<u>10 класс</u>

1. Условие. Что такое звездные сутки, звездный месяц, звездный год? Сколько звездных суток и звездных месяцев содержится в одном звездном годе?

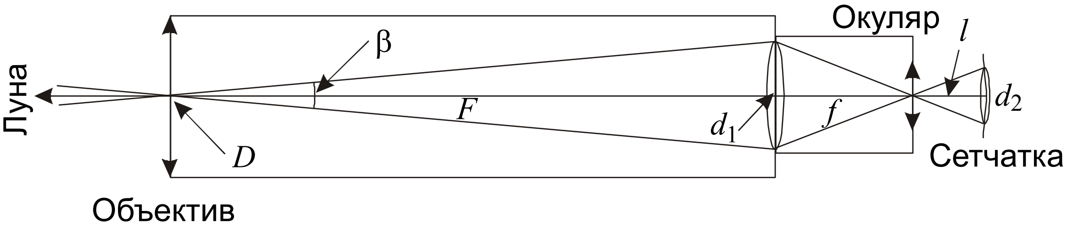
1. Решение. См. задачу 1 для 9 класса.

2. Условие. Наблюдатель в северном полушарии наблюдал звезду в верхней кульминации на высоте 80°. Сместившись на юг на 2000 км, он увидел ту же звезду в верхней кульминации на высоте 82°. На какой высоте увидит наблюдатель эту же звезду в верхней кульминации после того, как сместится на юг еще на 2000 км?

2. Решение. См. задачу 2 для 9 класса.

3. Условие. Астроном наблюдает полную Луну в два телескопа с одинаковыми окулярами с фокусным расстоянием 2.5 см. Объектив первого телескопа имеет диаметр 5 см и фокусное расстояние 1 метр. Второй телескоп имеет объектив диаметром 50 см с фокусным расстоянием 5 метров. Центр диска Луны совпадает с центром поля зрения. Сравните освещенность центральной части глазного дна наблюдателя в обоих случаях.

3. Решение. Построим оптическую схему системы «телескоп – глаз наблюдателя».



Обозначим диаметр объектива через D. На него в единицу времени будет падать световая энергия от Луны в количестве

$$J = I_0 \frac{\pi D^2}{4},$$

где I_0 – поток энергии от полной Луны на Земле. Захваченное объективом излучение будет передаваться на фокальную плоскость, в которой получится изображение диска Луны диаметром

$$d_1 = \beta F,$$

где β – угловой диаметр Луны, а F – фокусное расстояние объектива. Освещенность в центре изображения будет равна

$$S_1 = \frac{4J}{\pi d_1^2} = 4I_0 \frac{D^2}{\beta^2 F^2}.$$

Далее свет проходит систему из окуляра с фокусным расстоянием f и глаза с фокусным расстоянием l. Чтобы весь свет попал в глаз, диаметр выходного пучка δ не должен превышать диаметр зрачка глаза, равный 6 мм. Для диаметра выходного пучка справедливо выражение

$$\delta = D\frac{f}{F}.$$

Для двух рассматриваемых телескопов диаметр выходного пучка получается равным соответственно 1.25 и 2.5 мм, что удовлетворяет указанному условию. В этом случае на сетчатке формируется еще одно изображение диска Луны с размером

$$d_2 = \frac{d_1 l}{f} = \frac{\beta F l}{f}$$

и освещенностью в центре

$$S_2 = \frac{4J}{\pi d_2^2} = 4I_0 \frac{D^2 f^2}{\beta^2 F^2 l^2}.$$

Так как речь идет о центре поля зрения, данная величина не зависит от величины поля зрения окуляра. Отношение величин освещенности сетчатки для первого и второго телескопов составит

$$\frac{S_{21}}{S_{22}} = \frac{D_1^2 F_2^2}{D_2^2 F_1^2} = \frac{1}{4}.$$

Освещенность при использовании второго телескопа будет вчетверо больше, чем при использовании первого телескопа.

4. Условие. Звезда движется относительно Солнца под углом 45° к лучу зрения. При этом ее гелиоцентрическая лучевая скорость равна 20 км/с, а собственное движение – 0.10″ в год. Чему равен тригонометрический параллакс звезды?

