ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

9 класс

IX. 1 ОРИОН НА ГОРИЗОНТЕ

О.С. Угольников

? Созвездие Ориона занимает область неба со склонением от –11° до +23°. На каких широтах на Земле это созвездие постоянно находится на горизонте (часть созвездия – над горизонтом, часть – под ним)? Атмосферной рефракцией пренебречь.

! Так как экваториальное созвездие Ориона имеет примерно прямоугольную форму и занимает сравнительно небольшой интервал по прямым восхождениям, описанная в условии ситуация может иметь место, если в созвездии есть как невосходящие, так и незаходящие точки. Очевидно, что решение имеет смысл искать вблизи полюсов Земли. Рассмотрим окрестности Северного полюса. Пусть δ_1 – склонение самой северной точки созвездия, δ_2 – склонение самой южной его точки. Запишем условие, при котором нижняя кульминация первой точки будет над горизонтом, а верхняя кульминация второй точки – под горизонтом:

$$h_{\text{Н}1} = -90° + \varphi + \delta_1 > 0,$$
$$h_{\text{В}2} = 90° - \varphi + \delta_2 < 0.$$

Решая эту систему неравенств, получаем ограничение для широты: $\varphi > 67°$ из первого неравенства и $\varphi > 79°$ из второго неравенства. В итоге, в северной полярной области условие задачи будет выполнено за параллелью 79° с.ш. Чтобы получить решение в южном полушарии, нужно, напротив, записать уравнение для высоты верхней кульминации точки со склонением δ_1 и высоты нижней кульминации точки со склонением δ_2:

$$h_{\text{В}1} = 90° + \varphi - \delta_1 < 0,$$
$$h_{\text{Н}2} = -90° - \varphi - \delta_2 > 0.$$

В итоге мы получаем: $\varphi < -79°$. Этот ответ можно было получить сразу, указав, что раз созвездие Ориона находится на горизонте вблизи Северного полюса, на широте больше 79°, то оно будет также находиться на горизонте в противоположной точке Земли с такой же по модулю отрицательной широтой. В итоге, условие задачи выполняется на широтах от –90° до –79° и от +79° до +90°.

IX/X. 2 ШАГОВЫЙ ДВИГАТЕЛЬ

А.М. Татарников

? На экваториальной монтировке установлен шаговый двигатель, отвечающий за суточное ведение телескопа. Угол, на который поворачивается ось двигателя при шаге, составляет 2°. С какой частотой надо осуществлять шаги, если для передачи вращения от оси двигателя на полярную ось телескопа используется два последовательно установленных редуктора (системы шестеренок, уменьшающих угловую скорость) – основной с передаточным числом 1:360 и дополнительный с передаточным числом 1:5?

! Обозначим угол поворота оси двигателя при шаге как γ. Полярная ось телескопа присоединена к двигателю через два редуктора с передаточными числами k_1 и k_2. Угол, на который при шаге повернется телескоп, составит $\gamma \cdot k_1 k_2$ (это составит 4″). Частота шагов ν должна быть такой, чтобы получившаяся угловая скорость была равна угловой скорости вращения Земли (или видимого вращения небесной сферы):

$$\nu \cdot \gamma \cdot k_1 \cdot k_2 = \omega = 360°/T.$$

Здесь T – период вращения Земли (звездные сутки). Отсюда получаем выражение для частоты:

$$\nu = \frac{360^{\circ}}{\gamma\, k_1 k_2 T} = 3.76 \text{ Гц}.$$

IX. 3 ДАЛЕКИЙ КОРАБЛЬ

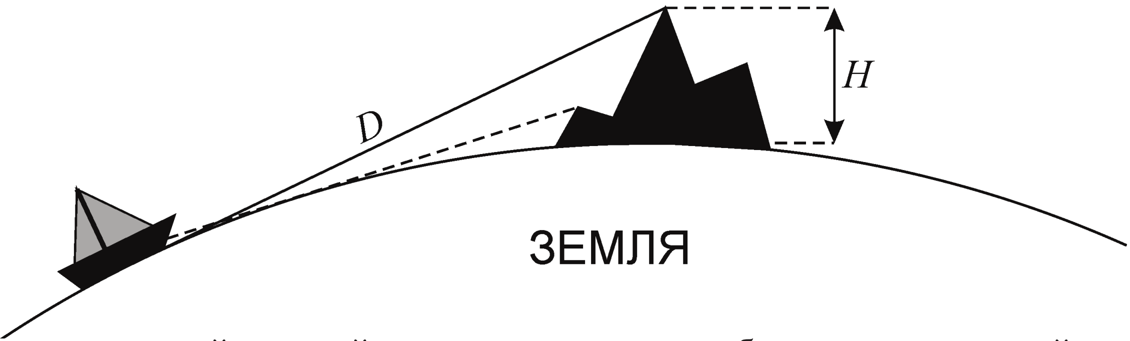
О.С. Угольников

? Находясь на вершине горы над морем, наблюдатель видит небольшой корабль у горизонта. Различая форму корабля, он видит, что его нижняя надводная часть скрыта за горизонтом. Найдите максимально возможную высоту горы, если размер корабля составляет 20 метров. Атмосферной рефракцией и искажениями пренебречь.

! Предел углового разрешения человеческого глаза составляет примерно 1′. Раз наблюдатель различает форму корабля, его угловой размер должен быть в несколько раз (можно считать, в 3 раза) больше, то есть не меньше 3′ или 10^{-3} радиан. Это может быть, если расстояние до корабля D не больше его размеров, умноженных на 1000, то есть 20 километров.

Определим предельную высоту горы H, с которой поверхность воды у корабля будет видна на самом горизонте:

$$H = \sqrt{R^2 + D^2} - R \approx \frac{D^2}{2R} = 30 \text{ м}.$$



Это и есть искомый верхний предел, так как при наблюдении с меньшей высоты нижняя часть корабля не будет видна над морем, а с большей высоты корабль будет полностью виден ближе видимого горизонта.

