



ПРАКТИЧЕСКИЙ ТУР



9 класс



IX / X - 1

СПУТНИКИ ЮПИТЕРА

Е.Н. Фадеев

? Вам даны четыре изображения Юпитера с галилеевыми спутниками, полученные с интервалами ровно в двое суток (негатив). Подпишите на каждом рисунке все четыре спутника. Обоснуйте свой выбор.

1



2



3



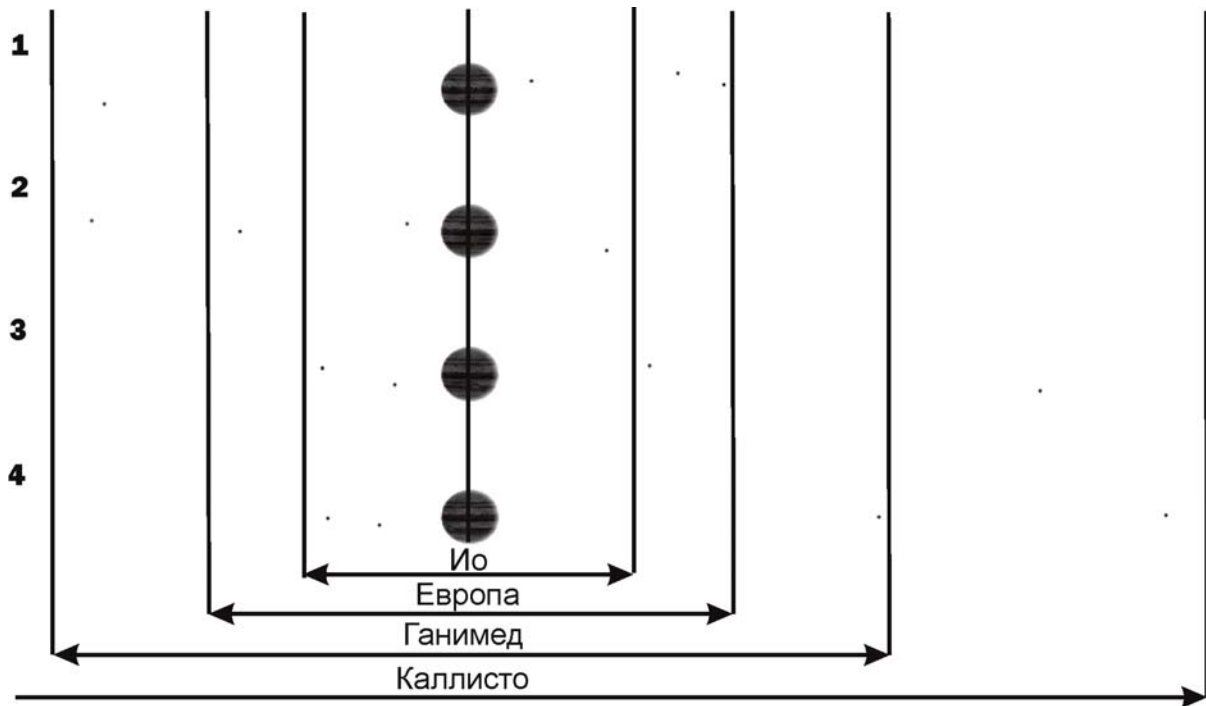
4



! Галилеевы спутники движутся по орбитам, близким к круговым, с малым наклонением к плоскости экватора Юпитера. На каждом из этих четырех рисунков спутники расположены не в порядке увеличения их радиусов орбит, а в зависимости от того, как они проектируются на картинную плоскость. Определим вначале, как далеко от Юпитера можно ожидать увидеть каждый из спутников. Выразив радиусы орбит в диаметрах Юпитера, получим, что радиус орбиты Ио равен 2.95, Европы – 4.7, Ганимеда – 7.5, Каллисто – 13.2. Проведем на рисунках прямые линии, ограничивающие движение этих спутников (на обороте).

В ближайшей к Юпитеру зоне, ограниченной вертикальными линиями, могут находиться все четыре спутника. В следующей зоне уже не может находиться Ио, но могут быть другие три спутника. В еще более удаленной зоне могут оказаться только Ганимед и Каллисто. В самую дальнюю область может попасть только Каллисто.

Из этого делаем вывод, что наиболее удаленный вправо спутник на рисунках 3 и 4 – Каллисто. Тогда вторым спутником справа на четвертом рисунке может быть только Ганимед. Обратим внимание, что на первом рисунке вблизи Юпитера есть только один спутник, который не может быть ни чем иным, как Ио.



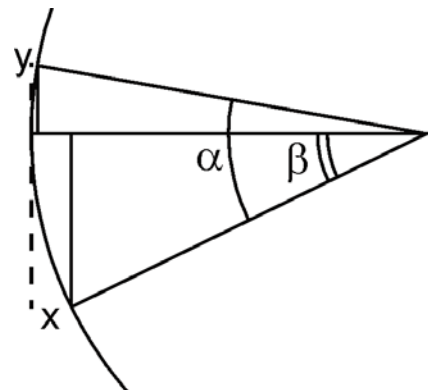
Для дальнейших рассуждений надо привлечь данные о периодах обращения спутников. Заметим, что 4 дня соответствуют 0.55 орбитального периода Ганимеда. Поскольку на рисунке 4 Ганимед находится в элонгации, то на рисунке 2 он также должен быть вблизи элонгации, но по другую сторону от Юпитера. Получаем, что самый левый спутник на рисунке 2 – это Ганимед. Примерно в том же положении есть спутник на рисунке 1. Ганимед не может двое суток оставаться в элонгации. Делаем вывод, что это Каллисто.

Перемещение проекции спутников по картинной плоскости неравномерно: вблизи элонгаций они смещаются мало, поскольку направление скоростей спутников близко к нормали к картинной плоскости, а вблизи Юпитера, наоборот, спутники движутся параллельно картинной плоскости и их смещение будет линейно по времени. Рассуждая так, делаем вывод, что Каллисто на 2-м снимке должна находиться примерно посередине между своими положениями на рисунках 1 и 3, лишь слегка смещаясь вправо относительно этого положения. Точно в таком положении на рисунке 2 находится самый правый спутник. Тем самым определяем, что спутник, находящийся чуть левее Юпитера – Ио, а второй спутник слева – Европа.

Нам известны два положения ближайшего спутника Ио: на первом и на втором рисунках. За двое суток Ио совершает 1.1 оборота. Пока неизвестно, когда в какую сторону движутся спутники на этих рисунках. Ио может находиться на обоих рисунках как за Юпитером, так и перед ним. В обоих случаях на рисунке 3 он должен сместиться еще левее, что соответствует самому левому спутнику на этих рисунках. При этом, спутник не должен за эти двое суток достигнуть наибольшей элонгации, оставаясь с той же стороны от картинной плоскости, что и на предыдущих рисунках.

