический период Марса (780 суток). Скорость получается равной около 14 км/с. Как и в случае равноденствия, движение орбитальной станции вокруг Земли не может компенсировать такую скорость. Противостояние Марса на борту станции будет зафиксировано только одно.

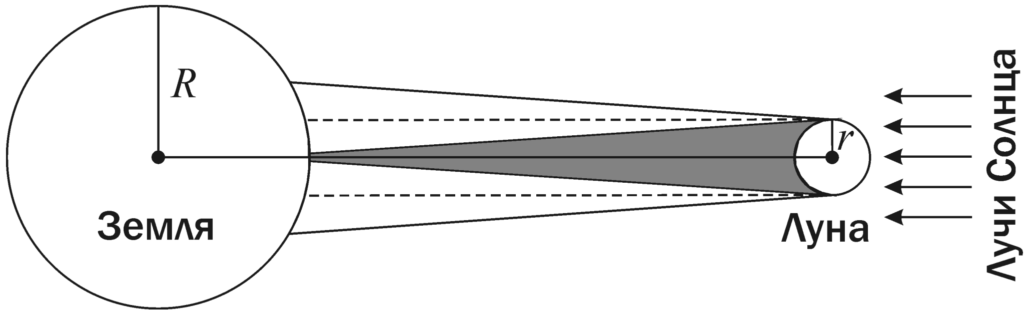
10 3 ЗЕМЛЯ ИЗДАЛЕКА

О.С. Угольников

? На новой обсерватории, построенной астронавтами на поверхности Марса, проводятся наблюдения Земли. В это время на нашей планете происходит полное солнечное затмение. Какого максимального значения может достичь величина падения блеска Земли, вызванного вступлением на нее лунной тени и полутени? Может ли астронавт заметить ослабление Земли невооруженным глазом, если да, то при каких условиях?

! Во время полного солнечного затмения на Землю падает лунная тень, окруженная лунной полутенью. В область тени солнечные лучи вообще не попадают, но ее размеры очень малы. Основной вклад в ослабление блеска Земли при наблюдении извне будет вносить лунная полутень, внутри которой наблюдается частное солнечное затмение. Освещенность внутри полутени уменьшается не столь сильно, но размеры самой полутени достаточно велики.

Рассмотрим наиболее простой случай – Земля наблюдается со стороны Солнца и видна как полный диск. На него падает лунная тень (в центре) и полу-



тень. Ослабление видимой яркости поверхности Земли внутри полутени неоднородно, оно тем сильнее, чем ближе данная точка поверхности к лунной тени. Расчет величины ослабления в разных областях полутени – достаточно сложная задача. Однако нам нужно лишь оценить максимальную величину общего падения яркости всего диска Земли. Для этого заметим, что количество солнечной энергии, падающей на Землю вне затмения в единицу времени, составляет

$$E_0 = J \cdot \pi R^2,$$

где J – поток энергии от Солнца на расстоянии Земли, а R – радиус Земли. Из этой энергии Луна задерживает величину

$$\Delta E = J \cdot \pi r^2,$$

где r – радиус Луны. В итоге, количество энергии, попадающее на Землю, составляет

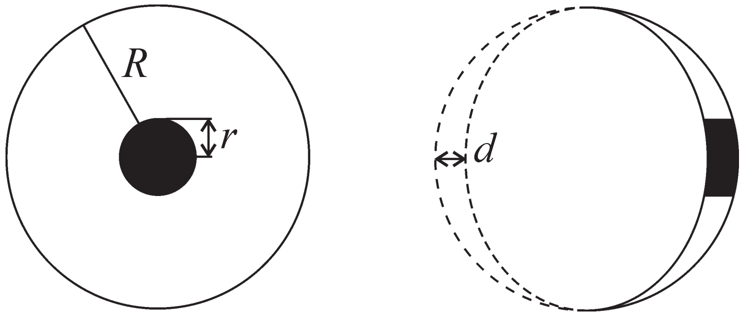
$$E = E_0 - \Delta E = J \cdot \pi (R^2 - r^2).$$

В конусе полутени эта энергия перераспределяется между различными областями поверхности Земли, но ее суммарное значение не меняется. Поэтому для оценки падения блеска мы можем заменить реальную картину более простой моделью без полутени, но с большой тенью, имеющей радиус, равный радиусу Луны r (фактически это бесконечно удаленного Солнца или малого расстояния между Луной и Землей).

Если мы наблюдаем Землю со стороны Солнца, а тень Луны попадает на Землю в область центра, то падение блеска Земли в звездных величинах составит

$$\Delta m_1 = -2.5 \lg \frac{E}{E_0} = -2.5 \lg \frac{R^2 - r^2}{R^2} = 0.08.$$

Такое изменение яркости заметить невооруженным глазом не удастся. Однако данная величина не является максимально возможной. Вспомним, что наблюдения проводятся на Марсе, и для прибывших туда астронавтов Земля является внутренней планетой. При определенном положении относительно Солнца и Марса Земля может выглядеть в виде серпа. Обозначим его толщину (в масштабах Земли) через d (правый рисунок).



Терминатор Земли представляет собой половину эллипса, имеющего большую полуось R и малую полуось $(R-d)$. Площадь этого эллипса равна

$$S_E = \pi \cdot R \cdot (R-d).$$

Если обозначить площадь всего диска через S, то площадь освещенного серпа составит

$$S_F = \frac{S - S_E}{2} = \frac{\pi R d}{2} = \pi R^2 \frac{d}{2R} = \pi R^2 F.$$

Здесь F – фаза серпа. Попутно мы доказали, что для серпа, освещенного Солнцем под определенным углом, понятия линейной и площадной фазы идентичны (но это не так для понятия фазы затмения).