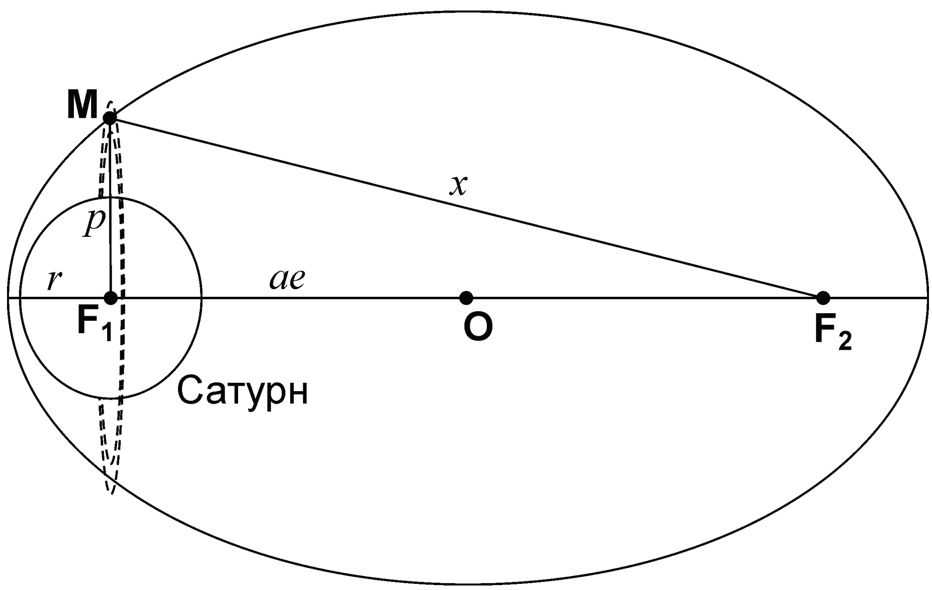
IX/X - 4 СКВОЗЬ КОЛЬЦА САТУРНА

Е.Н. Фадеев

? Космический корабль прошел точку перисатурния над полюсом Сатурна на расстоянии его экваториального радиуса от центра планеты, после чего пролетел сквозь щель Энке (радиус 1.34·10⁵ км) в кольцах. Определите расстояние апосатурния этого корабля. Останется ли аппарат искусственным спутником Сатурна?

***10 класс*: Решить задачу также для аппарата, пролетающего сквозь щель Гюйгенса (радиус 1.17·10⁵ км).**

! Как известно, из-за быстрого вращения планета Сатурн заметно сжата, ее полярный радиус на 10% меньше экваториального. Поэтому корабль мог пролететь над полюсом на столь близком расстоянии от центра планеты. Он двигался относительно Сатурна по одному из конических сечений: эллипсу, параболе или гиперболе. Предположим, что корабль двигался по эллипсу. Кольца Сатурна расположены в плоскости его экватора. Поэтому в этом эллипсе нам известно расстояние перисатурния r и фокальный параметр p – длина отрезка, перпендикулярного большой оси эллипса, соединяющего фокус $\mathbf{F_1}$ с точкой эллипса **M**.



Расстояние перисатурния r есть $a(1-e)$, а расстояние от каждого из фокусов эллипса до его центра (точка **O**) равно ae, где a – большая полуось эллипса, e – его эксцентриситет. Сумма расстояний от каждой точки эллипса до его фокусов равна $2a$. Это относится и к точке **M**, в которой аппарат пролетел сквозь щель в кольцах:

$$2a = p + x = p + \sqrt{p^2 + 4a^2e^2}.$$

Решая это уравнение, мы получаем:

$$p = a\,(1 - e^2) = r\,(1 + e),$$
$$e = (p/r) - 1.$$

Подставляя в качестве p радиус щели Энке, получаем величину e, равную примерно 1.2. Таким образом, эта орбита не является эллиптической, и аппарат покинет окрестности Сатурна.

Далее – только для 10 класса:

Второй аппарат, пролетевший через щель Гюйгенса, действительно двигается по эллиптической орбите с эксцентриситетом 0.94. Расстояние апосатурния этого корабля составит:

$$R = a\,(1+e) = r\,\frac{1+e}{1-e} = \frac{r\,p}{2r - p}.$$

Получается, что аппарат, прошедший через щель Гюйгенса, должен удалиться от Сатурна на $1.96 \cdot 10^6$ км. На таком, и даже на большем расстоянии располагаются естественные спутники планеты. Значит, такой аппарат останется спутником Сатурна.

IX. 5 КРУГОВЫЕ ОРБИТЫ

О.С. Угольников

? Предположим, что орбиты Земли (вокруг Солнца) и Луны (вокруг Земли) стали круговыми, при этом их большие полуоси (радиусы) не изменились. Будут ли тогда на Земле наблюдаться полные солнечные затмения?

! Рассмотрим конфигурацию, наиболее выгодную для наступления полной фазы солнечного затмения: наблюдения происходят вблизи экватора, а Солнце и Луна располагаются в зените. Наблюдатель находится на один экваториальный радиус ближе к обоим светилам, чем центр Земли. Для более далекого Солнца это практически не скажется на его видимом диаметре, а вот угловые размеры Луны заметно увеличатся. Определим величину видимых диаметров Солнца и Луны:

$$\delta_{1,2} = \frac{d_{1,2}}{L_{1,2} - R}.$$

Здесь d – пространственный диаметр светила, L – расстояние между его центром и центром Земли, R – экваториальный радиус Земли. Определив видимые диаметры и переведя их в градусную меру, получаем 31′55″ для Солнца и 31′36″ для Луны. Полных солнечных затмений в этом случае на Земле бы не наблюдалось.