На последнем рисунке Ио уже после наибольшей элонгации. Второй слева спутник находится примерно на полпути к Юпитеру от точки максимальной элонгации. Это смещение сравнимо со смещением Ио между рисунками 2 и 3. Но, поскольку в районе наибольших элонгаций проекции спутников относительно Юпитера почти не движутся, то Ио – самый левый на изображении спутник, а второй слева – это Европа.

Европа за 2 дня проходит чуть более половины своей орбиты. Значит, на рисунке 3 она должна располагаться с противоположной стороны от Юпитера относительно ее положения на рисунке 4 (или на рисунке 2). Подходящий спутник только один – второй справа. Ганимед, соответственно, второй слева.



Осталось отождествить два правых спутника на первом рисунке. За 4 суток Европа совершает 1.1 оборота. Возьмем положение Европы на рисунке 3 и рассчитаем, где она должна быть на рисунке 1. Для этого построим чертеж. Здесь x и y – положения спутника в два момента времени, r – радиус орбиты спутника, α – дуга орбиты, которую спутник пройдет за это время, β – угол, характеризующий положение Европы на рисунке 3. Получаем формулы:

$$\beta = \arccos\left(1 - \frac{x}{r}\right), \quad \frac{y}{r} = 1 - \cos(\alpha \pm \beta).$$

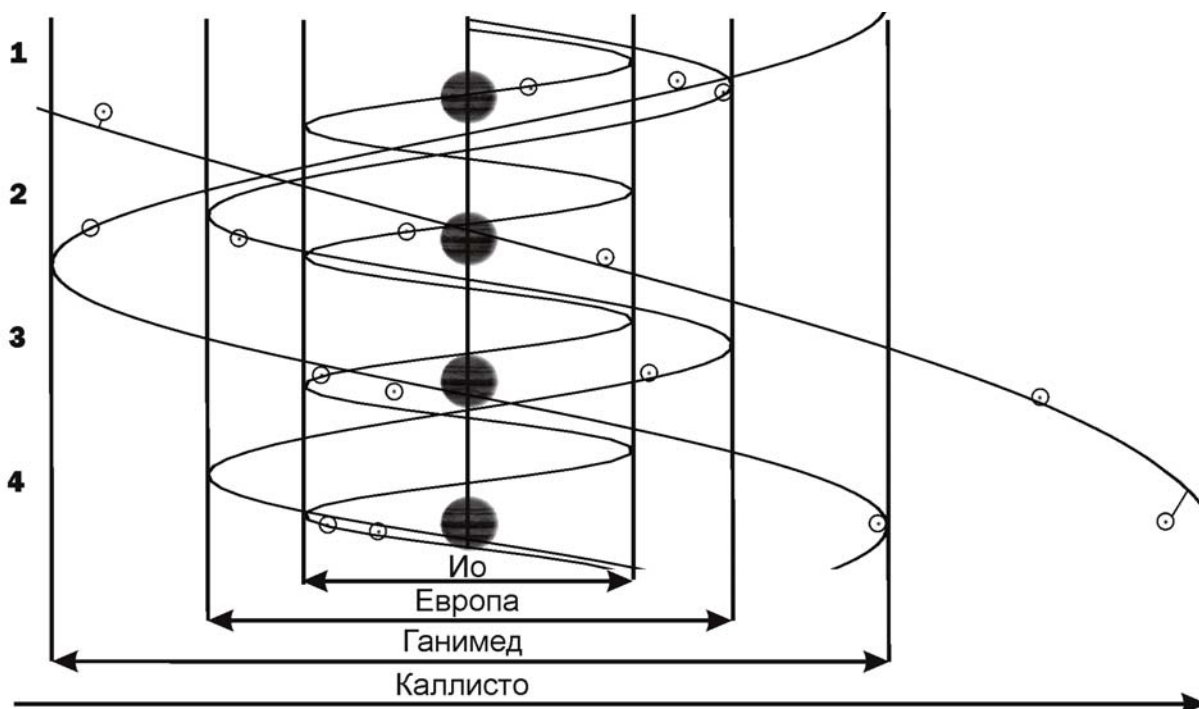
В нашем случае $x/r = 0.35$, $\beta \sim \pm 50^\circ$. Зная орбитальный период Европы, получаем $\alpha \sim \pm 40^\circ$. Разница между этими углами составляет 10° либо 90° . Второй вариант можно сразу отбросить, так как в этом случае Европа на рисунке 1 не была бы видна. А в первом случае Европа на рисунке 1 должна находиться вблизи наибольшей элонгации, что соответствует самому правому спутнику.

Окончательный ответ:

Рис. 1: Каллисто, Ио, Ганимед, Европа. Рис. 2: Ганимед, Европа, Ио, Каллисто.

Рис. 3: Ио, Ганимед, Европа, Каллисто. Рис. 4: Ио, Европа, Ганимед, Каллисто.

Ответ может быть виден также на диаграмме, на которую нанесены синусоиды, соответствующие положениям спутников в разные моменты времени. Отклонения положений спутников (прежде всего, Каллисто) от этих кривых связаны с наклоном орбит спутников к плоскости экватора Юпитера.



IX. 2 ЗВЕЗДНЫЙ ДОЖДЬ

А.Н. Акинъщиков, О.С. Угольников

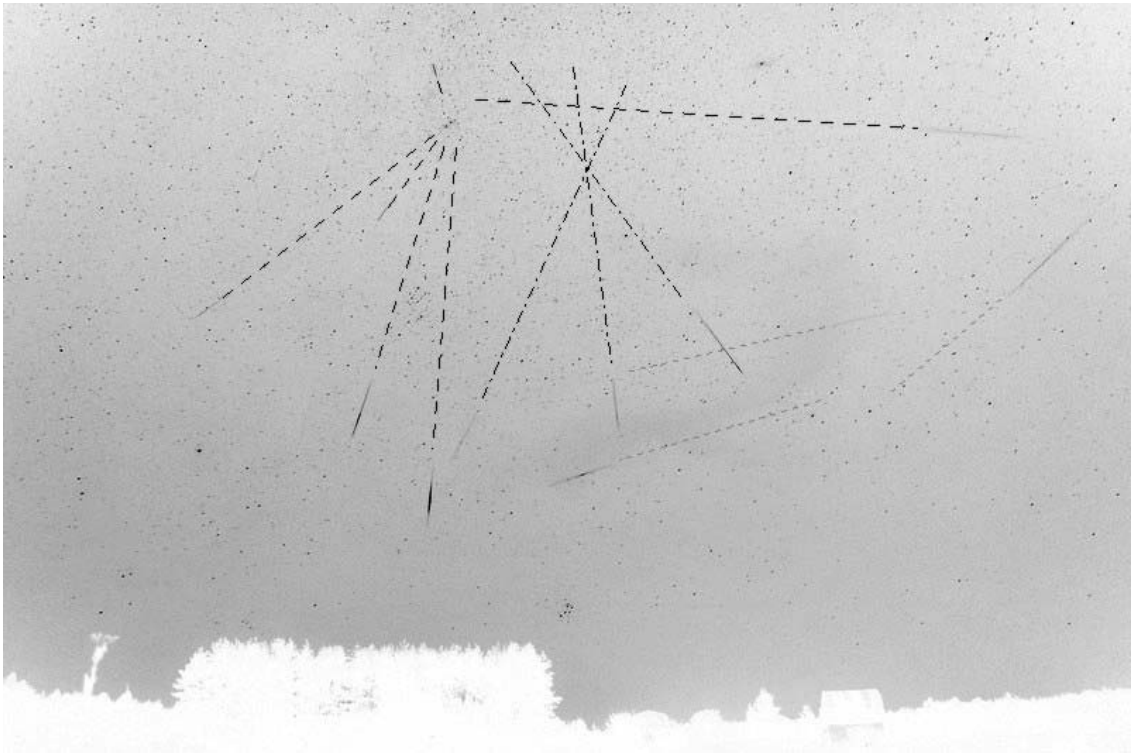
? Вам предложена фотография, полученная в период активности некоторого большого метеорного потока (негатив). Какой это метеорный поток? Отметьте, какие метеоры на фотографии а) достоверно принадлежат потоку; б) возможно, принадлежат потоку; в) не принадлежат этому потоку.



