

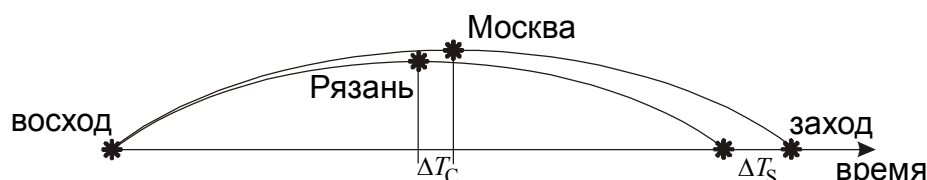
**Всероссийская олимпиада школьников по астрономии – 2012**  
**Региональный этап**

**9 класс**

**1. Условие.** Некоторая далекая звезда одновременно вошла над горизонтом в Москве (широта  $55^{\circ}45'$ , долгота  $37^{\circ}37'$ ) и в Рязани (широта  $54^{\circ}37'$ , долгота  $39^{\circ}42'$ ). В каком из этих городов звезда дольше будет находиться над горизонтом и на сколько времени?

**1. Решение.** Долготы Москвы и Рязани несколько отличаются, и моменты верхней кульминации данной звезды, которая последует через некоторое время после ее восхода, также будут отличаться. Рязань (долгота  $\lambda_1$ ) находится восточнее Москвы (долгота  $\lambda_2$ ), и там звезда кульминирует раньше. Промежуток времени между кульминациями звезды в Рязани и Москве составит

$$\Delta T_C = T_0 (\lambda_1 - \lambda_2) / 360^{\circ} = 8\text{м } 19\text{с}.$$



Здесь  $T_0$  – период вращения Земли ( $23\text{ч}56\text{м}04\text{с}$ ). Промежуток времени между восходом и верхней кульминацией звезды равен промежутку времени между верхней кульминацией и заходом. Восход звезды произошел в Москве и Рязани одновременно, следовательно, в Рязани заход произойдет раньше, чем в Москве, а разница по времени составит

$$\Delta T_S = 2 \Delta T_C = 16\text{м } 38\text{с}.$$

**2. Условие.** Луна постепенно удаляется от Земли, и через несколько миллиардов лет период смены ее фаз увеличится до 54 современных суток. Каков будет средний угловой диаметр Луны при наблюдении с Земли у горизонта?

**2. Решение.** Обозначим синодический период Луны в далеком будущем через  $S$ , и вычислим ее сидерический период  $T$ :

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{S} + \frac{1}{T_E}.$$

Здесь  $T_E$  – период обращения Земли вокруг Солнца. Период обращения Луны вокруг Земли составит 47 суток. Сравнивая его с нынешним периодом обращения Луны  $T_0$ , получаем величину радиуса орбиты Луны в далеком будущем:

$$R = R_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{2/3} = 1.44 R_0$$

или 552 тысячи километров. Угловой диаметр Луны при наблюдении у горизонта составит

$$\delta = d / R = \delta_0 / 1.44$$

или  $21.5'$ . Здесь  $d$  – диаметр Луны, а  $\delta_0$  – ее современный видимый диаметр у горизонта.

**3. Условие.** На каких широтах на Земле высота незаходящего Солнца в течение суток может изменяться ровно в два раза? Рефракцией и видимыми размерами Солнца пренебречь.

**3. Решение.** По условию задачи, Солнце является незаходящим светилом, а его высота в верхней кульминации вдвое больше, чем высота в нижней кульминации (обе величины – положительные). Очевидно, картина может наблюдаться в приполярных широтах. Запишем выражения для высоты светила в верхней и нижней кульминации, справедливые для обоих полушарий Земли:

$$\begin{aligned}h_{\text{В}} &= 90^\circ - |\delta - \varphi|, \\h_{\text{Н}} &= -90^\circ + |\delta + \varphi|.\end{aligned}$$

Здесь  $\delta$  – склонение светила,  $\varphi$  – широта места наблюдения. По условию задачи

$$90^\circ - |\delta - \varphi| = 2 \cdot (-90^\circ + |\delta + \varphi|) = -180^\circ + 2|\delta + \varphi|.$$