IX. 6 КОМЕТА В НЕБЕ ЗЕМЛИ И МАРСА

О.С. Угольников

? **При наблюдении с Земли Марс располагается в западной квадратуре, а комета – в восточной. С Земли комета имеет звездную величину 7^m, а с Марса 8^m. Каково расстояние от Солнца и Земли до кометы, если известно, что она видна с обеих планет вблизи линии эклиптики? Орбиты Земли и Марса считать круговыми, лежащими в одной плоскости. Поглощением света в атмосферах планет пренебречь.**

! По условию задачи, все четыре тела (Солнце, Земля, Марс и комета) фактически лежат в плоскости эклиптики. Изобразим их на рисунке. Марс и комета находятся в противоположных квадратурах, и Земля располагается около линии, соединяющей Марс и комету. Определим расстояние между Землей и Марсом:

$$d_1 = \sqrt{r_1^2 - r_0^2} = 1.15 \text{ а.е.}$$

Здесь r_0 и r_1 – радиусы орбит Земли и Марса. По условию задачи, с Земли (расстояние d_2) комета выглядит на 1^m ярче, чем с Марса (расстояние d_1+d_2). Соотношение яркостей K равно 2.512, и для расстояний справедливо выражение:

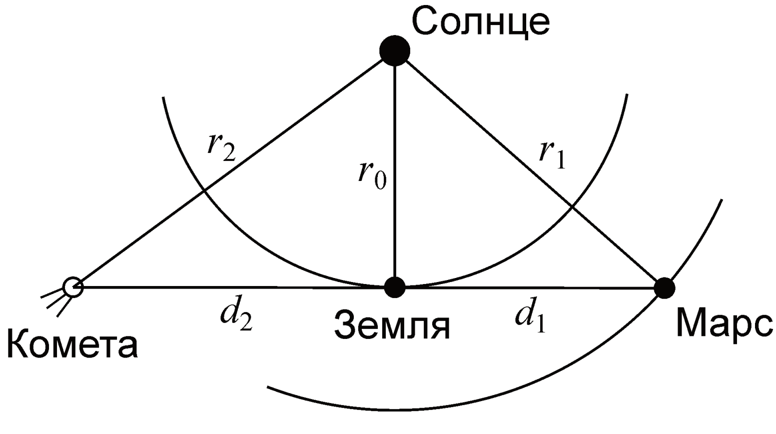
$$\frac{d_1 + d_2}{d_2} = \sqrt{K}.$$

Здесь было учтено, что комета ориентирована одинаково по отношению к наблюдателям на Земле и Марсе. Отсюда

$$d_2 = \frac{d_1}{\sqrt{K} - 1} = 2.0 \text{ а.е.}$$

Расстояние кометы от Солнца равно

$$r_2 = \sqrt{r_0^2 + d_2^2} = 2.2 \text{ а.е.}$$



10 класс

X. 1 ЛУНА НАД ВЕСЕННИМ ОРЛОМ

О.С. Угольников

? 20 марта в Орле в $19^ч36^м$ по московскому времени астрономический азимут Луны составляет 0°. Чему равна ее высота над горизонтом? Параллаксом, наклоном орбиты Луны к эклиптике и уравнением времени пренебречь. Координаты города Орел: 53° с.ш., 36° в.д.

! Переведем долготу Орла λ в часовую меру, получим $2^ч24^м$. Московское время $T_М$ отличается от Всемирного времени UT на 4 часа. Определим среднее солнечное (местное) время действия условия задачи:

$$T = T_М - 4 + \lambda = 18^ч.$$

Картина наблюдается в день весеннего равноденствия. Астрономический азимут Луны составляет 0°, следовательно, она находится в верхней кульминации. Солнце в это же время заходит на западе, следовательно, Луна в этот момент наблюдается в фазе первой четверти в точке летнего солнцестояния. Пренебрегая наклоном орбиты Луны к эклиптике, считаем ее склонение равным ε (примерно 23°). Высота Луны над горизонтом равна

$$h = 90° - \varphi + \varepsilon = 60°.$$

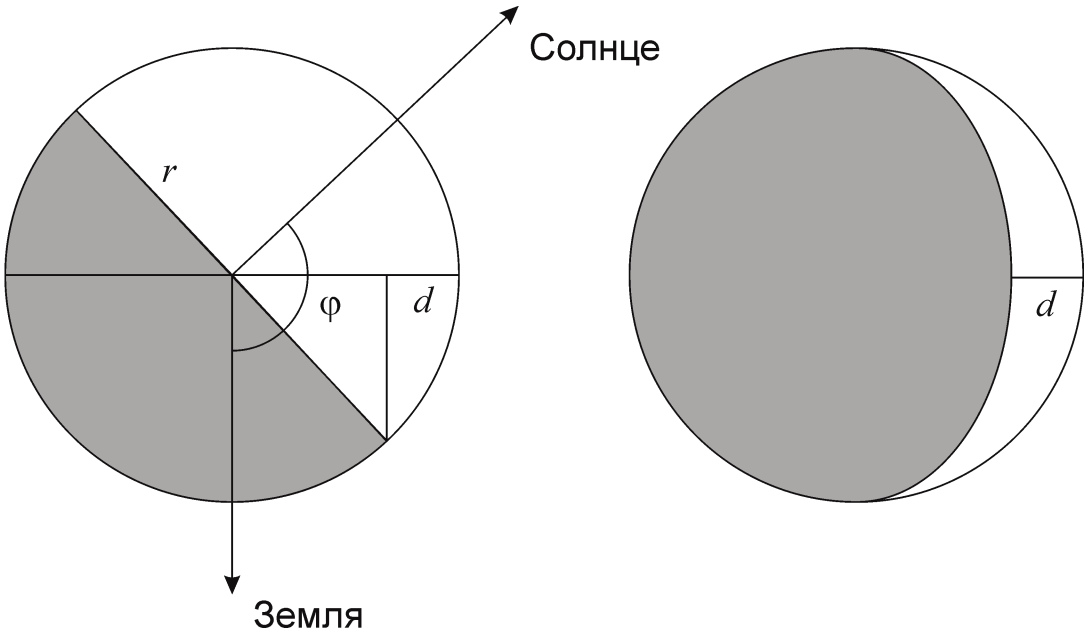
Здесь φ – широта города Орел. В реальности, наклон орбиты Луны к эклиптике может изменять высоту Луны от 55° до 65°. Можно также учесть, что сам момент весеннего равноденствия может отстоять на ±12 часов от времени наблюдения. Однако, положение Солнца на эклиптике нам все равно известно лучше (±0.5°), чем положение Луны (±5°) на меридиане, вследствие чего этим эффектом можно пренебречь.