! Метеоры на фотографии выглядят в виде отрезков прямых линий. Если метеоры принадлежат одному потоку, то продолжение этих отрезков должны сходиться в очень маленькой области неба. Продолжим эти отрезки (справа).

Мы видим, что у шести метеоров отрезки (пунктирные линии) действительно сходятся в маленькой области вокруг двойного звездного скопления χ и h Персея. Там находится радиант метеорного потока Персеиды, активного в середине августа. При этом угловое расстояние метеоров от радианта примерно пропорционально видимой длине метеоров, что также подтверждает их связь с потоком.

Еще у трех метеоров (штрих-пунктирные линии) продолжения проходят недалеко от радианта, а видимая длина соответствует поточным метеорам на данном расстоянии от радианта. Это могут быть также метеоры Персеид, но с собственной (пекулярной) скоростью, немного отличной от скорости потока, а могут быть случайно попавшими в эту область неба спорадическими метеорами. Еще три метеора (короткий пунктир) являются однозначно спорадическими либо принадлежащими другим потокам.



IX / X - 3

ЗЕМЛЯ В НЕБЕ ЛУНЫ

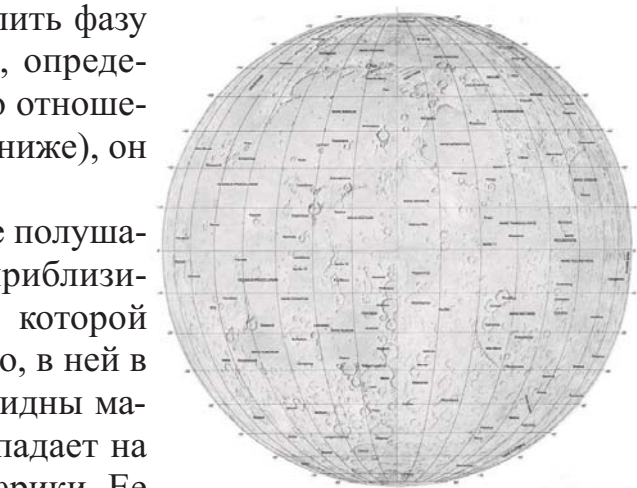
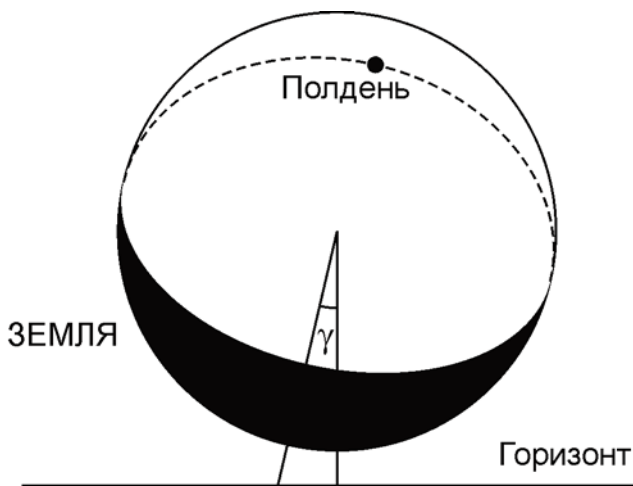
О.С. Угольников, А.Н. Акинъщиков

? Перед Вами фотография Земли над лунным горизонтом, полученная с космического аппарата (негатив). Определите всемирное время, в которое она получена, и фазу Луны, видимую в этот момент на Земле. На прилагаемой карте видимого полушария Луны (на обороте, северный полюс сверху) отметьте точку поверхности Луны, над которой сделана фотография. Считать высоту аппарата над Луной малой, либрациями Луны пренебречь.



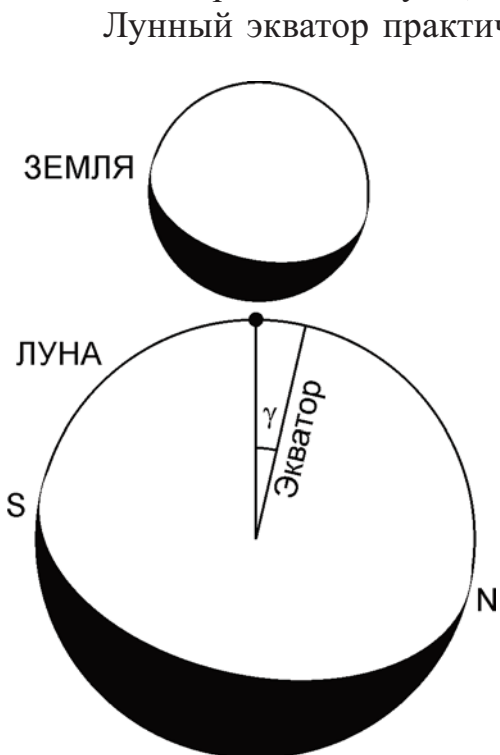
! По фотографии мы можем определить фазу Земли (около 0.8), а также угол γ , определяющий положение оси терминатора по отношению к лунному горизонту (см. рисунок ниже), он равен 13° .

