

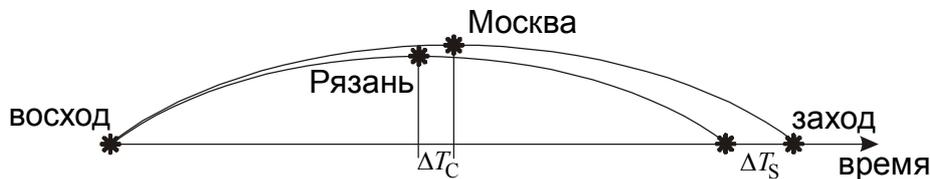
Всероссийская олимпиада школьников по астрономии – 2012
Региональный этап

9 класс

1. Условие. Некоторая далекая звезда одновременно вошла над горизонтом в Москве (широта $55^{\circ}45'$, долгота $37^{\circ}37'$) и в Рязани (широта $54^{\circ}37'$, долгота $39^{\circ}42'$). В каком из этих городов звезда дольше будет находиться над горизонтом и на сколько времени?

1. Решение. Долготы Москвы и Рязани несколько отличаются, и моменты верхней кульминации данной звезды, которая последует через некоторое время после ее восхода, также будут отличаться. Рязань (долгота λ_1) находится восточнее Москвы (долгота λ_2), и там звезда кульминирует раньше. Промежуток времени между кульминациями звезды в Рязани и Москве составит

$$\Delta T_C = T_0 (\lambda_1 - \lambda_2) / 360^{\circ} = 8\text{м } 19\text{с}.$$



Здесь T_0 – период вращения Земли ($23\text{ч}56\text{м}04\text{с}$). Промежуток времени между восходом и верхней кульминацией звезды равен промежутку времени между верхней кульминацией и заходом. Восход звезды произошел в Москве и Рязани одновременно, следовательно, в Рязани заход произойдет раньше, чем в Москве, а разница по времени составит

$$\Delta T_S = 2 \Delta T_C = 16\text{м } 38\text{с}.$$

2. Условие. Луна постепенно удаляется от Земли, и через несколько миллиардов лет период смены ее фаз увеличится до 54 современных суток. Каков будет средний угловой диаметр Луны при наблюдении с Земли у горизонта?

2. Решение. Обозначим синодический период Луны в далеком будущем через S , и вычислим ее сидерический период T :

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{S} + \frac{1}{T_E}.$$

Здесь T_E – период обращения Земли вокруг Солнца. Период обращения Луны вокруг Земли составит 47 суток. Сравнивая его с нынешним периодом обращения Луны T_0 , получаем величину радиуса орбиты Луны в далеком будущем:

$$R = R_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{2/3} = 1.44 R_0$$

или 552 тысячи километров. Угловой диаметр Луны при наблюдении у горизонта составит

$$\delta = d / R = \delta_0 / 1.44$$

или $21.5'$. Здесь d – диаметр Луны, а δ_0 – ее современный видимый диаметр у горизонта.

3. Условие. На каких широтах на Земле высота незаходящего Солнца в течение суток может изменяться ровно в два раза? Рефракцией и видимыми размерами Солнца пренебречь.

3. Решение. По условию задачи, Солнце является незаходящим светилом, а его высота в верхней кульминации вдвое больше, чем высота в нижней кульминации (обе величины – положительные). Очевидно, картина может наблюдаться в приполярных широтах. Запишем выражения для высоты светила в верхней и нижней кульминации, справедливые для обоих полушарий Земли:

$$\begin{aligned}h_{\text{В}} &= 90^\circ - |\delta - \varphi|, \\h_{\text{Н}} &= -90^\circ + |\delta + \varphi|.\end{aligned}$$

Здесь δ – склонение светила, φ – широта места наблюдения. По условию задачи

$$90^\circ - |\delta - \varphi| = 2 \cdot (-90^\circ + |\delta + \varphi|) = -180^\circ + 2|\delta + \varphi|.$$