Отсюда мы получаем:

$$2|\delta + \varphi| + |\delta - \varphi| = 270^\circ.$$

Для решения этого уравнения необходимо рассмотреть несколько случаев, учитывая, что дело заведомо происходит вблизи полюсов Земли. Если предположить, что широта  $\varphi$  положительна, то при любых возможных склонениях Солнца (не превышающих по модулю величину  $\varepsilon$ , равную  $23.4^\circ$ ) величина  $(\delta + \varphi)$  положительна, а величина  $(\delta - \varphi)$  отрицательна. Тогда мы имеем

$$\begin{aligned}3\varphi + \delta &= 270^\circ, \\ \varphi &= 90^\circ - \delta/3.\end{aligned}$$

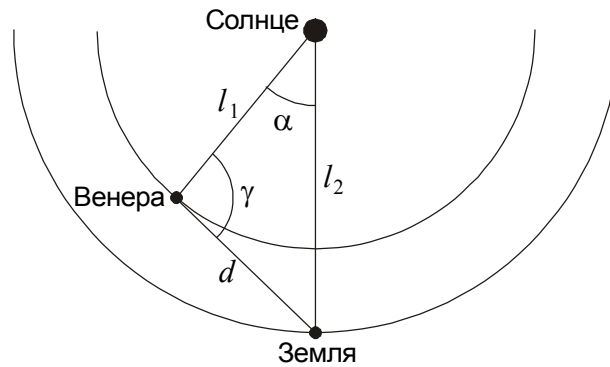
Учитывая, что широта не может превышать  $90^\circ$ , а модуль склонения – величину  $\varepsilon$ , получаем, что картина, описанная в условии задачи, может наблюдаться на широтах от  $(90^\circ - \varepsilon/3)$  до  $90^\circ$ , т.е. от  $82.2^\circ$  до  $90^\circ$ .

Аналогичным образом, предполагая, что широта места наблюдения отрицательна, и раскрывая знак модуля в уравнениях, получаем диапазон широт в южном полушарии: от  $-90^\circ$  до  $-82.2^\circ$ .

**4. Условие.** В 2012 году произойдут несколько интересных событий, связанных с Венерой. В частности, 3 апреля планета пройдет по звездному скоплению Плеяды, а 6 июня – по диску Солнца. Нарисуйте (в одном масштабе), как будет выглядеть Венера в телескоп (с прямым изображением) во время этих событий при наблюдении из средних широт северного полушария. Каковы будут видимый диаметр и фаза Венеры в эти дни? Орбиты Венеры и Земли считать круговыми и лежащими в одной плоскости.

**4. Решение.** Прохождение Венеры по диску Солнца может происходить только в нижнем соединении Венеры. Прохождение Венеры по звездному скоплению Плеяды наступит 3 апреля, за 64 дня до прохождения по диску Солнца. Эта величина составляет  $64/584$  часть синодического периода Венеры. Учитывая, что орбиты Венеры и Земли близки к круговым, получаем разность гелиоцентрических долгот Земли и Венеры 3 апреля:

$$\alpha = 360^\circ \cdot (64/584) = 39.5^\circ.$$



На рисунке видно, что Венера в день прохождения по Плеядам будет вблизи своей наибольшей восточной элонгации. Расстояние между Венерой и Землей может быть вычислено по теореме косинусов

$$d^2 = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos \alpha$$

и составляет 0.64 а.е. Похожее значение (0.69 а.е.) мы бы получили из теоремы Пифагора, предположив, что Венера находится в точности в наибольшей восточной элонгации. Здесь  $l_1$  и  $l_2$  – расстояния Венеры и Земли от Солнца. Угловой диаметр Венеры составляет

$$\delta = D / d = 26''.$$

Здесь  $D$  – диаметр Венеры. Приближенное значение для случая наибольшей восточной элонгации равно  $24''$ . Угол  $\gamma$  с вершиной в центре Венеры, образованный направлениями на Солнце и Землю, также вычисляется из теоремы косинусов:

$$\cos \gamma = (l_1^2 + d^2 - l_2^2) / 2l_1 d.$$

Подставляя численные значения, мы получаем  $94.4^\circ$ . Если бы Венера находилась в точке наибольшей восточной элонгации, этот угол был бы равен  $90^\circ$ . Величина фазы Венеры составляет

$$F = (1 + \cos \gamma) / 2 = 0.46.$$

В момент наибольшей восточной элонгации фаза равна 0.5. Венера выглядит как половина диска (точнее, чуть уже), выпуклостью вправо.