Пусть серп Земли достаточно тонок, и его толщина d меньше радиуса Луны r. Воспользовавшись той же моделью тени Луны радиусом r без полутени (с некоторой точностью ее можно использовать для оценки и в этом случае), мы можем представить тень Луны в виде прямоугольника со сторонами d и $2r$. Его площадь равна

$$S_D = 2 \cdot r \cdot d.$$

Падение блеска Земли в звездных величинах составит

$$\Delta m_2 = -2.5 \lg \frac{S_F - S_D}{S_F} = -2.5 \lg \frac{\frac{\pi R d}{2} - 2rd}{\frac{\pi R d}{2}} = -2.5 \lg \frac{\pi R - 4r}{\pi R} \approx 0.5.$$

Это уже достаточно большая величина, и подобное изменение блеска можно заметить невооруженным глазом. При этом нужно принять во внимание, что видимая звездная величина Земли уменьшится не мгновенно, а в течение часа (время вступления полутени на Землю). Чтобы заметить постепенное ослабление Земли при визуальных наблюдениях, рядом с ней должен находиться другой источник с постоянным блеском, близким к блеску Земли. Это может быть искусственный источник, а может быть и небесный объект. Вспомним, что на небе Марса есть еще одна планета, очень близкая по видимой яркости к Земле (около -3^m) – Венера. Она будет находиться на небе не очень далеко от Солнца и вполне может вступить в соединение с Землей, когда последняя будет иметь фазу тонкого серпа.

10 **4**

К САТУРНУ МИМО ПАТРОКЛА

О.С. Угольников

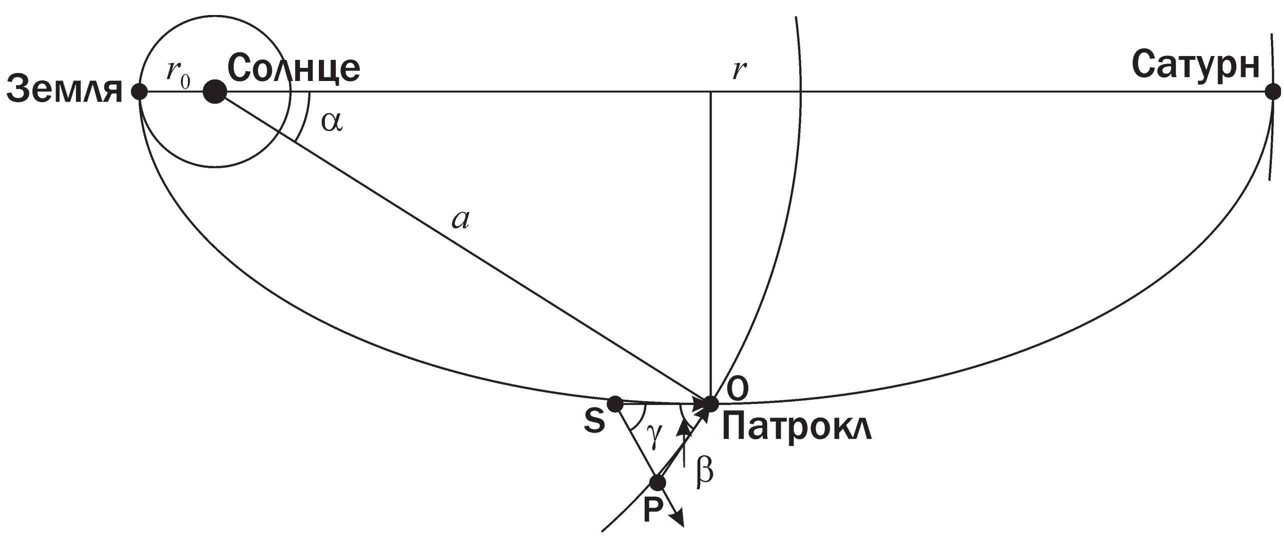
? Межпланетный аппарат отправляется 1 декабря с Земли к Сатурну по энергетически выгодной траектории. Расписание миссии включает в себя близкий пролет мимо астероида Патрокл из группы «Троянцев», движущихся по орбите Юпитера в ту же сторону, что и планета. Изучение астероида началось за несколько месяцев до пролета. В каком созвездии (при наблюдении с аппарата) в это время находился Патрокл? Орбиты Патрокла и всех больших планет считать круговыми, массу Патрокла – малой.

! Аппарат летит от Земли к Сатурну по энергетически выгодной траектории – половине эллипса, перигелий которого совпадает с точкой старта (Земля), а афелий располагается на орбите Сатурна. Направление движения аппарата совпадает с направлением движения планет (против часовой стрелки, если смотреть с северной стороны). Обозначим радиусы орбит Земли и Сатурна через r_0 и r. Большая полуось данного эллипса составит

$$a = \frac{r + r_0}{2}$$

или 5.27 а.е. Это очень близко к значению радиуса орбиты Юпитера и Патрокла. Данное совпадение существенно облегчает решение задания. Изобразим траекторию движения аппарата на рисунке. Как известно, для любой точки эллипса сумма расстояний до двух фокусов одинакова и равна $2a$. Когда аппарат находится на малой оси эллипса (точка **O**), расстояние до каждого из фокусов равно большой полуоси эллипса a. В одном из фокусов находится Солнце. Следовательно, расстояние от точки **O** до Солнца равно a, и как раз вблизи этой точки состоится сближение аппарата с астероидом. Из рисунка по теореме Пифагора мы можем определить величину угла α:

$$\alpha = \arccos\frac{a - r_0}{a} = 36°.$$



Как известно, скорость аппарата на произвольном расстоянии d от Солнца можно определить из закона сохранения энергии:

$$v = \sqrt{GM\left(\frac{2}{d} - \frac{1}{a}\right)}.$$

Для точки **O** мы получаем:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{a}}.$$