X. 3 ЧАСТИЧНО ОСВЕЩЕННОЕ ТЕЛО

О.С. Угольников

? Некоторое тело Солнечной системы сферической формы при наблюдении с Земли имеет фазу *F*. Определите максимально возможное расстояние от Земли до данного тела в этот момент. Орбиту Земли считать круговой.

! Как видно из рисунка, фаза сферического тела (доля освещенной части диска или освещенной части диаметра, проходящего через середину терминатора) равна



$$F = \frac{d}{2r} = \frac{1+cos\varphi}{2},$$

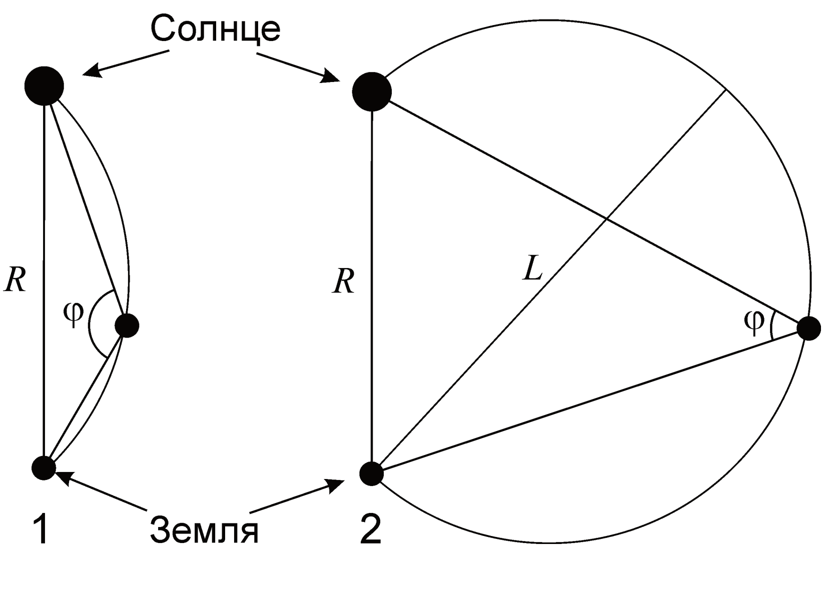
где φ – угол с вершиной в центре тела, образованный направлениями на Солнце и Землю (его еще называют фазовым углом). Для него выполняется очевидное соотношение

$$\varphi = arccos\,(2F - 1).$$

Изобразим Солнце, Землю и наблюдаемое тело (плоскость рисунка не должна обязательно совпадать с плоскостью эклиптики). Обозначим расстояние между Солнцем и Землей через R. Если фаза тела F меньше 0.5, и фазовый угол φ больше 90° (случай 1 на рисунке), то тело должно находиться на малой дуге окружности, описанной около треугольника «Солнце-Земля-тело». Очевидно, что максимально возможное расстояние между Землей и телом L равно R и достигается, если тело находится вблизи Солнца.

В случае 2 (фаза F больше 0.5, фазовый угол φ меньше 90°) тело будет находиться на большой дуге окружности. Максимальное расстояние от Земли L будет равно диаметру этой окружности. Из теоремы синусов имеем:

$$L = \frac{R}{sin\varphi} = \frac{R}{2\sqrt{F(1-F)}}.$$

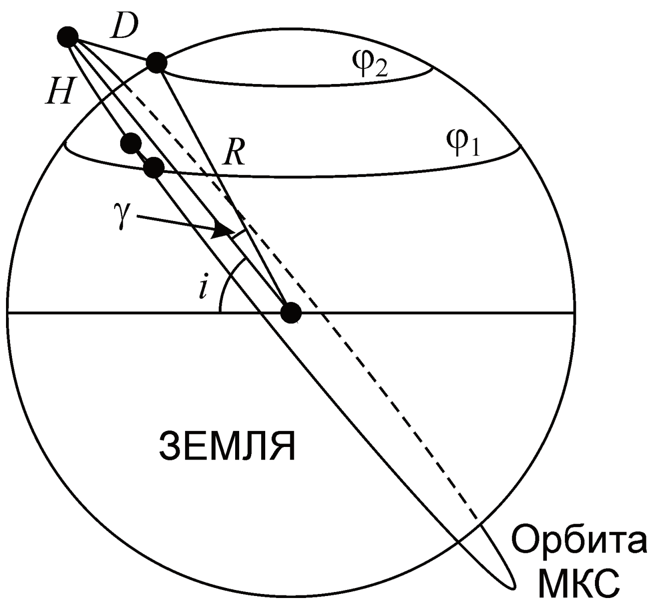


X. 5 МКС НА ЗВЕЗДНОМ НЕБЕ

О.С. Угольников

? Международная космическая станция обращается вокруг Земли по круговой орбите, наклоненной к плоскости экватора на 51°. Сравните максимальный видимый блеск МКС на широтах 46° и 56°. С какой широты МКС может быть ярче и на сколько звездных величин? Высота станции над поверхностью Земли составляет 400 км. Атмосферным ослаблением света пренебречь.

! Яркость Международной космической станции при наблюдении из определенной точки Земли достигает максимума, когда она располагается на минимальном расстоянии (при круговой орбите это соответствует максимальной высоте над горизонтом) и освещена Солнцем. Освещение Солнцем возможно для любого положения станции, а в летние месяцы освещение вблизи северной точки орбиты непрерывно. Поэтому для решения задачи нам достаточно найти соотношение минимальных расстояний от двух точек наблюдения до МКС.