Отсюда мы получаем:

$$2|\delta + \varphi| + |\delta - \varphi| = 270^\circ.$$

Для решения этого уравнения необходимо рассмотреть несколько случаев, учитывая, что дело заведомо происходит вблизи полюсов Земли. Если предположить, что широта φ положительна, то при любых возможных склонениях Солнца (не превышающих по модулю величину ε , равную 23.4°) величина $(\delta + \varphi)$ положительна, а величина $(\delta - \varphi)$ отрицательна. Тогда мы имеем

$$\begin{aligned}3\varphi + \delta &= 270^\circ, \\ \varphi &= 90^\circ - \delta/3.\end{aligned}$$

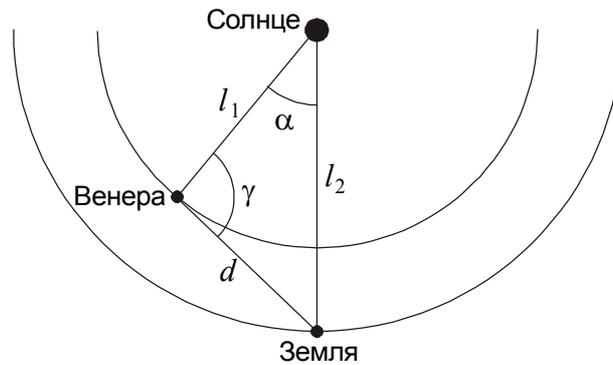
Учитывая, что широта не может превышать 90° , а модуль склонения – величину ε , получаем, что картина, описанная в условии задачи, может наблюдаться на широтах от $(90^\circ - \varepsilon/3)$ до 90° , т.е. от 82.2° до 90° .

Аналогичным образом, предполагая, что широта места наблюдения отрицательна, и раскрывая знак модуля в уравнениях, получаем диапазон широт в южном полушарии: от -90° до -82.2° .

4. Условие. В 2012 году произойдут несколько интересных событий, связанных с Венерой. В частности, 3 апреля планета пройдет по звездному скоплению Плеяды, а 6 июня – по диску Солнца. Нарисуйте (в одном масштабе), как будет выглядеть Венера в телескоп (с прямым изображением) во время этих событий при наблюдении из средних широт северного полушария. Каковы будут видимый диаметр и фаза Венеры в эти дни? Орбиты Венеры и Земли считать круговыми и лежащими в одной плоскости.

4. Решение. Прохождение Венеры по диску Солнца может происходить только в нижнем соединении Венеры. Прохождение Венеры по звездному скоплению Плеяды наступит 3 апреля, за 64 дня до прохождения по диску Солнца. Эта величина составляет $64/584$ часть синодического периода Венеры. Учитывая, что орбиты Венеры и Земли близки к круговым, получаем разность гелиоцентрических долгот Земли и Венеры 3 апреля:

$$\alpha = 360^\circ \cdot (64/584) = 39.5^\circ.$$



На рисунке видно, что Венера в день прохождения по Плеядам будет вблизи своей наибольшей восточной элонгации. Расстояние между Венерой и Землей может быть вычислено по теореме косинусов

$$d^2 = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos \alpha$$

и составляет 0.64 а.е. Похожее значение (0.69 а.е.) мы бы получили из теоремы Пифагора, предположив, что Венера находится в точности в наибольшей восточной элонгации. Здесь l_1 и l_2 – расстояния Венеры и Земли от Солнца. Угловой диаметр Венеры составляет

$$\delta = D / d = 26''.$$

Здесь D – диаметр Венеры. Приближенное значение для случая наибольшей восточной элонгации равно $24''$. Угол γ с вершиной в центре Венеры, образованный направлениями на Солнце и Землю, также вычисляется из теоремы косинусов:

$$\cos \gamma = (l_1^2 + d^2 - l_2^2) / 2l_1 d.$$

Подставляя численные значения, мы получаем 94.4° . Если бы Венера находилась в точке наибольшей восточной элонгации, этот угол был бы равен 90° . Величина фазы Венеры составляет

$$F = (1 + \cos \gamma) / 2 = 0.46.$$

В момент наибольшей восточной элонгации фаза равна 0.5. Венера выглядит как половина диска (точнее, чуть уже), выпуклостью вправо.