Итак, гелиоцентрическая скорость аппарата по модулю совпадет с круговой скоростью на том же расстоянии, то есть, со скоростью Патрокла. Пусть за некоторое небольшое время до сближения аппарат находился в точке **S**, а Патрокл – в точке **P**. Из равенства скоростей мы имеем равенство отрезков **SO** и **PO**, треугольник **SOP** является равнобедренным. При этом отрезок **SO** параллелен большой оси эллипса, а отрезок **PO** – перпендикулярен направлению от Солнца к точке **O**. Отсюда мы можем получить значение угла в вершине равнобедренного треугольника

$$\beta = 90° - \alpha = 54°.$$

Углы при основании этого треугольника равны

$$\gamma = 90° - (\beta/2) = 45° + (\alpha/2) = 63°.$$

Направление, в котором виден Патрокл с аппарата (точка **P** из точки **S**) образует угол γ с направлением, в котором было видно Солнце с Земли в день старта, причем данный угол отсчитывается к западу. Дугу в 63° Земля проходит по своей орбите за 62 дня. Патрокл будет виден с аппарата в созвездии, в котором Солнце было видно с Земли за 62 дня до запуска, то есть 30 сентября. Это созвездие Девы.

10 5 ПОСАДКА НА ВЕНЕРУ И ТИТАН

Е.Н. Фадеев

? Определите, во сколько раз изменится вес космического аппарата на экваторе Венеры и на экваторе Титана по сравнению с его весом на экваторе Земли. Космический аппарат имеет форму шара диаметром 1 метр и массой 100 кг.

! Вес – это сила, с которой тело давит на горизонтальную опору или растягивает вертикальный подвес. На любое тело, находящееся на поверхности планеты (или спутника планеты), действует сила притяжения, направленная к центру этой планеты. Если планета вращается, то тело будет двигаться вместе с поверхностью планеты с центростремительным ускорением. Эффект будет аналогичен действию центробежной силы, направленной от оси вращения планеты (на экваторе – от центра планеты). Наконец, если у планеты или спутника есть атмосфера (Венера, Земля и Титан ей обладают), на тело будет действовать архимедова сила, также направленная против силы тяжести и стремящаяся поднять его вверх. На экваторе все эти силы будут направлены вдоль линии «центр планеты – тело», но направление их будет различаться: архимедова и центробежная силы будут действовать противоположно силе гравитации.

В соответствии с законом всемирного тяготения величина силы притяжения на поверхности планеты (спутника) выражается формулой:

$$F_g = \frac{GMm}{r^2} = mg.$$

Здесь M и r – масса и радиус планеты, m – масса тела, g – ускорение свободного падения. Центробежная сила равна

$$F_c = m\omega^2 r = \frac{4\pi^2 m r}{T^2},$$

где ω – угловая скорость вращения планеты вокруг оси, T – ее осевой период. Наконец, для силы Архимеда справедливо соотношение:

$$F_a = \rho g V.$$

Здесь ρ – плотность атмосферы планеты, V – объем тела. Плотность атмосферы может быть вычислена из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$p = \frac{\rho}{\mu} RT,$$

где μ – молярная масса атмосферного газа, p – давление, T – температура, R – универсальная газовая постоянная. В итоге,

$$F_a = \frac{p\mu g V}{RT}.$$

Молярную массу атмосферного газа можно вычислить по его химическому составу. Для Земли она составляет 0.029 кг/моль. Атмосферы Венеры и Титана состоят из одного основного газа с незначительными примесями. В качестве величин молярной массы для атмосферы Венеры мы можем взять молярную массу углекислого газа (0.044 кг/моль), а для атмосферы Титана – молярную массу молекулярного азота (0.028 кг/моль).

Вес тела на поверхности планеты или спутника будет равен

$$F = F_g - F_a - F_c.$$

Вычислим все эти силы для трех небесных тел и занесем результаты в таблицу:

	g, м/с^2	F_g, Н	F_c, Н	F_a, Н	F, Н
Земля	9.8	980	3.4	6.1	970
Венера	8.8	880	$5.4\cdot10^{-5}$	310	570
Титан	1.3	130	$5.4\cdot10^{-3}$	3.6	130

Мы видим, что на Земле и Титане вес данного космического аппарата определяется гравитационной силой. На Венере с ее плотной атмосферой вес существенно ослаблен архимедовой силой. Центробежная сила на всех трех телах мала и не сказывается на весе. Рассчитаем, во сколько раз вес аппарата на Земле (индекс «E») будет больше, чем на Венере (индекс «V») и Титане (индекс «T»):

$$P_V = \frac{F_E}{F_V} = 1.7; \quad P_T = \frac{F_E}{F_T} = 7.5.$$

10 **6**

ТРАНСЗВЕЗДНЫЙ ПЕРЕЛЕТ

О.С. Угольников

? Космический аппарат «Розетта», оснащенный солнечными батареями размером более 30 метров, в настоящее время находится на пути к комете Чурюмова-Герасименко, с которой встретится в 2014 году. Незадолго до этой встречи «Розетта» окажется на расстоянии 5.4 а.е. от Солнца, что станет рекордной величиной для аппарата, работающего на солнечных батареях. Мог бы этот аппарат в рабочем режиме совершить перелет между окрестностями компонент двойной звезды Сириус А и Сириус В? Видимый блеск этих звезд составляет –1.6^m и 8.5^m соответственно, а угловое расстояние между ними – 10″. Считать, что обе звезды находятся в точности на одинаковом расстоянии от Солнца.