Орбита МКС показана на рисунке. Очевидно, что в зависимости от положения на орбите, станция может проходить над любой точкой Земли с широтами от $-i$ до $+i$, где i – угол наклона орбиты станции к плоскости экватора Земли. Поэтому на широте $\varphi_1=46°$ станция может наблюдаться в зените, находясь на расстоянии, равной высоте орбиты H. На широте $\varphi_2=56°$ такое невозможно. Ближайшее положение станции будет достигаться, когда она окажется в северной точке своей орбиты, а наблюдатель – в ближайшей к ней точке своей параллели. Расстояние между станцией и наблюдателем будет равно

$$D=\sqrt{(R+H)^2+R^2-2R(R+H)\cos\gamma}=$$

$$=\sqrt{2R^2(1-\cos\gamma)+2RH(1-\cos\gamma)+H^2}\approx\sqrt{R^2\gamma^2+H^2}.$$

Здесь угол γ равен разности широты φ_2 и наклонения i. Последнее равенство записано с учетом малости угла γ и представляет собой, по сути, теорему Пифагора, где соответствующая дуга считается прямой линией. Расстояние равно примерно 700 км. При наблюдении с этой широты станция будет выглядеть слабее, соотношение звездных величин равно

$$\Delta m = 2.5\lg\frac{D^2}{H^2} \approx 2.5\lg\left(1+\frac{R^2\gamma^2}{H^2}\right) = 1.2.$$

Х. 6 СПУТНИК СОЛНЦА

О.С. Угольников

? Предположим, у Солнца появилась звезда-спутник малой массы, которая в небе Земли светит как звезда -10^m, а средние угловые размеры у нее такие же, как у Урана. Какова эффективная температура этой звезды? Чему равен период ее обращения, если известно, что ее светимость в 100 раз меньше, чем светимость Солнца? Орбита звезды круговая.

! Звезда -10^m светит в $5\cdot10^6$ раз слабее Солнца. Средний угловой радиус Урана есть отношение его пространственного радиуса к расстоянию до Солнца, он равен 1.8″, что в 530 раз меньше видимого радиуса Солнца. По закону Стефана-Больцмана светимость звезды B равна $4\pi\sigma R^2T^4$, где R и T – радиус и температура звезды. Энергетический поток от звезды на расстоянии L равен

$$J = \frac{B}{4\pi L^2} = \frac{\sigma T^4 R^2}{L^2} = \sigma T^4 \rho^2,$$

где ρ – видимый радиус звезды. Сравнивая звезду-спутник с Солнцем (поток J_0, температура T_0, видимый радиус ρ_0), получаем выражение для температуры:

$$T = T_0\left(\frac{J}{J_0}\right)^{1/4}\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{1/2}.$$

Эффективная температура звезды равна 2800 K. Учитывая, что светимость звезды B составляет одну сотую от светимости Солнца B_0, получаем среднее расстояние до этой звезды:

$$L = L_0\left(\frac{J_0}{J}\right)^{1/2}\left(\frac{B}{B_0}\right)^{1/2}.$$

Здесь L_0 – расстояние от Земли до Солнца (астрономическая единица). Подставляя численные данные, получаем 220 а.е. По условию задачи масса звезды невелика, и ее орбитальный период можно определить из упрощенного III закона Кеплера, сравнивая ее орбиту с земной:

$$\tau = \tau_0\left(\frac{L}{L_0}\right)^{3/2}.$$

Орбитальный период звезды составляет 3300 лет.

11 класс

XI. 1 СОЛНЦЕ В ЗВЕЗДНУЮ ПОЛНОЧЬ

О.С. Угольников

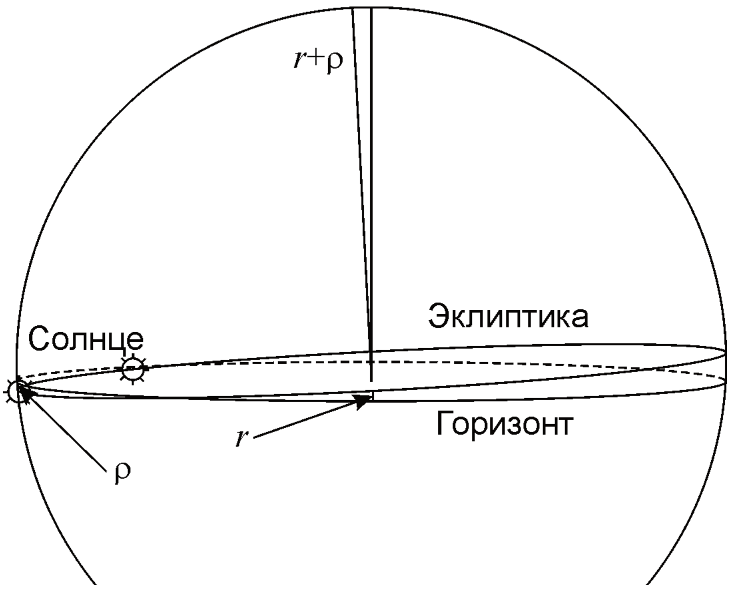
? Определите, существуют ли на Земле точки, обладающие следующим свойством: каждый раз, когда звездное время в Орле составляет 0ч, в этих точках Земли обязательно светит Солнце (если только нет облаков). Определите координаты этих точек, если они существуют. Координаты города Орел: 53° с.ш., 36° в.д.

! Каждый раз, когда звездное время в Орле составляет 0ч (а это случается каждые звездные сутки, то есть не менее 366 раз в году), Солнце занимает различное положение на эклиптике. В любой другой точке Земли звездное время в эти моменты также будет одинаковым (хотя и не обязательно равным нулю), то есть положение далеких звезд и самой линии эклиптики будет одним и тем же. Солнце может быть над горизонтом в любой момент, только если сама эклиптика будет совпадать с горизонтом (или образовывать с ним очень маленький угол). Солнце будет видно чуть выше горизонта за счет явления атмосферной рефракции. Вблизи зенита при этом будет северный или южный полюс эклиптики. Подобная ситуация может быть в непосредственной близости от Северного полярного круга (широта φ_1=+66.6°) при звездном времени S_1=18ч (в зените северный полюс эклиптики) и вблизи Южного полярного круга (широта φ_2=−66.6°) при звездном времени S_2=6ч.