В день прохождения по диску Солнца фаза Венеры равна нулю, а угловой диаметр составляет

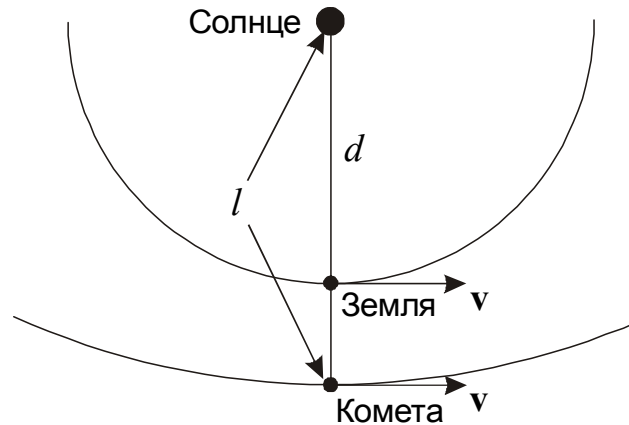
$$\delta = D / (l_2 - l_1) = 60''.$$

Венера в дни прохождения по Плеядам и по диску Солнца в едином масштабе будет выглядеть следующим образом:



**5. Условие.** Пролетая точку перигелия орбиты, комета оказывается в противостоянии с Солнцем и одновременно «останавливается» в своем видимом движении среди звезд. Каков эксцентриситет ее орбиты, если в это время она находится на том же расстоянии от Солнца, что и Марс? Орбиты Земли и Марса считать круговыми, комета движется в плоскости эклиптики.

**5. Решение.** В момент, описанный в условии задачи, комета проходит точку перигелия своей орбиты, то есть, движется в пространстве перпендикулярно направлению на Солнце и Землю (учтем, что комета располагается в плоскости эклиптики и для наблюдателей на Земле проходит точку противостояния с Солнцем).



Земля находится на одной линии с Солнцем и кометой и также движется перпендикулярно этой линии. По условию задачи, на небе Земли комета в этот момент не движется относительно звезд. Следовательно, скорости движения Земли и кометы, направленные вдоль параллельных линий, совпадают по величине:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{d}}.$$

Здесь  $M$  – масса Солнца,  $d$  – расстояние от Солнца до Земли. Комета находится в перигелии на расстоянии  $l$  от Солнца. Для ее скорости справедливо выражение

$$v = \sqrt{\frac{GM}{l}}(1 + e).$$

Отсюда мы получаем:

$$e = (l/d) - 1 = 0.52.$$

**6. Условие.** Представьте себе, что радиус звездного диска нашей Галактики изображен размером в радиус Земли. Какого размера станут звезды в этом масштабе?

**6. Решение.** Радиус звездного диска Галактики составляет около 15 кпк, в то время как радиус Земли около 6400 км. Вспомним, что 1 парсек включает в себя примерно 200 000 а.е. или  $3 \cdot 10^{13}$  км. Самые большие звезды имеют размер около 1000 радиусов Солнца, в то время как маленькие звезды – белые карлики, величиной с Землю, т.е. около 0.01 радиуса Солнца. Посчитаем, какого они станут размера. Солнце будет иметь радиус

$$\frac{6.4 \cdot 10^3}{1.5 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{13}} 7 \cdot 10^5 \text{ км} \approx 10^{-8} \text{ км} = 10 \text{ мкм}.$$

Тогда самые большие звезды будут иметь радиус 10 мм, а самые маленькие – всего 0.1 мкм.