! Поток световой энергии, идущей от Солнца на расстоянии 5.4 а.е. и поглощаемый солнечными батареями «Розетты», достаточен для ее нормального функционирования. Определим звездную величину Солнца на данном расстоянии:

$$m_1 = m_0 + 5\lg 5.4 = -23.1.$$

Здесь m_0 – звездная величина Солнца при наблюдении с Земли.

Если принять, что звезды Сириус А и Сириус В располагаются на одинаковом расстоянии от Земли, то линия, соединяющая эти звезды, будет перпендикулярна линии визирования. Тогда расстояние между звездами в пространстве l и расстояние между Землей и Сириусом D будут связаны соотношением

$$l = D\,\alpha,$$

где α – угловое расстояние между компонентами двойной системы в радианах (около $5 \cdot 10^{-5}$). Блеск Сириуса А при наблюдении из окрестностей Сириуса В составит

$$m_2 = m_S + 5\lg(l/D) = m_S + 5\lg\alpha = -23.1 = m_1.$$

Здесь m_S – блеск Сириуса А на Земле. Мы видим, что даже в конце полета поток энергии от Сириуса А будет не меньше, чем поток от Солнца на расстоянии 5.4 а.е. Следовательно, аппарат «Розетта» мог бы совершить перелет между двумя компонентами Сириуса в рабочем режиме.

11 класс

1 ЭХО КОСМИЧЕСКОГО ВЗРЫВА

О.С. Угольников

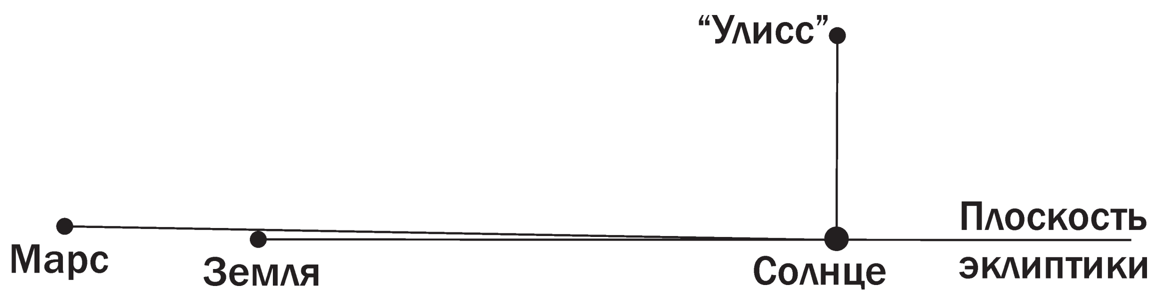
? Мощный короткий гамма-импульс от далекой сверхновой звезды был одновременно зафиксирован 12 апреля на искусственных спутниках Земли и Марса, а также на космической станции «Улисс», расположенной в этот момент над северным полюсом Солнца. В каком созвездии находилась сверхновая звезда, если Марс в этот день был в противостоянии с Солнцем? Наклоном плоскости экватора Солнца к плоскости эклиптики пренебречь.

! В момент, описанный в условии задачи, планета Марс оказывается в противостоянии с Солнцем. Гелиоцентрические эклиптические долготы Земли и Марса в этот момент совпадают. Если мы построим рисунок в плоскости, перпендикулярной плоскости эклиптики и пересекающей ее по линии «Солнце-Земля», то Марс также попадет в плоскость рисунка (хотя он может и не лежать точно на продолжении линии «Солнце-Земля»).

По условию задачи, мы пренебрегаем наклоном плоскости солнечного экватора к плоскости эклиптики (в реальности эти две плоскости образуют угол в 7°, который не влияет на ответ данной задачи). Межпланетная станция «Улисс» располагается над северным полюсом Солнца, линия «Солнце-Улисс» перпендикулярна плоскости эклиптики. Таким образом, «Улисс» также располагается в плоскости рисунка.

Итак, Земля, Марс и «Улисс» находятся в картинной плоскости, но при этом не лежат на одной прямой. Во всех трех точках данной плоскости короткий гамма-импульс от сверхновой звезды фиксируется одновременно. Это может быть только в том случае, если направление на сверхновую звезду перпендикулярно плоскости рисунка (иначе наблюдалась бы временная задержка, связанная с конечностью скорости света).

Линия, перпендикулярная плоскости рисунка, лежит в плоскости эклиптики и перпендикулярна линии «Солнце-Земля». Она пересекает небесную сферу в точках, в которых мы можем видеть Солнце за 3 месяца до и после даты наблюдения, то есть около 12 января и 12 июля. Эти точки располагаются в созвездиях Стрельца и Близнецов. В одном из этих созвездий и вспыхнула сверхновая звезда.



2 ОРБИТАЛЬНЫЙ РАДИОТЕЛЕСКОП

О.С. Угольников

? Российский космический радиотелескоп «Радиоастрон» будет выведен на эллиптическую орбиту с расстоянием в апогее 330 000 км. Вместе с наземными радиотелескопами он образует интерферометр со сверхдлинной базой. С каким наилучшим пространственным разрешением можно будет изучать область активного ядра галактики, имеющей красное смещение 0.5? «Радиоастрон» будет работать на длинах волн от 1.35 до 90 см.