Обозначим звездное время в Орле как S_0, долготу Орла – λ_0. В любой фиксированный момент звездное время увеличивается с долготой точки наблюдения. Отсюда получаем:

$$\lambda_1 = \lambda_0 + (S_1 - S_0) = 20^{ч}24^{м} \text{ или } 54° \text{ з.д.}$$
$$\lambda_2 = \lambda_0 + (S_2 - S_0) = 8^{ч}24^{м} \text{ или } 126° \text{ в.д.}$$

В итоге, мы получаем две точки с координатами (+66.6°, –54°), (–66.6°, +126°). Строго говоря, за счет атмосферной рефракции r и видимых размеров Солнца ρ условие задачи будет выполняться не только в этих точках, но и в их окрестностях радиусом 95 км, соответствующим дуге 0.85° (сумма величины рефракции у горизонта и углового радиуса Солнца, см. рис.). При таком удалении полюса эклиптики от зенита хотя бы верхний край Солнца останется видимым.



XI. 2 ПОБЕГ ОТ СОЛНЦА

О.С. Угольников

? Предположим, Солнце стало терять массу со скоростью 1 миллиард тонн в секунду. На какое расстояние удалится от него Земля за 1 год? Изначальную орбиту Земли считать круговой.

! Изменение массы Солнца происходит равномерно, одинаково для всех положений Земли. Следовательно, круговая орбита Земли не будет приобретать эксцентриситета, лишь медленно увеличивая свой радиус, фактически являясь очень туго закрученной спиралью. Медленно меняется не только радиус орбиты, но и скорость движения Земли по ней, причем она будет уменьшаться. Ситуация противоположна движению тела в поле тяжести в среде, оказывающей торможение, в результате которого тело приближается к центру тяжести и увеличивает скорость. В случае, описанном в условии задачи, уменьшение скорости будет обеспечиваться притяжением Солнца при удалении Земли от него.

Для кругового движения в поле тяжести тела с массой M справедливо соотношение:

$$v^2 = \frac{GM}{R}.$$

Здесь R и v – радиус орбиты и скорость движения тела по ней. На Землю будет действовать только сила притяжения, направленная к Солнцу. Поэтому будет справедлив закон сохранения момента импульса (или II закон Кеплера) для кругового движения:

$$v \cdot R = \text{const}.$$

Подставляя второе уравнение в первое, получаем:

$$M \cdot R = \text{const}.$$

Радиус орбиты Земли будет увеличиваться обратно пропорционально массе Солнца. Пусть за какое-то время ΔT Солнце потеряло массу ΔM (много меньшую самой массы Солнца M). Пользуясь формулами приближенного вычисления, получаем величину приращения радиуса орбиты:

$$\Delta R = R\frac{\Delta M}{M}.$$

За один год ($3.2 \cdot 10^7$ секунд) Солнце «похудеет» на $3.2 \cdot 10^{19}$ килограмм. Радиус орбиты Земли увеличится на 2.4 метра.

XI. 3 СОЕДИНЕНИЕ ВЕНЕРЫ И ЮПИТЕРА

О.С. Угольников

? Планеты Венера и Юпитер вступают в соединение друг с другом, имея одинаковые экваториальные угловые размеры. Чему равно угловое расстояние между Венерой и Солнцем в этот момент? Орбиты Венеры, Земли и Юпитера считать круговыми и лежащими в одной плоскости.

! Изобразим конфигурацию, описанную в условии задачи. Пусть R_0, R_1 и R_2 – радиусы орбит Земли, Венеры и Юпитера, а d_1 и d_2 – расстояния от Земли до Венеры и Юпитера соответственно. Венера может находиться в одном из двух положений (1 и 2 на рисунке). Обозначив наблюдаемый угол между Венерой (и Юпитером) и Солнцем через γ, запишем выражения теоремы косинусов:

$$R_1^2 = R_0^2 + d_1^2 - 2R_0 d_1 \cos\gamma,$$

$$R_2^2 = R_0^2 + d_2^2 - 2R_0 d_2 \cos\gamma.$$

Угловые диаметры Венеры и Юпитера совпадают, следовательно

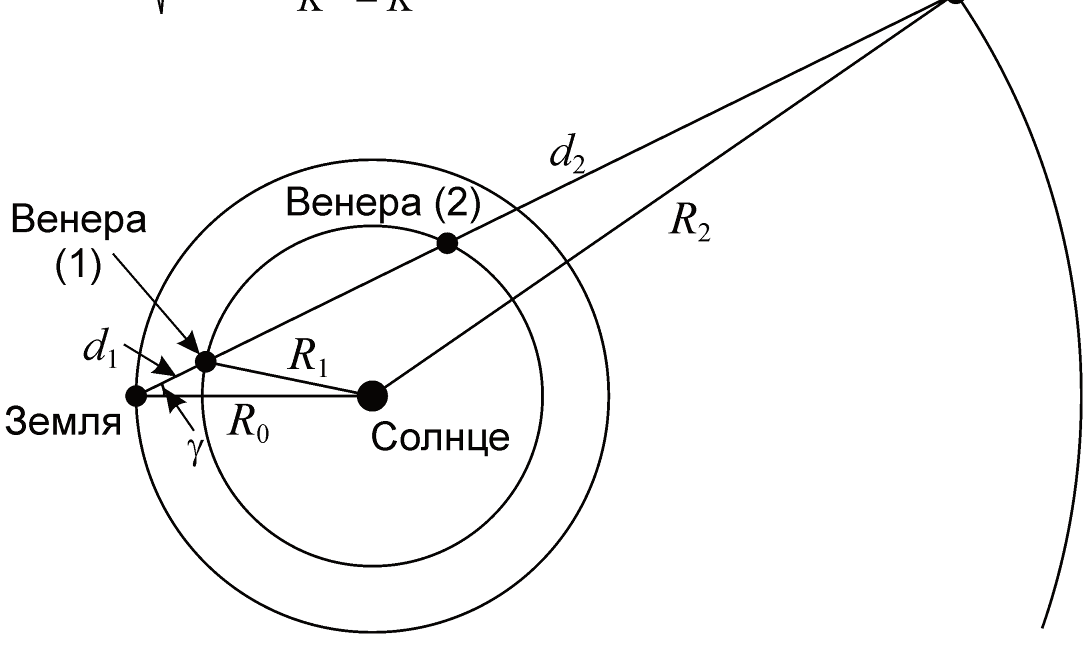
$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{r_2}{r_1} \equiv K.$$