К Луне повернуто дневное и вечернее полушарие Земли. По рисунку мы можем приблизительно определить точку на Земле, в которой Солнце расположено в зените. Очевидно, в ней в этот момент полдень. На фотографии видны материки на Земле, и указанная точка попадает на западное экваториальное побережье Африки. Ее

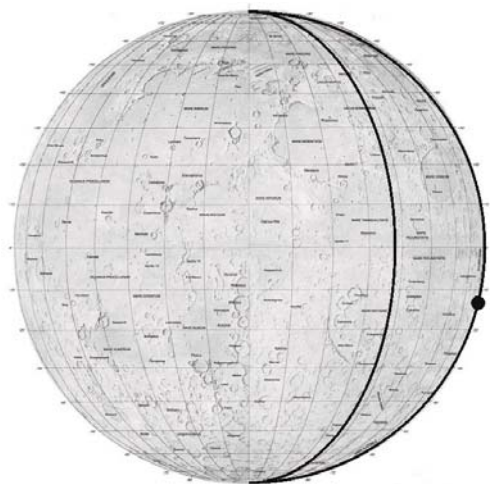


географическая долгота около 0 (точнее, 10° в.д.). Поэтому можно сделать вывод, что фотография сделана около 12 часов по всемирному времени (точнее, $11^{\text{ч}}20^{\text{м}}$). Для того, чтобы ответить на другие вопросы, изобразим картину в той же проекции, но мысленно удалившись назад от Луны (ниже слева).

Так как Солнце находится от точки наблюдения намного дальше и Земли, и Луны, фазы обеих тел будут одинаковы (0.8). На рисунок попадает все обратное полушарие Луны, Земля находится позади нее. Фаза Луны при наблюдении с Земли составит 0.2. Это будет растущая Луна, так как она видна с вечернего полушария Земли. Фото сделано над освещенной поверхностью Луны, где Солнце располагается над горизонтом.



Лунный экватор практически не наклонен к плоскости орбиты Луны, и точки пересечения лимба и терминатора – это полюса Луны. Полнос слева – южный, так как с этой же стороны у Земли видно южное полушарие. Точка съемки также показана на рисунке, она располагается в 13° южнее экватора. Долгота ее близка к $+90^\circ$ (так как лунными либрациями мы пренебрегаем). С Земли эта точка будет видна на правом краю растущего серпа Луны:





X. 2

ЗВЕЗДНАЯ ФОТОМЕТРИЯ

А.М. Татарников

? В таблице приведена выписка из реального журнала наблюдений с UVV-фотометром на базе ФЭУ (фотоэлектронного умножителя), работающего в режиме счета фотонов. Наблюдения с ним выполняются по следующей схеме: стандарт – фон неба – переменная звезда – фон неба – стандарт и т.д. Время счета фотонов в каждом случае составляет 10 секунд, для каждого из объектов делается несколько экспозиций. Темновой ток (сигнал от неосвещенного ФЭУ) при этом не записывается, так как он входит в сигнал во всех случаях и при вычислении звездной величины переменной звезды автоматически учитывается. Измерения разных звезд и фона могут проводиться с разными диафрагмами (диаметром 27 или 13 угловых секунд), расположенными в фокальной плоскости. Определите звездную величину переменной звезды, поверхностную яркость фона неба в фильтрах В и V (в звездных величинах с 1 кв. угл. сек), если звездные величины стандарта «с» равны $m_{CB}=9.63$, $m_{CV}=8.18$. Оцените ошибку полученных значений.

Объект	Диафрагма	В	V
Стандарт «с»	27"	17000	22030
		17060	22040
		16980	21840
Фон	27"	225	183
		233	171
Переменная V1027 Cyg	13"	4317	11460
		4303	11590
		4256	11260
Фон	13"	79	69
		82	71
		81	65
		79	70
			71
			69
Стандарт «с»	27"	16930	22090
		16880	22100
		17050	21900
Фон	27"	228	179

! Для вычисления яркости фона неба необходимо определить темновой ток ФЭУ во время наблюдений. Наблюдатель его не записывает, т.к. темновой ток одинаково входит в сигнал от фона и от звезды. При обработке необходимо вычесть из сигнала, полученного при измерении звезды, сигнал от фона неба. Соответственно, темновой ток при этом автоматически учитывается.

Отсчеты от неба в одном фильтре должны быть пропорциональны площади используемой диафрагмы, а отношение отсчетов от неба в разных фильтрах не должно зависеть от размера диафрагмы. Сравнивая отсчеты от фона неба, полученные при наблюдениях переменной звезды V1027 Cyg и ее стандарта «с», можно заметить, что оба условия при этом не выполняются. Это сказывается влияние неучтенного темнового тока. В общем виде сигнал от ФЭУ составляет

$$N = J + FS + D,$$

где J – сигнал от звезды (измеряемой переменной звезды или стандарта), F – сигнал от одной квадратной секунды фона неба, S – площадь неба, ограниченная диафрагмой, D – темновой ток. В пределах небольшой области неба (звезда, стандарт и участок фона неба выбираются рядом друг с другом) при хороших погодных условиях сигнал F зависит только от цвета, а темновой ток D является постоянной величиной.

Измерения стандарта и фона неба, проведенные с диафрагмой 27" дважды, показывают, что эти параметры особо не изменились между двумя сессиями измерений, и погодные условия действительно были стабильными. В этом случае мы можем просто вычислить средние значения сигнала от стандарта и фона. Рассчитаем также средние значения при измерениях переменной звезды и фона при диафрагме 13":

Объект	Диафрагма	В	V
Стандарт «с»	27"	16980 ± 60	22000 ± 100
Фон	27"	229 ± 3	178 ± 5
Переменная V1027 Cyg	13"	4290 ± 30	11440 ± 140
Фон	13"	80 ± 1	69 ± 2

Для измерений фона $J=0$, измерения с двумя диафрагмами дают нам систему уравнений:

$$\begin{aligned} N_1 &= FS_1 + D; \\ N_2 &= FS_2 + D. \end{aligned}$$

Решая ее, мы получаем величины фона с одной квадратной секунды и темнового тока:

$$F = \frac{N_2 - N_1}{S_2 - S_1}; \quad D = \frac{N_1 S_2 - N_2 S_1}{S_2 - S_1}.$$

Из таблицы видно, что величины темнового тока одинаковы для цветовых полос В и V, что подтверждает стабильность погодных условий и может также использоваться для проверки качества измерений и расчетов. Обратим внима-

Величина	В	V
S_1	132"²	
S_2	573"²	
F	0.338 ± 0.007	0.247 ± 0.011
D	35.4	36.4
J	4210 ± 30	11370 ± 140
J_c	16750 ± 60	21820 ± 100
m	11.13 ± 0.01	8.89 ± 0.01
m_F	21.37 ± 0.02	20.55 ± 0.04

ние, что измерения переменной звезды (J) и стандарта (J_C) делались при разных диафрагмах. Величины J и J_C получаются вычитанием фона, измеренного с соответствующей диафрагмой, и также приведены в таблице. Их точность соответствует точности измерения звезд, так как там ошибка по абсолютной величине значительно больше.

Зная звездную величину стандарта в обеих полосах, мы получаем звездную величину переменной звезды и одной квадратной секунды фона:

$$m = m_c - 2.5 \lg \frac{J}{J_c}; \quad m_F = m_c - 2.5 \lg \frac{F}{J_c}.$$

Ошибка в звездных величинах будет примерно равна сумме относительной погрешности измерения звезды (фона) и относительной погрешности измерения стандарта.