! При совместной работе орбитального радиотелескопа и сети наземных радиотелескопов метод радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой (РСДБ) позволяет достигнуть углового разрешения

$$\rho = \frac{\lambda}{L},$$

где λ – длина волны излучения, L – расстояние между космическим радиотелескопом и Землей. Из этой формулы видно, что наилучшее разрешение будет достигнуто при минимальной возможной длине волны и максимальном расстоянии. Для «Радиоастрона» минимальная длина волны составляет 1.35 см, а максимальное расстояние – 330 000 км. Таким образом, предельное угловое разрешение ρ будет равно $4 \cdot 10^{-11}$ радиан или 8 микросекунд дуги.

Для определения пространственного разрешения при изучении активного ядра галактики нам необходимо знать расстояние до него. Задача имеет оценочный характер, а красное смещение z меньше единицы, мы можем пользоваться простыми формулами. Скорость удаления галактики составляет

$$v = c \cdot z,$$

а расстояние до активного ядра

$$D = \frac{v}{H} = \frac{c\,z}{H}$$

или 2 Гпк. Здесь H – постоянная Хаббла. Наилучшее пространственное разрешение составит

$$R = D \cdot \rho = \frac{c\,z\,\lambda}{H\,L} = 0.08 \text{ пк.}$$

11 3 ЗАТМЕНИЕ В КОСМОСЕ

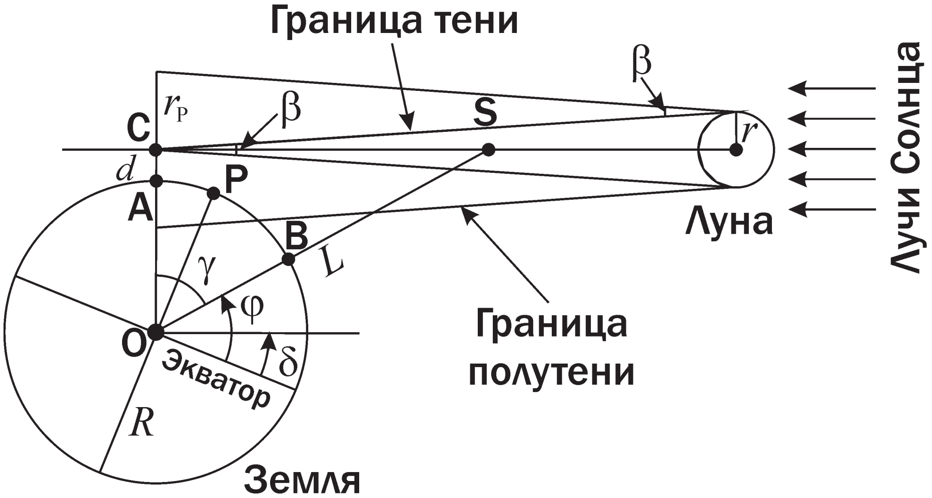
О.С. Угольников

? В ночь с 1 на 2 июня 2011 года произойдет частное солнечное затмение. Его максимальная фаза, видимая на Земле, составит 0.60 и будет видна в 21ч16м по Всемирному времени в светлую солнечную полночь на севере территории России. Угловые диаметры Солнца и Луны при этом будут одинаковыми и составят 31.5′. Представьте, что в этот же момент космонавты на борту некой орбитальной станции наблюдают центральное полное солнечное затмение. Над какой точкой поверхности Земли они в это время находятся? Определите координаты этой точки. Орбита станции – геосинхронная, круговая с периодом в одни звездные сутки, плоскость орбиты наклонена к плоскости земного экватора.

! Рассмотрим момент наибольшей фазы затмения, видимой на Земле. Изобразим Землю и Луну в плоскости, содержащей также Солнце, расположенное за границей рисунка.

Затмение видно на Земле как частное, и линия, соединяющая центры Солнца и Луны, на Землю не попадает. Наибольшая фаза частного солнечного затмения наблюдается в местную полночь в точке **A**, ближайшей к этой линии. При наблюдении из этой точки Солнце и Луна имеют одинаковый видимый диаметр β. Продолжим линию **OA** на рисунке за пределы Земли. Она пересечет линию «Солнце-Луна» в точке **C**. В этой точке будет наблюдаться центральное солнечное затмение. Отрезок **AC** перпендикулярен направлению на Солнце и Луну, и в точке **C** видимые диаметры Солнца и Луны будут также равны β. Фаза затмения, наблюдаемого в точке **C**, будет в точности равна единице, а сама точка **C** есть вершина конуса лунной тени.

Солнце значительно дальше от Земли, чем Луна. При наблюдении с Луны видимый диаметр Солнца будет практически таким же. Следовательно, полутень Луны, окружающая ее тень, в проекции на плоскость рисунка будет выглядеть как два конуса с тем же углом раствора β. Радиус полутени r_P вблизи Земли будет равен удвоенному радиусу Луны r.



На отрезке **CA** линейная фаза затмения убывает линейно при удалении от точки **C**, уменьшаясь до нуля на расстоянии r_P. В точке **A** фаза частного затмения будет равна

$$F = 1 - \frac{d}{r_P} = 1 - \frac{d}{2r},$$

где d – длина отрезка **CA** или расстояние от точки **A** до вершины конуса тени. Отсюда мы получаем

$$d = 2r(1 - F).$$

Так как в точке **A** в текущий момент полночь, и Солнце проходит точку нижней кульминации, плоскость меридиана в этой точке совпадает с плоскостью рисунка. Следовательно, плоскость рисунка содержит и северный полюс Земли. Обозначим его как **P** и отметим также проекцию земного экватора. Затмение происходит 1 июня, и северный полюс освещен Солнцем. Склонение Солнца δ в это время близко к величине наклона экватора к эклиптике, 23.4° (в реальности оно составляет около +22°).

