11 класс

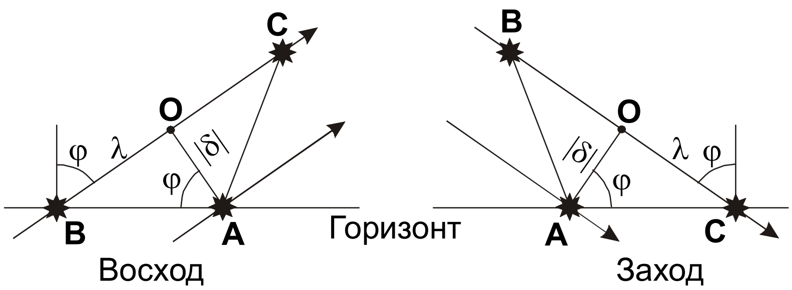
1. Условие. Сколько звездных суток проходит между двумя последовательными геоцентрическими соединениями Луны с некоторой звездой вблизи эклиптики?

1. Решение. По определению, звездный (сидерический) период обращения Луны T_2 есть период времени между двумя последовательными геоцентрическими соединениями Луны с какой-либо звездой. Этот период равен 27.3217 солнечных суток. Звездные сутки T_1 – период осевого вращения Земли относительно далеких звезд или, то же самое, промежуток времени между двумя последовательными верхними кульминациями одной и той же звезды в некотором пункте Земли. Вследствие орбитального движения Земли данный период несколько меньше солнечных суток – один год содержит на одни звездные сутки больше, чем солнечные. Продолжительность звездных суток составляет 23 часа 56 минут 04 секунды или 0.99727 обычных (солнечных) суток. Число звездных суток в звездном месяце равно

$$N = \frac{T_2}{T_1} = 27.396.$$

2. Условие. При наблюдении с широты +55° звезда **A** со склонением –2° взошла одновременно со звездой **B**, а зашла одновременно со звездой **C**. Чему равна разность прямых восхождений звезд **B** и **C**, если они находятся на небесном экваторе? Рефракцией пренебречь.

2. Решение. Изобразим конфигурацию звезд во время восхода и захода звезды **A**. Очевидно, что угловые расстояния между звездами невелики, и картину можно считать плоской.



Обозначим через **O** точку небесного экватора, имеющую то же прямое восхождение, что и звезда **A**. Тогда точка **O** и звезда **A** лежат на одном круге склонения. Соединяющий их отрезок **OA** перпендикулярен проекции небесного экватора на картинную плоскость, содержащей саму точку **O** и звезды **B** и **C**. Длина отрезка **OA** равна модулю склонения звезды **A**, $|\delta|$. Из рисунка видно, что при восходе и заходе этот отрезок образует с горизонтом угол, равный широте места наблюдения φ. Получаем:

$$\lambda = \mathbf{OB} = \mathbf{OC} = |\delta| \operatorname{tg} \varphi;$$
$$\mathbf{BC} = 2\lambda = 2\,|\delta| \operatorname{tg} \varphi = 5.7°.$$

Переводя эту величину в часовую меру, в которой обычно выражается прямое восхождение, получаем 23 минуты. Звезда **B** восходит и заходит позже звезды **C**, и ее прямое восхождение на 23 минуты больше, чем у звезды **C**.

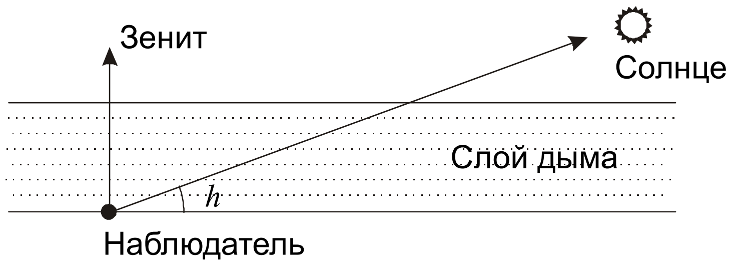
3. Условие. В период задымления от лесных пожаров в центральной России летом 2010 года наблюдатель заметил, что Солнце на высоте 20° над горизонтом имело ту же видимую яркость, какая бывает у полной Луны вблизи зенита на ясном небе при чистой атмосфере. Исходя из этого, оцените суммарную массу дымовых частиц, находившихся над одним квадратным метром земной поверхности в этих районах. Считать, что поглощение света в чистой атмосфере в зените равно 0.2^m, а дым состоит из черных частиц радиусом 1 мкм и плотностью 0.6 г/см^3. Также считать, что поглощение света соответствует законам геометрической оптики (дифракцией на частицах пренебречь).