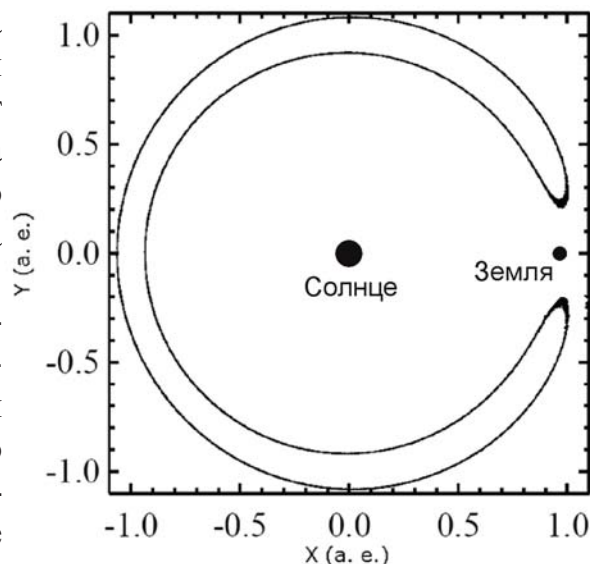
XI. 1 ПОДКОВА

Е.Н. Фадеев

? Астероид 2010 SO16 движется вокруг Солнца по орбите, практически совпадающей с орбитой Земли. На рисунке (со стороны северного полюса эклиптики) представлена орбита астероида в системе отсчета, которая вращается вокруг Солнца вместе с Землей (Солнце и Земля в этой системе отсчета неподвижны). Траектория движения астероида в этой системе напоминает подкову. Определите направление движения астероида по «подкове» и оцените время, за которое завершается один обход «подковы» астероидом. Толщина подковы на рисунке для удобства увеличена в 20 раз, обе части «подковы» равноудалены от орбиты Земли.

! Поскольку радиус орбиты астероида почти совпадает с радиусом орбиты Земли, то, по закону Кеплера, один оборот вокруг Солнца он совершает примерно за 1 звездный год. Но на рисунке нам дано движение астероида относительно Солнца и Земли. Опишем это движение.

Пусть сначала астероид движется по орбите с радиусом, чуть меньшим радиуса орбиты Земли. Тогда он будет совершать один оборот за время немного меньшее одного года, и будет нагонять Землю. То есть внутреннюю часть подковы он обходит в том же



направлении, в котором Земля вращается вокруг Солнца. Вблизи Земли астероид начинает испытывать влияние земного гравитационного поля, вследствие чего он ускоряется, переходит на орбиту с большим радиусом и начинает отставать от Земли. Таким образом, внешнюю часть подковы он проходит против направления вращения Земли.

Чтобы определить время обхода «подковы», рассчитаем синодический период гипотетического астероида, который движется по внутренней части подковы, и сложим его с синодическим периодом астероида, который движется по внешней ее части.

Из рисунка видно, что толщина подковы составляет примерно 0.15 а.е., но там она увеличена в 20 раз. Реальная толщина равна 0.0075 а.е. Отличие радиуса орбиты астероида и Земли Δa в обоих случаях равно 0.00375 а.е. и отличается только знаком. Для соответствующих орбитальных периодов справедливо соотношение:

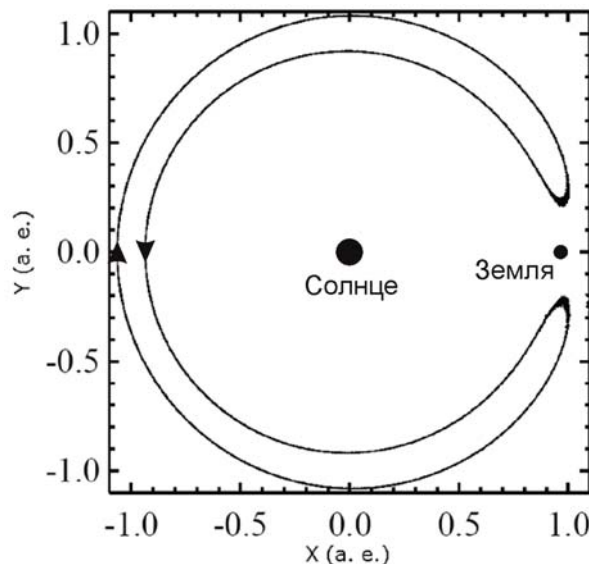
$$\frac{(T \pm \Delta T)^2}{T^2} = \frac{(a \pm \Delta a)^3}{a^3}; \quad \Delta T \approx T \frac{3\Delta a}{2a}.$$

Здесь a и T – радиус орбиты и период обращения Земли. Период движения по «подкове» составит

$$S = \frac{T(T - \Delta T)}{T - (T - \Delta T)} + \frac{T(T + \Delta T)}{(T + \Delta T) - T} \approx \frac{2T^2}{\Delta T} = T \frac{4a}{3\Delta a}.$$

Это составляет примерно 355 лет. При этой оценке мы не учли два противоположных фактора: во-первых, траектория астероида представляет собой не две полных окружности, а дуги длиной около 335° , а во-вторых, в момент перехода с одной дуги на другую астероид на некоторое время «останавливается» в указанной системе отсчета.

В работе <http://arxiv.org/pdf/1104.0036v1>, посвященной исследованию этого астероида, время движения вдоль подковы оценено в 350 лет.



XI. 2

ПЛАНЕТНАЯ ФОТОМЕТРИЯ

О.С. Угольников

? В таблице приведены результаты измерения яркости некоторых звезд и планет в относительных единицах в полосе V на разных зенитных расстояниях в течение одной ночи со стабильной ясной погодой. Звездные величины этих звезд по каталогу также приведены в таблице. Исходя из нее, определите величину атмосферного ослабления света в зените. Какой (в используемых единицах) была бы яркость звезды 0^m при отсутствии атмосферного ослабления? Определите по этим данным звездные величины Венеры и Юпитера также при отсутствии атмосферного ослабления.