Здесь r_1 и r_2 – экваториальные радиусы Венеры и Юпитера, а число K составляет 11.8. Умножим первое из уравнений теоремы косинусов на K и вычтем второе уравнение из первого:

$$KR_1^2 - R_2^2 = (K-1)R_0^2 + (K - K^2)d_1^2.$$

В результате,

$$d_1 = \sqrt{\frac{(K-1)R_0^2 - KR_1^2 + R_2^2}{K^2 - K}} = 0.50 \text{ а.е.}$$



Очевидно, Венера находится в положении (1) на рисунке, ближнем к Земле. Из первой формулы теоремы косинусов имеем

$$\gamma = \arccos \frac{R_0^2 + d_1^2 - R_1^2}{2R_0 d_1} = 43^\circ .$$

XI. 4 КОРОТКАЯ ВСТРЕЧА

О.С. Угольников

? **Некоторая звезда пролетела мимо Солнца на минимальном расстоянии 1 пк. Через 100 тысяч лет ее блеск в небе Земли уменьшился на 2ᵐ. Какова скорость звезды относительно Солнца (в км/с)? Физические свойства звезды считать постоянными по времени.**

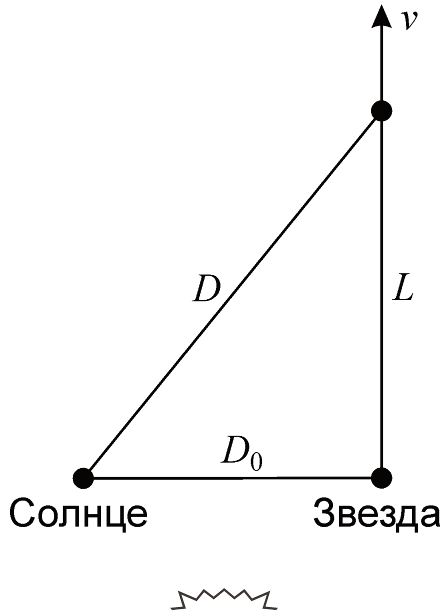
! 100 тысяч лет – достаточно короткое время по сравнению с орбитальными периодами звезд в Галактике. За это время скорость звезды (как и Солнца) практически не изменяется. В момент сближения с Солнцем звезда двигалась перпендикулярно направлению на него. Расстояние между звездами было равно D_0. Через время T оно стало равным D, причем эти расстояния связаны соотношением:

$$\frac{D}{D_0} = 10^{0.2\cdot\Delta m} \approx 2.5.$$

Здесь Δm – уменьшение блеска звезды за этот период. Путь, проделанный звездой относительно Солнца, равен

$$L = \sqrt{D^2 - D_0^2} = D_0\sqrt{10^{0.4\cdot\Delta m} - 1} = 2.3 \text{ пк}.$$

Скорость звезды v, равная L/T, составляет 2.3 пк за 100000 лет. Это равно 4.7 а.е. в год или 23 км/с.



XI. 5 МИГАЮЩИЕ ПЛАНЕТЫ

О.С. Угольников

? Представьте себе, что Солнце стало короткопериодической переменной звездой с периодом 125 минут. Практически с тем же периодом стал меняться видимый на Земле блеск планет, а у одной внешней большой планеты максимумы могли наблюдаться в то же время, что и максимумы блеска Солнца. Что это за планета?

! Как известно, в видимой области спектра планеты сами не излучают, а лишь отражают свет Солнца. Поэтому неудивительно, что их блеск в описанном в условии случае также начнет изменяться с похожим периодом. Однако наблюдаемые на Земле моменты максимумов блеска планет будут отличаться от моментов максимума блеска Солнца, так как время распространения сигнала по траектории «Солнце – внешняя планета – Земля» больше, чем по прямой линии от Солнца до Земли.

Максимумы будут совпадать, если разница времени распространения сигналов по двум траекториям окажется равной целому числу периодов. Свет от Солнца до Земли распространяется за время a_0/c, а по траектории «Солнце-планета-Земля» – за время l/c, где a_0 – расстояние от Земли до Солнца, а l – длина траектории «Солнце-планета-Земля». Определим расстояние, которое свет проходит за один период:

$$L_0 = cT = 2.25 \text{ млрд км} = 15 \text{ а.е.}$$

Разница во времени движения двух световых лучей к Земле должна быть $N \cdot T$, где N – натуральное число. Тогда

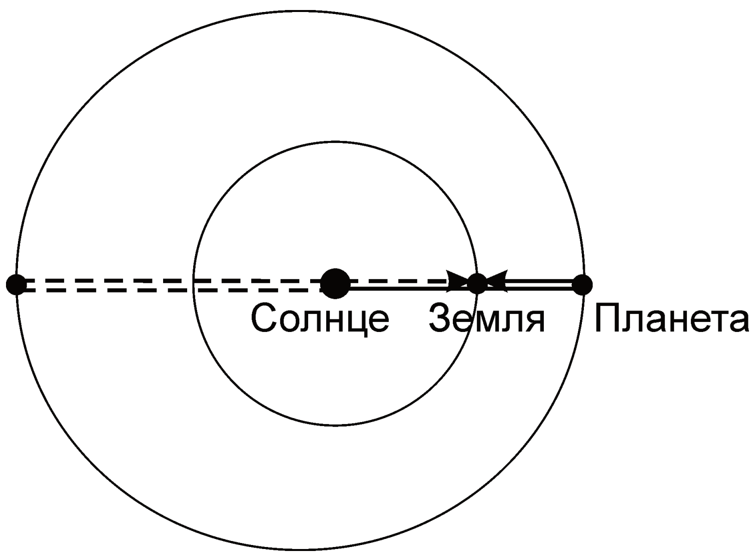
$$\frac{l}{c} - \frac{a_0}{c} = NT;$$

$$l = a_0 + NL_0 = 1 + 15 \cdot N \text{ (а.е.)}.$$

Таким образом, путь пройденный лучом, отраженным от планеты может быть равен 16 а.е., 31 а.е., 46 а.е., 61 а.е. и т.д.