3. Решение. Звездная величина Солнца при отсутствии атмосферного поглощения составляет -26.8^m, а звездная величина полной Луны в тех же условиях составляет -12.7^m. Вблизи зенита атмосферное поглощение делает Луну слабее на 0.2^m, то есть ее блеск становится равным -12.5^m. Такой же блеск оказался у Солнца на высоте h (20°) над горизонтом в задымленной атмосфере. Величина поглощения солнечного излучения составила

$$m_\mathrm{h} = -12.5 - (-26.8) = 14.3^m.$$

Для высоты 20°, учитывая оценочный характер задачи, вполне можно использовать плоскопараллельную модель атмосферы (см. рисунок). Атмосфера разделяется на горизонтальные слои, в каждом из которых поглощение пропорционально длине пути луча света сквозь слой. Тогда поглощение света в зените будет равно

$$m = m_\mathrm{h} \sin h = 4.9^m.$$



При наличии в атмосфере нескольких поглощающих компонент соответствующие величины поглощения складываются. Из полученной величины 4.9^m на долю чистого атмосферного воздуха приходится 0.2^m. Остальные 4.7^m (обозначим эту величину m_S) связаны с дымом.

Как известно, поглощение на 1^m соответствует уменьшению яркости в $10^{0.4}$ или 2.512 раза. Учитывая это, мы можем перевести величину m_S в значение вертикальной оптической толщины дыма:

$$\tau_S = \ln(10^{0.4 \cdot m_S}) = \ln(10^{0.4}) \cdot m_S = 0.921 \cdot m_S = 4.3.$$

Смысл данной величины в данном случае заключается в том, что среднее число дымовых частиц, которые окажутся на пути вертикального луча света, составляет 4.3.

Каждая частица дыма создает для излучения заслон площадью $\sigma = \pi r^2$, где r – радиус частицы. Над площадью S на поверхности Земли будет находиться N частиц с выполнением условия:

$$N \cdot \sigma = S \cdot \tau_\mathrm{S},$$

то есть, дымовые частицы будут «накрывать» поверхность Земли 4.3 слоями. Отсюда мы получаем

$$N = \frac{S \cdot \tau_S}{\sigma} = \frac{S \cdot \tau_S}{\pi r^2}.$$

Чтобы получить суммарную массу, нужно полученное число умножить на массу одной частицы:

$$M = N \cdot \frac{4}{3}\pi\rho r^3 = \frac{4}{3}S \cdot \tau_S \cdot \rho \cdot r.$$

Здесь ρ – плотность частиц. Подставляя численные данные, получаем 1.7 грамм на один квадратный метр поверхности Земли. Столь небольшая масса дыма создает сильный оптический (и не только) эффект благодаря тому, что эта масса распределена среди огромного количества мелких частиц.

4. Условие. Двойная звезда состоит из одинаковых компонент солнечного типа, обращающихся по круговой орбите вокруг общего центра масс. Система является затменной переменной, а линия водорода Hα (6563 Å) каждые 5 лет сначала раздваивается на 1.0 Å, а потом вновь сливается воедино. Чему равно расстояние между звездами?

4. Решение. Так как система является затменной переменной, звезды периодически оказываются на одном луче зрения одна за другой. При этом звезды не являются гигантами, а система – не тесная (на это указывает период спектральных изменений). Следовательно, плоскость орбит звезд образует малый угол с лучом зрения. Во время затмений звезды будут иметь равные лучевые скорости относительно Земли, и линии от обеих звезд в спектре системы сольются воедино. Однако, через четверть орбитального периода одна из звезд будет двигаться с орбитальной скоростью v в сторону Земли, а другая – с той же скоростью от Земли. Разница их лучевых скоростей составит $2v$. Разница наблюдаемых длин волн линии Hα в спектрах звезд составит

$$\Delta\lambda = \lambda \cdot (1 + \frac{v}{c}) - \lambda \cdot (1 - \frac{v}{c}) = \lambda \cdot \frac{2v}{c}.$$

Здесь λ – длина волны линии Hα, c – скорость света. Отсюда можно вычислить орбитальную скорость звезд:

$$v = c\frac{\Delta\lambda}{2\lambda},$$

что составляет 23 км/с. Максимальное расхождение линий наблюдается дважды за орбитальный период T, который, таким образом, составляет 10 лет. Радиус орбиты каждой из звезд составляет

$$R = \frac{v \cdot T}{2\pi} = 7.7\ а.е.$$

Расстояние между звездами есть удвоенная величина радиуса – около 15 а.е. Система действительно не является тесной, расстояние между звездами значительно больше их размеров.