! Как известно, при стабильных атмосферных условиях звездная величина некоторой звезды при зенитном расстоянии z вдали от горизонта составляет

$$m = m_0 + E \sec z.$$

Здесь m_0 – внеатмосферная (истинная) звездная величина этой звезды, а E – вертикальное поглощение света в зените в звездных величинах. Применяя формулу Погсона для величины m , получаем:

$$-2.5 \lg (J / J_0) - m_0 = E \sec z.$$

Здесь J – измеренная яркость звезды, а J_0 – яркость звезды 0^m без атмосферного поглощения в тех же единицах. Перепишем эту формулу:

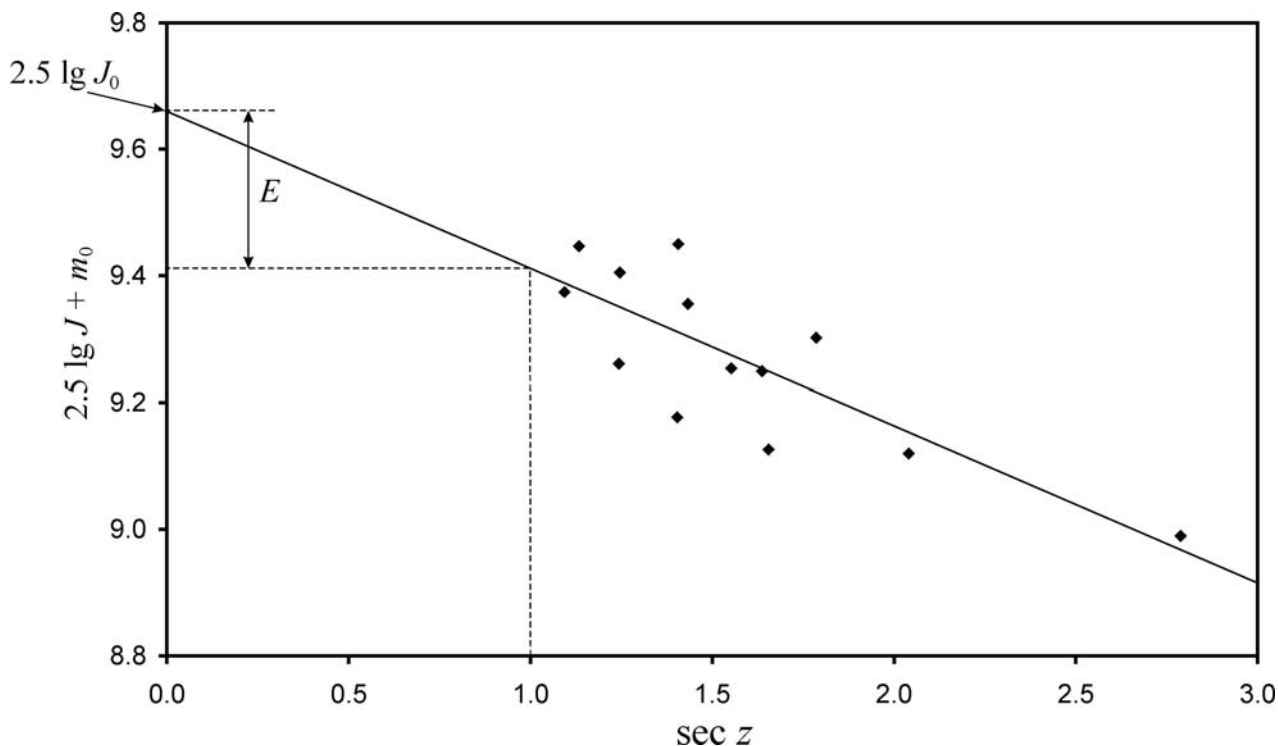
$$2.5 \lg J + m_0 = 2.5 \lg J_0 - E \sec z.$$

Оба слагаемых в левой части формулы нам известны для каждого измерения звезд. Построим диаграмму со значениями в левой части равенства по оси y , и секансом зенитного расстояния по оси x (на обороте).

Последняя формула выражает линейную связь между параметрами, отложенными по осям диаграммы. Реальные точки не лежат на прямой линии вследствие погрешностей измерения яркости. Однако мы можем провести прямую, наилучшим образом согласующуюся с экспериментальными точками. Эта прямая также показана на рисунке. Точка ее пересечения с осью ординат соответствует вели-

№ кадра	Объект	Зенитное расст., °	Яркость
1	Вега	45.75	5373
1	Денеб	23.86	1777
1	Капелла	55.94	4885
1	Юпитер	70.92	34167
2	Вега	49.89	4892
2	Денеб	28.04	1900
2	Капелла	52.33	4653
2	Юпитер	66.76	34271
2	Альдебаран	68.98	1802
3	Денеб	36.43	1601
3	Капелла	44.67	5598
3	Юпитер	58.36	37128
3	Альдебаран	60.65	2032
4	Денеб	44.57	1482
4	Капелла	36.60	5369
4	Юпитер	50.25	40194
4	Альдебаран	52.82	2044
4	Венера	70.95	189588

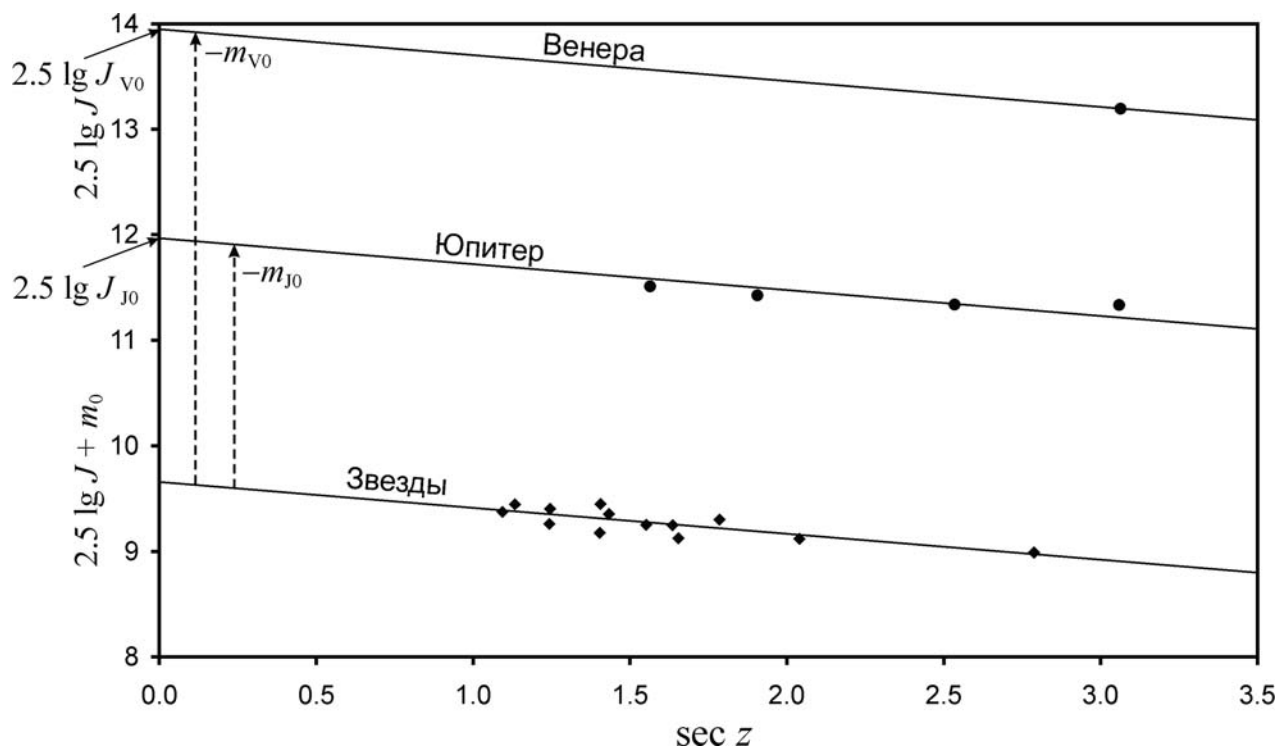
Объект	Зв. величина (V)
Вега	+0.03
Денеб	+1.25
Капелла	+0.08
Альдебаран	+0.85



чине $2.5 \lg J_0$. Она составляет 9.66, отсюда яркость звезды 0^m при отсутствии атмосферного поглощения J_0 равна 7300.