Космическая станция находится на круговой геосинхронной орбите. Период ее обращения составляет один звездные сутки ($23^ч56^м04^с$). Радиус орбиты равен

$$L = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}$$

или 42.16 тыс. км. Чтобы космонавты в этот момент наблюдали центральное полное солнечное затмение, они должны находиться на оси тени, причем ближе к Луне, чем точка **C** (иначе затмение было бы кольцеобразным). Обозначим положение орбитальной станции как **S**. Угол γ с вершиной в центре Земли, образованный направлениями на станцию и точку **A**, равен

$$\gamma = \arccos\frac{R + d}{L} = \arccos\frac{R + 2r(1 - F)}{L} = 79^\circ.$$

Отсюда мы получаем значение широты точки поверхности Земли **B**, над которой находится станция:

$$\varphi = 90^\circ - \gamma + \delta = 33^\circ.$$

Чтобы определить долготу этой точки, обратим внимание, что она располагается с другой стороны от полюса по отношению к точке **A**. Тогда в указанный момент в точке **B** должен наступить солнечный полдень. Этот момент соответствует $21^ч16^м$ по Всемирному времени (UT). Долгота меридиана, на котором в это время наступает полдень, составляет

$$\lambda = 12^ч - UT = -9^ч16^м$$

или 139° з.д. Данная точка располагается в Тихом океане. Интересно, что в самой этой точке солнечное затмение видно не будет.

III 4 ЗЕРКАЛЬНО-БЕЛЫЙ СТРАННИК

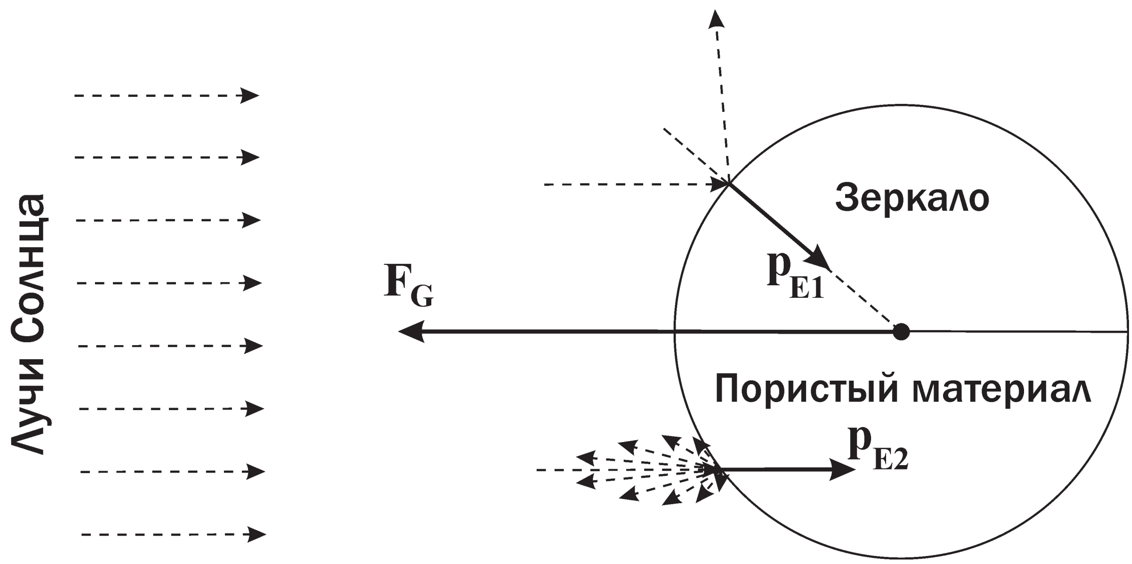
О.С. Угольников

? Для изучения межпланетной среды в Солнечную систему запущен аппарат-зонд нового поколения. Он имеет сферическую форму, очень малые размеры и состоит из сверхлегких материалов. Одно его полушарие покрыто идеально отражающим зеркальным слоем, а другое – белым пористым материалом, похожим на снег, также отражающим 100% падающего излучения. Аппарат был доставлен в некоторую точку Солнечной системы и приведен изначально в состояние покоя относительно Солнца, не вращаясь. При этом Солнце освещало половину каждого из полушарий аппарата. Каким полушарием аппарат начнет поворачиваться к Солнцу сразу после начала своей работы? Материалы, из которых состоит аппарат, устойчивы, не испаряются и не меняют своих свойств со временем. Центр масс аппарата находится в его геометрическом центре. Действие планет и малых тел Солнечной системы на аппарат не учитывать.

! Так как аппарат маленький и легкий, существенное влияние на его движение будут оказывать силы светового давления, которые могут быть сравнимы с силой притяжения Солнца. Действие этих сил может привести к тому, что аппарат может начать поворачиваться к Солнцу одним из своих полушарий. Это может произойти вследствие вращения аппарата или его перемещения в боковом направлении относительно Солнца.