В день прохождения по диску Солнца фаза Венеры равна нулю, а угловой диаметр составляет

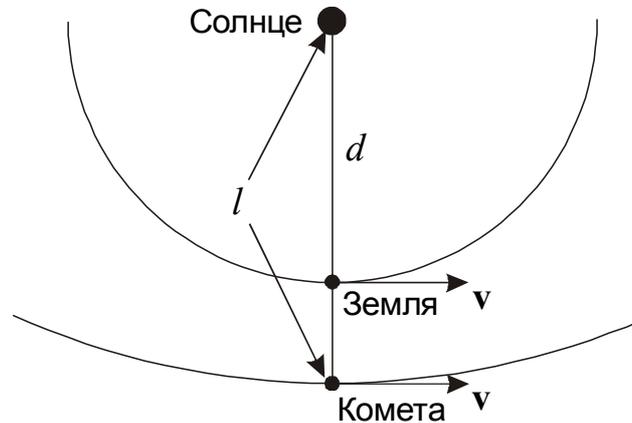
$$\delta = D / (l_2 - l_1) = 60''.$$

Венера в дни прохождения по Плеядам и по диску Солнца в едином масштабе будет выглядеть следующим образом:



5. Условие. Пролетая точку перигелия орбиты, комета оказывается в противостоянии с Солнцем и одновременно «останавливается» в своем видимом движении среди звезд. Каков эксцентриситет ее орбиты, если в это время она находится на том же расстоянии от Солнца, что и Марс? Орбиты Земли и Марса считать круговыми, комета движется в плоскости эклиптики.

5. Решение. В момент, описанный в условии задачи, комета проходит точку перигелия своей орбиты, то есть, движется в пространстве перпендикулярно направлению на Солнце и Землю (учтем, что комета располагается в плоскости эклиптики и для наблюдателей на Земле проходит точку противостояния с Солнцем).



Земля находится на одной линии с Солнцем и кометой и также движется перпендикулярно этой линии. По условию задачи, на небе Земли комета в этот момент не движется относительно звезд. Следовательно, скорости движения Земли и кометы, направленные вдоль параллельных линий, совпадают по величине:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{d}}.$$

Здесь M – масса Солнца, d – расстояние от Солнца до Земли. Комета находится в перигелии на расстоянии l от Солнца. Для ее скорости справедливо выражение

$$v = \sqrt{\frac{GM}{l}}(1 + e).$$

Отсюда мы получаем:

$$e = (l/d) - 1 = 0.52.$$

6. Условие. Представьте себе, что радиус звездного диска нашей Галактики изображен размером в радиус Земли. Какого размера станут звезды в этом масштабе?

6. Решение. Радиус звездного диска Галактики составляет около 15 кпк, в то время как радиус Земли около 6400 км. Вспомним, что 1 парсек включает в себя примерно 200 000 а.е. или $3 \cdot 10^{13}$ км. Самые большие звезды имеют размер около 1000 радиусов Солнца, в то время как маленькие звезды – белые карлики, величиной с Землю, т.е. около 0.01 радиуса Солнца. Посчитаем, какого они станут размера. Солнце будет иметь радиус

$$\frac{6.4 \cdot 10^3}{1.5 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{13}} 7 \cdot 10^5 \text{ км} \approx 10^{-8} \text{ км} = 10 \text{ мкм}.$$

Тогда самые большие звезды будут иметь радиус 10 мм, а самые маленькие – всего 0.1 мкм.