5. Условие. Угловой диаметр звезды Бетельгейзе составляет 0.047″, а ее болометрическая звездная величина -2^m. Найти эффективную температуру Бетельгейзе.

5. Решение. См. задачу 5 для 10 класса.

6. Условие. Скопление галактик имеет видимый диаметр 1° и состоит из 1000 галактик, похожих на нашу Галактику. Красное смещение скопления равно 0.1. Оцените, с какой частотой в этом скоплении будут происходить столкновения галактик.

6. Решение. Красное смещение скопления галактик z сравнительно невелико. Скорость удаления скопления от нас составляет

$$v = c \cdot z = 30000 \text{ км/с}.$$

Здесь c – скорость света. По закону Хаббла мы можем определить расстояние до скопления

$$L = \frac{v}{H} = \frac{c \cdot z}{H}.$$

Здесь H – постоянная Хаббла. Расстояние получается равным 420 Мпк. Считая для простоты скопление шарообразным, мы можем также определить его радиус:

$$R = \frac{L \cdot \delta}{2} = \frac{c \cdot z \cdot \delta}{2H}.$$

Здесь δ – угловой диаметр скопления, выраженный в радианах. Радиус скопления галактик равен 3.5 Мпк или 10^{23} м.

Скопления галактик гравитационно связаны. Этот факт позволяет нам оценить характерные скорости галактик в скоплении как примерно равные первой космической скорости на краю скопления:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{GNm}{R}}.$$

Здесь M – масса всего скопления, N – число галактик в нем, m – масса одной галактики. Так как по условию задачи галактики похожи на нашу Галактику, примем их массу за 10^{12} масс Солнца или $2 \cdot 10^{42}$ кг. Величина скорости получается равной около 1000 км/с. Направления движения галактик самые разные, и характерную относительную скорость галактик друг мимо друга мы можем считать такой же.

Для оценки частоты столкновений примем, что радиус каждой галактики r составляет 20 кпк или $6 \cdot 10^{20}$ м. Это подходит и к спиральным галактикам наподобие нашей, так как они имеют сферическое гало подобного радиуса. Для того, чтобы произошло столкновение, центрам галактик достаточно оказаться на расстоянии $2r$ друг от друга. Поэтому для вычисления частоты столкновений одной конкретной галактики со всеми другими мы можем принять ее радиус равным $2r$ и скорость v, а остальные галактики считать точечными и неподвижными. Концентрация этих галактик составит

$$n = \frac{N}{V_0} = \frac{3N}{4\pi R^3}.$$

Здесь V_0 – объем скопления галактик. За время T галактика, которую мы рассматриваем, в своем движении прочертит цилиндр с объемом

$$V = 4\pi r^2 vT.$$

Характерное время столкновения для одной галактики – это такая величина T, при котором в объем V попадет ровно одна другая (точечная) галактика, то есть:

$$n \cdot V = 4\pi r^2 vT \frac{3N}{4\pi R^3} = 1.$$

Отсюда

$$T = \frac{R^3}{3Nr^2 v}.$$

Численная подстановка дает нам значение 10^{18} секунд или $3 \cdot 10^{10}$ лет. По порядку величины это сравнимо с возрастом Вселенной. Однако данный временной отрезок характеризует лишь столкновения одной конкретной галактики со всеми остальными. Если же просуммировать все возможные попарные столкновения галактик, то, очевидно, они будут происходить в (N/2) раз чаще. Характерный интервал между столкновениями составит

$$T_0 = \frac{2T}{N} = \frac{2R^3}{3N^2 r^2 v}$$

или $6 \cdot 10^7$ лет. Это уже значительно меньше характерного возраста Вселенной и самих галактик. Поэтому столкновения происходят в скоплении в достаточно большом количестве. Более того, само время столкновения (равное $4r/v$) имеет тот же порядок величины. Следовательно, с большой вероятностью в настоящий момент в скоплении протекает хотя бы одно столкновение галактик.