4. Решение. Так как звезда движется под углом 45° к лучу зрения, ее лучевая и тангенциальная скорость по модулю равны друг другу, тангенциальная скорость также составляет 20 км/с. Этот вывод в равной степени справедлив как для приближающейся, так и для удаляющейся звезды.

Так как 1 астрономическая единица равна $1.496 \cdot 10^8$ км, а год – $3.156 \cdot 10^7$ секунд, скорость 20 км/с соответствует 4.22 а.е. в год. Получается, что расстояние в 4.22 а.е. видно с Земли под углом 0.10″. Следовательно, звезда удалена от нас на 42.2 парсека, а ее тригонометрический параллакс (угол, под которым видно расстояние в 1 а.е.) составляет (0.10″/4.22) или 0.024″.

5. Условие. Угловой диаметр звезды Бетельгейзе составляет 0.047″, а ее болометрическая звездная величина -2^m. Найти эффективную температуру Бетельгейзе.

5. Решение. Сравним светимости Бетельгейзе (L) и Солнца (L_0), пользуясь законом Стефана-Больцмана:

$$\frac{L}{L_0} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \left(\frac{T}{T_0}\right)^4.$$

Здесь R и T – радиус и температура поверхности Бетельгейзе, R_0 и T_0 – радиус и температура поверхности Солнца. Потоки энергии от Бетельгейзе и Солнца на Земле составят

$$F = \frac{L}{4\pi D^2}; \quad F_0 = \frac{L_0}{4\pi D_0^2}.$$

Здесь D и D_0 – расстояния до Бетельгейзе и Солнца. Болометрическая звездная величина есть характеристика суммарного потока энергии от звезды во всех диапазонах электромагнитного спектра. В соответствии с формулой Погсона разница звездных величин Бетельгейзе и Солнца равна

$$m - m_0 = -2.5\lg\frac{F}{F_0} = -2.5\lg\frac{L}{L_0}\left(\frac{D_0}{D}\right)^2 = -10\lg\frac{T}{T_0} - 5\lg\left(\frac{R}{D}\cdot\frac{D_0}{R_0}\right) = -10\lg\frac{T}{T_0} - 5\lg\left(\frac{r}{r_0}\right).$$

Здесь r и r_0 – видимые радиусы Бетельгейзе и Солнца. Отсюда

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^{1/2} 10^{0.1(m_0-m)}.$$

Болометрическая звездная величина Солнца (-26.8^m) практически не отличается от видимой, что характерно для зеленоватых и желтых звезд. Подставляя численные значения, получаем температуру Бетельгейзе: около 3900 K.

Тот же самый результат можно получить и более простым способом. Для этого нужно вспомнить, что поверхностная яркость звезды (яркость, деленная на видимую площадь диска) не зависит от расстояния до нее и определяется только эффективной температурой звезды, точнее, пропорциональна четвертой степени температуры. Отношение поверхностных яркостей Бетельгейзе и Солнца составляет

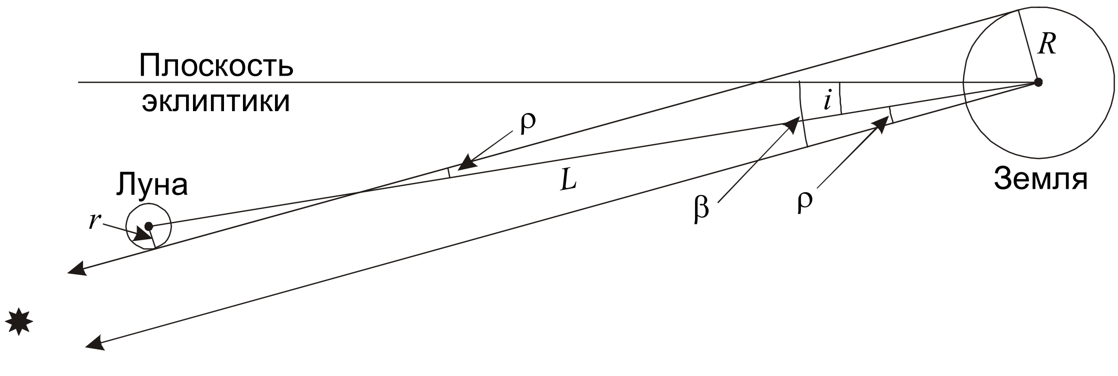
$$\frac{j}{j_0} = \left(\frac{J}{r^2}\right) / \left(\frac{J_0}{r_0^2}\right) = 10^{0.4(m_0-m)}\,\frac{r_0^2}{r^2}.$$