Атмосферное поглощение E с точностью до знака есть коэффициент наклона прямой или разница ее ординат, соответствующих значениям абсцисс 0 и 1. Эта величина составляет 0.25^m .

Чтобы определить звездные величины Венеры и Юпитера, нанесем их значения $2.5 \lg J$ на ту же диаграмму. Так как блеск Венеры и Юпитера также ослаблен атмосферой, для их измеренных яркостей $J_{J,V}$ также справедливо соотношение:



$$-2.5 \lg (J_{J,V} / J_0) - m_{J_0,V_0} = E \sec z.$$

Здесь m_{J_0,V_0} – внеатмосферная звездная величина Юпитера или Венеры. Это можно переписать как

$$2.5 \lg J_{J,V} = 2.5 \lg J_0 - m_{J_0,V_0} - E \sec z.$$

Данное соотношение на графике выражается прямыми линиями, параллельными той, что была проведена для звезд. Определяем по графику координаты пересечения этих линий с осью ординат ($2.5 \lg J_{J_0,V_0}$), находим звездные величины планет:

$$m_{J_0,V_0} = 2.5 \lg J_0 - 2.5 \lg J_{J_0,V_0}.$$

На графике это соответствует вертикальному сдвигу между прямыми (с обратным знаком). Звездные величины Юпитера и Венеры получаются равными -2.3^m и -4.3^m соответственно, что с точностью лучше 0.1^m совпадает с их истинными величинами в день наблюдений.

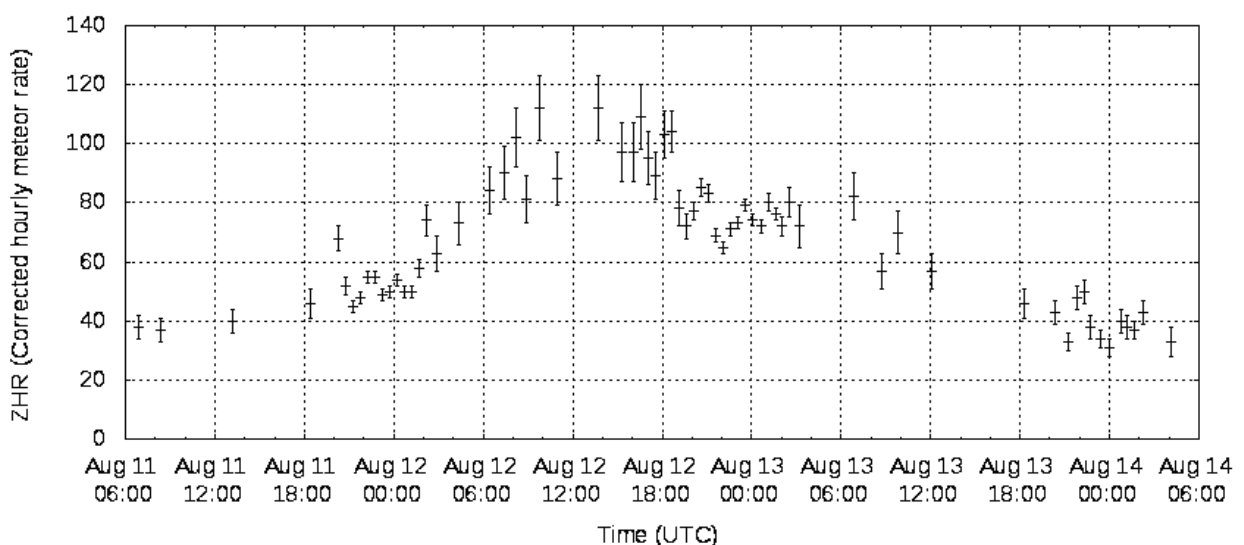
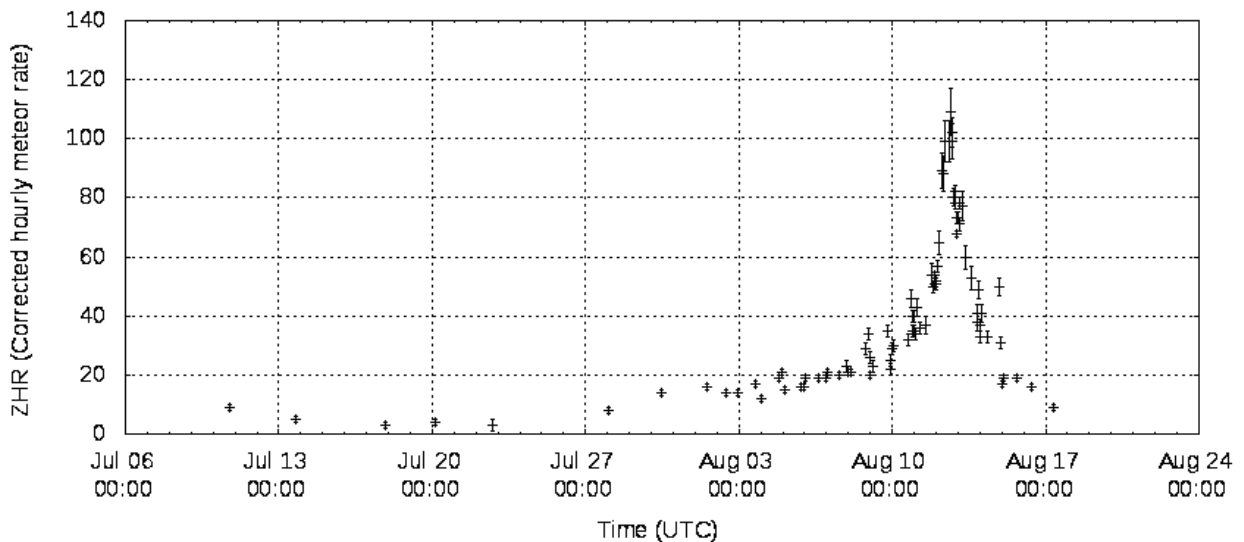
XI. 3 МЕТЕОРНЫЙ РОЙ

О.С. Угольников

? На графиках (см. оборот) приведена зависимость зенитного часового числа (ZHR) метеоров потока Персеиды от времени для периода активности этого потока в 2013 году. Данная величина есть число метеоров ярче 6.5^m , которое мог бы увидеть наблюдатель за один час на всей полусфере безлунного неба при радианте потока, расположенном в зените, без атмосферного поглощения. Второй график более подробно раскрывает ход зависимости ZHR вблизи максимума (12 августа).