Чтобы понять, начнет ли аппарат вращаться, рассмотрим все силы, действующие на него. Гравитационная сила $\mathbf{F_G}$ направлена точно к Солнцу и приложена к центру масс сферического аппарата. Очевидно, она не создает момента сил и не может привести к вращению. Сила светового давления $\mathbf{F_E}$ есть сумма импульсов $\mathbf{p_E}$, переданных аппарату фотонами, попавшими в него за единицу времени. Рассмотрим фотон, попадающий в зеркальную полусферу. Он отразится от нее в соответствии с законами геометрической оптики. Импульс, переданный сфере этим фотоном ($\mathbf{p_{E1}}$) будет направлен вдоль радиуса сферы, к его центру. Это свойство выполняется для любой точки зеркальной полусферы, в которую попадет фотон. Следовательно, суммарный момент сил фотонного давления, действующих на зеркальную полусферу, равен нулю.

Пористая поверхность в каждой своей точке будет отражать излучение в широком диапазоне углов. Если в грубом приближении принять, что свет из каждой точки рассеивается изотропно в полусферу, то сила реакции от уходящих фотонов не будет создавать момента движения, но он будет создаваться импульсами падающих фотонов, направленными от Солнца ($\mathbf{p_{E2}}$ на рисунке). Из этого можно сделать вывод, что сферический аппарат начнет вращаться, поворачиваясь к Солнцу зеркальным полушарием.



Можно рассмотреть ситуацию более детально и учесть, что распределение рассеянного света в каждой точке не будет изотропным. На примере Луны, которая светит в небе Земли в полнолуние примерно в 10 раз ярче, чем в первой или последней четверти, мы видим, что отражение имеет преимущественное направление назад, обратно к Солнцу, причем это правило сохраняется для любого угла ориентации поверхности к Солнцу. У этого эффекта есть несколько причин, в том числе чисто геометрическая – при наблюдении со стороны Солнца мы не видим теней на пористой поверхности сферы, и она предстает нам наиболее яркой. В результате подобного процесса импульс $\mathbf{p}_{E2}$, сообщенный аппарату, будет еще большим и также направленным противоположно Солнцу (или, строго говоря, образует малый угол с этим направлением). Как видно на рисунке и уже сказано выше, совокупность таких импульсов создает момент вращения, который начнет поворачивать аппарат зеркальным полушарием к Солнцу.

Наряду с вращением проявится еще один эффект, который также приведет к повороту зеркального полушария к Солнцу. Как видно на рисунке, сила фотонного давления на пористое полушарие направлена практически вдоль линии «Солнце-аппарат», перпендикулярная составляющая этой силы мала. В то же время для зеркальной полусферы эта компонента значительна, и она приведет к движению всего аппарата вбок по отношению к Солнцу зеркальным полушарием назад. Этот эффект также приведет к тому, что большая часть зеркального полушария со временем станет освещена солнечными лучами.

III 5 ДАЛЕКАЯ ЭКСПЕДИЦИЯ
О.С. Угольников

? Космическая экспедиция прибыла на обитаемую планету в далекой звездной системе. Температурные условия на этой планете были аналогичны земным. При этом вторая космическая скорость для поверхности этой планеты оказалась ровно вдвое меньше третьей космической скорости и в 50 раз меньше второй космической скорости для поверхности звезды, вокруг которой обращается планета. Орбита планеты круговая. Найдите эффективную температуру центральной звезды.

! Обозначим массу и радиус звезды через M и R, массу и радиус планеты – через m и r, расстояние от звезды до планеты – через L. Получим выражения для всех скоростей, указанных в условии задачи. Вторая космическая скорость для поверхности планеты равна

$$v_2 = \sqrt{\frac{2Gm}{r}}.$$

Третья космическая скорость – это минимальная скорость запуска тела с поверхности планеты, при которой оно может в дальнейшем покинуть зону притяжения не только планеты, но и центральной звезды. Для определения этой скорости запишем выражение для орбитальной скорости планеты

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{L}}.$$

Чтобы в дальнейшем покинуть окрестности звезды, физическое тело на расстоянии L от звезды должно иметь скорость, не меньшую

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{L}} = \sqrt{2}v_0.$$

Минимальная скорость тела относительно планеты в этом случае будет равна

$$u = v - v_0 = (\sqrt{2} - 1)\sqrt{\frac{GM}{L}}.$$

Чтобы иметь такую скорость после выхода из сферы притяжения планеты, скорость при запуске должна составлять

$$v_3 = \sqrt{u^2 + \frac{2Gm}{r}} = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})\frac{GM}{L} + \frac{2Gm}{r}}.$$

Мы получили выражение для третьей космической скорости на поверхности планеты. Остается записать выражение для второй космической скорости на поверхности звезды:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}}.$$

По условию задачи

$$v_3 = 2\,v_2,$$

$$V_2 = 50\,v_2.$$

Подставляя в эти соотношения полученные выше формулы, записываем:

$$(3-2\sqrt{2})\frac{GM}{L}+\frac{2Gm}{r}=4\cdot\frac{2Gm}{r};$$

$$\frac{2GM}{R}=2500\cdot\frac{2Gm}{r}.$$

Из первого соотношения следует:

$$(3-2\sqrt{2})\frac{GM}{L}=\frac{6Gm}{r}.$$

Далее, из второго соотношения:

$$(3-2\sqrt{2})\frac{GM}{L}=\frac{6}{2500}\frac{GM}{R}.$$

В итоге, мы получаем связь радиуса звезды и расстояния от нее до планеты:

$$L=\frac{2500\cdot(3-2\sqrt{2})}{6}R=K\cdot R,$$

где число K составляет 71.5. Отсюда следует, что видимый угловой радиус звезды ρ при наблюдении с планеты составляет $(1/K)$ радиан или 48′, что примерно в 3 раза больше углового радиуса Солнца при наблюдении с Земли. Обозначим радиус Солнца через R_0, расстояние от Солнца до Земли – через L_0. Сходство температурных условий на Земле и далекой планете означает, что поток энергии от Солнца на Земле и от звезды на ее планете одинаков. Учитывая закон Стефана-Больцмана для светимостей звезд, получаем

$$\frac{4\pi\sigma\,T^4R^2}{4\,\pi\,L^2}=\frac{4\pi\sigma\,T_0^4R_0^2}{4\,\pi\,L_0^2}.$$