Здесь J и J_0 – значения болометрической яркости Бетельгейзе и Солнца при наблюдении с Земли. Беря корень 4-й степени из последнего выражения, получаем ту же формулу:

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^{1/2} 10^{0.1(m_0-m)}.$$

6. Условие. На небе около 6000 звезд, видимых невооруженным глазом. Считая, что они распределены по небу равномерно, оцените, сколько из них могут покрываться Луной при наблюдении с Земли.

6. Решение. Плоскость орбиты Луны образует сравнительно небольшой угол с плоскостью орбиты Земли (плоскостью эклиптики), поэтому при наблюдении с Земли Луна может закрывать собой звезды, находящиеся неподалеку от линии эклиптики на небесной сфере. Определим максимальное угловое расстояние между эклиптикой и звездой, покрываемой Луной.



Пусть линия, связывающая центры Земли и Луны, образует угол i с плоскостью эклиптики, а расстояние между Землей и Луной равно L. На рисунке показаны условия покрытия звезды с максимальным удалением от эклиптики β. Это покрытие будет видно из одной точки Земли. Из рисунка видно, что

$$\beta = i + \rho,$$

причем

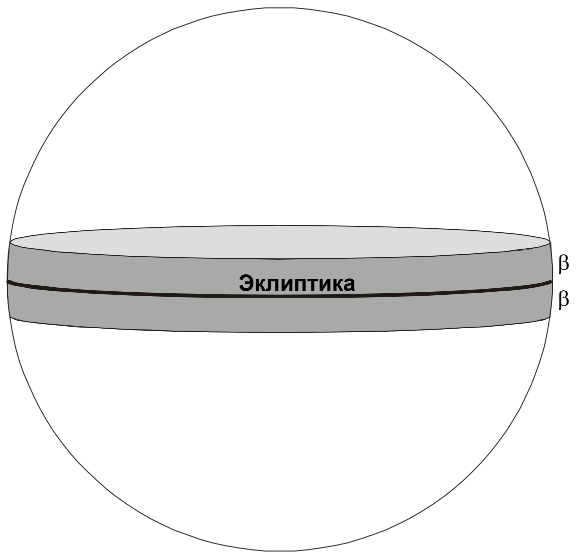
$$\rho L = R + r.$$

Здесь R и r – радиусы Земли и Луны. В итоге,

$$\beta = i + (R + r)/L.$$

Нас интересует максимальное значение угла β. Поэтому в данную формулу нужно поставить максимальную величину угла i, равную наклонению лунной орбиты к плоскости эклиптики (5.15°) и минимальное значение расстояния L, соответствующее перигею орбиты Луны (356 тыс. км). Значение угла β составляет 6.45° или 0.113 радиан.

Как известно, лунная орбита прецессирует вокруг полюса эклиптики с периодом 18.6 лет, вращается и ее линия апсид. Поэтому за определенный период времени может произойти покрытие Луной любой звезды, находящейся к эклиптике ближе, чем на угол β. Иными словами, звезды, покрываемые Луной, занимают на небесной сфере пояс вокруг линии эклиптики толщиной в 2β (см. рисунок).



По нашему предположению, звезды заполняют небесную сферу равномерно. Тогда нам нужно вычислить площадь указанного пояса. Так как угол β невелик, пояс можно считать цилиндрическим, и его площадь составит

$$S_1 = 4\pi\beta.$$

Радиус небесной сферы здесь принят за единицу. Из всех звезд небесной сферы, видимых невооруженным глазом (их число N) в данный пояс попадает часть, соответствующая доле площади небесной сферы S, попадающей в пояс. Число звезд, у которых мы можем наблюдать покрытия Луной, равно

$$N_1 = N \cdot \frac{S_1}{S} = N \cdot \frac{2\pi \cdot 2\beta}{4\pi} = N \cdot \beta \approx 680.$$