Исходя из графиков, оцените, сколько метеорных частиц Персеид, вызывающих метеоры ярче 6.5^m в зените, попало в атмосферу Земли в 2013 году. Высоту метеоров считать равной 100 км. Считать, что число метеоров ярче величины m в некоторой области неба в $\sqrt{2.512}$ (или 1.6) раз больше числа метеоров ярче величины $(m-1)$ в той же области неба за то же время. Атмосферной рефракцией пренебречь.

! Для решения задачи нам нужно установить связь между величиной ZHR , приведенной на графиках, с соответствующим потоком метеорных частиц F , движущихся к Земле (в $\text{км}^{-2} \text{ час}^{-1}$) и яркостью сгорания J_0 , соответствующей метеору блеском ярче 6.5^m в зените. В общем виде решить эту задачу довольно сложно, однако можно получить достаточно точную оценку без больших математических выкладок. Обратим внимание, что параметр ZHR вычисляется для радианта, расположенного в зените, и учитывает метеоры, летящие по всему небу, без учета атмосферного ослабления, даже вблизи горизонта. Кроме этого, число метеоров хоть и растет со звездной величиной, но достаточно медленно. В этом случае основной вклад в параметр ZHR , как это ни странно, будут вносить метеоры, летящие далеко от точки наблюдения и видимые низко над горизонтом. Покажем это.



Изобразим на рисунке (справа) поверхность Земли и ее атмосферу, в которой задерживаются метеоры. В пренебрежении рефракцией определим максимальное расстояние L между точкой наблюдения и самой дальней траекторией метеора, который можно увидеть:

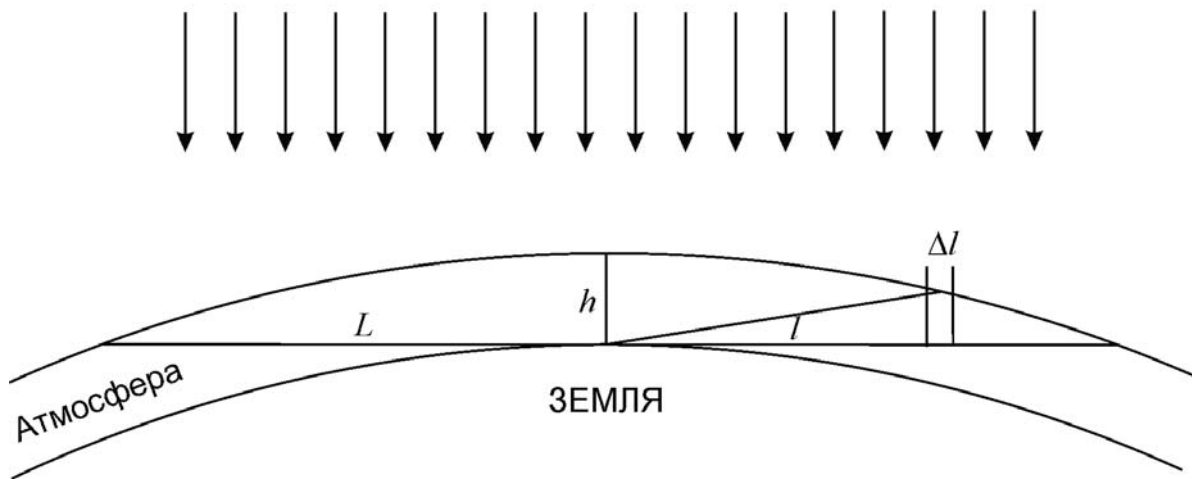
$$L = \sqrt{(R + h)^2 - R^2} \approx \sqrt{2Rh} = 1130 \text{ км.}$$

Это значительно больше высоты сгорания метеоров h . Рассмотрим некоторое «прицельное расстояние» l , существенно превышающее h . Определим количество метеорных тел, которое пройдет через кольцо радиусом l и толщиной Δl за единицу времени:

$$N_{l0} = 2\pi F l \Delta l.$$

Все эти тела дали бы видимые явления метеоров, находишь они над наблюдателем, на расстоянии h от него. Однако, они существенно дальше. Расстояние до метеора можно считать равным l . Необходимую звездную величину 6.5^m будут иметь только те метеоры, чья реальная яркость превзойдет

$$J_l = J_0 \frac{l^2 + h^2}{h^2} \approx J_0 \frac{l^2}{h^2}.$$



Чтобы определить количество таких метеоров, учтем, что при одинаковых условиях наблюдения их число ярче величины m в некоторой точке неба в $\sqrt{2.512}$ (или 1.6) раз больше числа метеоров ярче величины $(m-1)$. Другими словами, число метеоров с яркостью более J_l пропорционально $J_l^{-1/2}$. Тогда число видимых метеоров на расстоянии l будет равно

$$N_l = N_{10} \sqrt{\frac{J_0}{J_l}} = N_{10} \frac{h}{l} = 2\pi Fh \Delta l.$$

Мы видим одно интересное свойство, которое облегчит дальнейшие расчеты: число метеоров не зависит от расстояния l . В реальности это свойство нарушается при малых l и большой высоте метеоров над горизонтом. Там расстояние до метеоров больше, чем l , величина N_l несколько меньше. Но ввиду малости вклада этих метеоров в общий поток это можно не принимать во внимание. Суммируя вклад всех «колец» вплоть до расстояния L , получаем выражение для ZHR :

$$ZHR = \sum_l N_l = 2\pi \cdot FhL.$$

Отметим, что учет ослабления метеоров на больших расстояниях был необходим: без него для ZHR получилось бы простое выражение πFL^2 , переоценивающее его в 5 с лишним раз. Вычислим теперь полное число метеорных тел с яркостью сгорания выше J_0 , попадающих в земную атмосферу за один час:

$$N_H = \pi R^2 F = ZHR \frac{R^2}{2hL} = ZHR \cdot \left(\frac{R}{2h}\right)^{3/2}.$$

Получается, что для обеспечения зенитного часового числа ZHR , равного единице, в атмосферу ежечасно должно вторгаться 180 потенциально видимых глазом метеорных тел. Теперь нам нужно вычислить полное зенитное число потока (ZR), соответствующее площади под кривой, отображающей зависимость ZHR от времени. При этом нужно учесть, что малые отметки по оси абсцисс первого графика отстоят друг от друга на один день, а величины ZHR рассчитываются на один час. Число ZR получается равным 13000, и это означает, что в земную атмосферу в 2013 году попало 2.3 миллиона метеорных частиц потока Персеиды с размером, достаточным для наблюдений невооруженным глазом.