Здесь σ – постоянная Стефана-Больцмана, T и T_0 – эффективные температуры звезды и Солнца. Отсюда мы получаем выражение для эффективной температуры звезды:

$$T=T_0\sqrt{\frac{R_0}{L_0}\cdot\frac{L}{R}}=T_0\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}=T_0\sqrt{K\cdot\rho_0}.$$

Здесь ρ_0 – видимый радиус Солнца при наблюдении с Земли. Эффективная температура звезды составляет около 3500 K.

III **6**

МНОЖЕСТВО ЦИВИЛИЗАЦИЙ

О.С. Угольников

? Представьте себе, что около каждой десятой звезды в нашей Галактике существует по одной обитаемой планете. Жители всех этих планет проводят поиски других цивилизаций, пользуясь только данными сверхточной фотометрии звезд. Точность измерений блеска составляет 0.00001^m для звезд 0^m и ухудшается в 2 раза для звезд в 4 раза слабее, в 3 раза для звезд в 9 раз слабее и т.д. Сколько цивилизаций в результате смогут в обозримом будущем (за 100 ближайших лет) открыть планету Земля около звезды Солнце? Объемную концентрацию звезд в диске Галактики считать равной 1 пк$^{-3}$.

! Так как по условию задачи все цивилизации пользуются только данными звездной фотометрии, не изучая спектры или собственное движение звезд, единственное проявление существования Земли около Солнца, которое они могут зафиксировать – падение блеска Солнца при прохождении Земли по его диску. Расстояния до звезд несравнимо больше расстояния между Солнцем и Землей. В этом случае мы можем вычислить величину максимального падения блеска Солнца:

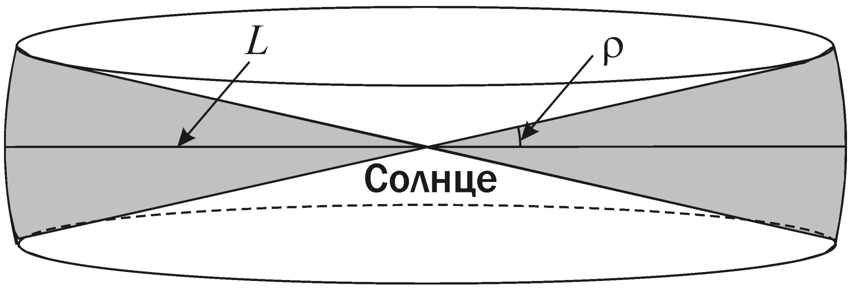
$$\Delta m = -2.5 \lg \frac{R^2 - r^2}{R^2} = 0.000091^{\text{m}}.$$

Эта величина в 9.1 раз больше точности фотометрии звезд 0^m, доступной далеким цивилизациям. Следовательно, подобное падение блеска они смогут заметить не только у звезд 0^m, но и у звезд в 9.1^2, то есть в 83 раза слабее. Предельная звездная величина, для которой возможна такая регистрация, составит

$$m = 0 + 2.5 \lg 83 = 0 + 5 \lg 9.1 = 4.8.$$

Полученное значение совпадает с абсолютной звездной величиной Солнца. Такой блеск наша звезда имеет с расстояния L, равного 10 пк. Чтобы открыть планету Земля, зафиксировав ее прохождение по диску Солнца, другая цивилизация должна располагаться не далее 10 пк от Солнечной системы.

Но и среди близких звезд далеко не с каждой можно будет наблюдать прохождение Земли по диску Солнца. Для этого звезда должна находиться достаточно близко к плоскости эклиптики. На рисунке показана соответствующая область пространства. Видно, что угловое расстояние звезды от линии эклиптики при наблюдении с Земли не должно превышать ρ – угловой радиус Солнца. Ограничи-



вая эту область пространства сферой радиусом 10 пк, мы получаем фигуру, показанную на втором рисунке. Планета Земля сможет быть открыта со всех обитаемых планет, попавших внутрь этой фигуры.

Собственное движение звезд мало влияет на количество этих планет. Характерные собственные движения даже самых близких звезд за редким исключением не превосходят 1-2″ в год. Так как вопрос задачи относится к периоду в 100 ближайших лет, звезды преодолеют в своем движении не более 100-200″, что меньше величины ρ (около 1000″). Число звезд, влетевших в данную область пространства за 100 лет, будет существенно меньше числа звезд, уже находившихся в нем в начале данного периода.

Нам необходимо вычислить объем полученной фигуры. Это можно сделать, представив ее как цилиндр радиусом L и высотой $2L\rho$, из которого вырезаны два конуса радиусом L и высотой $L\rho$. Объем получается равным

$$V = \pi L^2 \cdot 2L\rho - 2 \cdot \frac{1}{3}\pi L^2 \cdot L\rho = \frac{4}{3}\pi\rho L^3.$$

Взяв радианную меру угла ρ (около 0.0047), получаем величину объема: 20 пк^3. В этот объем попадут около 20 звезд. Если у каждой десятой звезды окажется по одной обитаемой планете, то, скорее всего, две цивилизации смогут узнать о существовании планеты Земля около звезды Солнце.