Считая орбиту Земли круговой, определим минимальную и максимальную длины траекторий для внешней планеты:

$$l_{MIN} = 2a\,(1 - e) - 1;$$
$$l_{MAX} = 2a\,(1 + e) + 1;$$



Здесь a и e – большая полуось и эксцентриситет орбиты планеты. Отметим, что в случае максимальной длины траектории

планета будет в соединении с Солнцем и не будет видна. Однако, ее можно будет наблюдать в достаточно близкой конфигурации, с практически той же длиной траектории. Занесем величины длин траекторий в таблицу:

Планета	Большая полуось, *a*, а.е.	Эксцентриситет, *e*	Минимальная траектория, а.е.	Максимальная траектория, а.е.
Марс	1.52	0.093	1.76	4.32
Юпитер	5.20	0.048	8.90	11.90
Сатурн	9.54	0.056	17.01	21.15
Уран	19.19	0.046	35.61	41.15
Нептун	30.06	0.010	58.52	61.72

Сразу понятно, что этой планетой не могут быть Марс и Юпитер, для которых этот путь существенно короче 16 а.е. (для Юпитера, даже с учетом эксцентриситета его орбиты, путь не может быть более 11.9 а.е.). Не годятся на эту роль и Сатурн с Ураном, у которых также максимумы, видимые на Земле, не будут совпадать по времени с максимумами Солнца.

Остается последняя возможность – Нептун. Большая полуось его практически круговой орбиты составляет 30 а.е., а в афелии он удаляется от Солнца на 30.35 а.е. В этот момент он вполне может оказаться в 30.65 а.е. от Земли, удовлетворяя условию совпадения максимумов для $N=4$. При этом он не будет в соединении с Солнцем и сможет наблюдаться на земном небе. Итак, задача имеет единственный ответ – Нептун.

XI. 6 ТРЕК МЕТЕОРА

А.М. Татарников, О.С. Угольников

? С помощью неподвижного цифрового фотоаппарата с объективом с фокусным расстоянием 50 мм, чувствительной матрицей с диагональю 27.3 мм и форматом 3000x2000 элементов сделан снимок звездного неба с длинной выдержкой. На нем зафиксирован пролет через зенит метеора из потока Персеид кометного происхождения. Метеор имеет длину 20°, а его изображение на снимке, в среднем, имеет такую же ширину и яркость, как след Веги ($\alpha=18.5^ч$, $\delta=+38°$, 0^m), также попавшей в кадр. Оцените размер метеорного тела, если известно, что оно летело горизонтально, загорелось и погасло на высоте 100 км. Считать, что 1% кинетической энергии метеорного тела переходит в видимый свет. Скорость метеорных тел потока Персеиды при влете в атмосферу составляет 59 км/с. Уменьшением скорости в атмосфере пренебречь.

! Треки Веги и метеора имеют на снимке одинаковую толщину и яркость, но эти два светила двигались по небу с существенно разной угловой скоростью. Для Веги она равна

$$\omega_1 = \omega_0 \cos\delta = 5.7 \cdot 10^{-5}\ \text{c}^{-1}.$$

Здесь ω_0 – угловая скорость суточного вращения неба. Угловую скорость метеора можно определить с учетом того, что он наблюдался в зените и летел горизонтально, то есть перпендикулярно лучу зрения:

$$\omega_2 = \frac{v}{h} = 0.59\ \text{c}^{-1}.$$

Здесь v – скорость метеора, h – его высота. Получается, что каждый элемент матрицы, на который попало изображение метеора, был освещен в течение меньшего времени, чем элемент матрицы, освещенный Вегой. Отсюда мы можем найти соотношение звездных величин метеора и Веги:

$$m_2 - m_1 = -2.5 \lg \frac{\omega_2}{\omega_1}.$$

Учитывая, что блеск Веги составляет 0^m, звездная величина метеора оказывается равной -10^m – это был очень сильный болид. Чтобы определить поток световой энергии от метеора, сравним его с Солнцем (блеск $m_0 = -26.8$, поток в видимой части спектра $J_0 = 600$ Вт/м^2):

$$J_2 = J_0 10^{-0.4(m_2 - m_0)}.$$

Мы получаем величину $1.1 \cdot 10^{-4}$ Вт/м^2. Длительность полета метеора составляет

$$T = l / \omega_2,$$

где l – угловая длина метеора в радианах. Численное значение длительности составляет 0.6 секунды, а поток световой энергии от него на единицу площади

$$F = J_2 T \sim 6.5 \cdot 10^{-5}\ \text{Дж/м}^2.$$

Отсюда мы можем оценить полную световую энергию метеора:

$$E_L = 4\pi h^2 \cdot F = 8\ \text{МДж}.$$

Кинетическая энергия метеорного тела E_T при влете в атмосферу была еще в 100 раз больше, то есть $8 \cdot 10^8$ Дж. Зная скорость тела, можно определить его массу:

$$M = 2E_T / v^2 = 0.5\ \text{кг}.$$

Получается, что даже самые мощные болиды порождаются сравнительно малыми телами. Чтобы определить размер метеорного тела, учтем, что поток Персеиды имеет кометное происхождение, и характерная плотность тел ρ порядка 0.2-1 г/см^3. Размер тела равен

$$r \sim (M/\rho)^{1/3} \sim 10\ \text{см}.$$