<u>Решения заданий регионального этапа Всероссийской олимпиады по астрономии.</u>

<u>10 класс</u>

1. Условие.

В некотором пункте Земли верхний край Солнца виден на горизонте в точке севера. На каких широтах такое возможно? Рельефом Земли в данном пункте пренебречь.

1. Решение. Обозначим величину углового радиуса Солнца как ρ, а атмосферную рефракцию через r. Раз верхний край Солнца наблюдается на горизонте, истинное положение центра Солнца (каким оно было бы при отсутствии рефракции) оказывается ниже горизонта на величину $(\rho+r)$ или на 51′. Раз Солнце наблюдается на небесном меридиане к северу от зенита, оно может быть в верхней или нижней кульминации. Высота светила в верхней кульминации составляет

$$h_1 = 90° - |\varphi - \delta|,$$

причем она будет происходить к северу от зенита, если разность под модулем отрицательна. Отсюда мы получаем:

$$\varphi < \delta;$$
$$\varphi = h_1 + \delta - 90°.$$

Учитывая, что склонение Солнца может принимать значения от $-\varepsilon$ до $+\varepsilon$, получаем диапазон возможных значений широт: от $-90°$ до

$$\varphi_1 = \varepsilon - (\rho+r) - 90° = -67°25'.$$

Предположим теперь, что Солнце в нижней кульминации. Для его высоты тогда справедлива формула:

$$h_2 = -90° + |\varphi + \delta|,$$

причем теперь выражение под модулем должно быть положительным, иначе кульминация будет происходить к югу от зенита. В этом случае

$$\varphi > -\delta;$$
$$\varphi = 90° + h_2 - \delta.$$

Широта попадает в интервал от

$$\varphi_2 = 90° - (\rho + r) - \varepsilon = +65°43'$$

до +90°. Учитывая, что на полюсах Земли понятие точки севера теряет смысл, окончательная формулировка ответа такая: широта попадает в интервалы (–90°, –67°25′],[+65°43′, +90°).

1. Рекомендации для жюри. Для решения задачи участник олимпиады должен определить истинное положение центра Солнца относительно северного горизонта. Учет угловых размеров Солнца и атмосферной рефракции оценивается в 1 и 2 балла соответственно, причем ошибка на этом этапе не влияет на оценку за последующие этапы, если они выполнены верно.

Следующий этап связан с вычислением двух интервалов широт, соответствующих верхней и нижней кульминациями Солнца. Для этого участники могут использовать как универсальные формулы для высот светил в кульминации, приведенные выше, так и отдельные формулы для кульминаций на севере и юге. Учет каждого случая оценивается по 2 балла. Еще 1 балл выставляется за формулировку окончательного ответа и правильное включение граничных точек (–67°25′ и +65°43′) в полученные интервалы. Включение точек полюсов в ответ на оценку не влияет.

2. Условие.

Приемник, установленный в фокальной плоскости телескопа, регистрирует оптическое излучение, приходящее из круглой области неба диаметром 5″. Какие три небесных объекта (не считая Солнца и объектов на Земле и околоземной орбите) окажутся самыми яркими для этого приемника (в порядке убывания яркости)? Нестационарные объекты (яркие кометы, новые и сверхновые звезды) не учитывать.

2. Решение. Угловой размер области неба, фиксируемой прибором, существенно больше видимых размеров далеких звезд, даже с учетом атмосферных искажений. Поэтому их измеренный блеск будет соответствовать полной видимой яркости этих звезд. А вот свет протяженных небесных объектов, в том числе самых ярких из них – Луны и планет – будет фиксироваться частично. Измеренная яркость будет пропорциональна поверхностной яркости планет, которая определяется их альбедо и, прежде всего, расстоянием до Солнца. Эта яркость достаточно быстро убывает от внутренних планет к внешним и максимальна, когда фаза планеты (Луны) равна 1.

Пусть некоторая планета имеет угловой диаметр d и блеск m. Если телескоп точно наведен на центр диска планеты, а угловой диаметр не меньше 5″, то звездная величина, которую зафиксирует прибор, составит

$$m_D = m + 5 \lg (d''/5'').$$

Возьмем для простоты вычислений случай верхнего соединения для Меркурия и Венеры, полнолуния для Луны и противостояния для Марса и Юпитера. Результаты занесем в таблицу:

Объект	m	d″	m_D
Меркурий	–1.8	5	–1.8
Венера	–3.9	10	–2.4
Луна	–12.7	1860	+0.1
Марс	–2.0	18	+0.8
Юпитер	–2.7	47	+2.2

Для более далеких планет измеренный блеск будет существенно слабее. Мы видим, что яркость действительно убывает по мере удаления объектов от Солнца, лишь Венера, за счет высокой отражательной способности, будет выглядеть несколько ярче Меркурия. Она и станет самым ярким объектом (не считая Солнца) для данного прибора. Второе место займет Меркурий, а третье – ярчайшая звезда ночного неба Сириус (блеск около -1.6^m).

2. Рекомендации для жюри. Решение задачи может проводиться разными методами. Вместо количественного подхода могут быть представлены рассуждения, что измеренный прибором блеск будет пропорционален поверхностной яркости, которая для объектов Солнечной системы строго убывает с удалением от Солнца, вне зависимости от их размеров. Такие рассуждения тоже считаются правильными. Обоснование или подход к вычислению яркости оценивается в 3 балла.

Указание Венеры, Меркурия и Сириуса в качестве трех ярчайших объектов для указанного прибора оцениваются по 1 баллу за каждое. Правильная расстановка этих объектов по яркости оценивается еще в 2 балла. Если самым ярким объектом указан Меркурий, а Венера идет на втором месте, оценка снижается не более чем на 1 балл.

3. Условие.

Телескоп с диаметром объектива 6 см и относительным отверстием F/15 укомплектован окулярами с фокусным расстоянием 60 мм и 24 мм. Какое увеличение обеспечивает использование каждого из окуляров с этим телескопом? Определите минимальное угловое разрешение, доступное для визуальных наблюдений с данными окулярами. Можно ли с их помощью разрешить двойную систему с расстоянием между компонентами 2″? Считать, что разрешающая способность глаза равна 1′.

3. Решение. Предельное угловое разрешение телескопа, определяемое размером дифракционного диска звезда и не зависящее от окуляра, составляет

$$\delta = 1.22\frac{\lambda}{D}\,рад = \frac{14''}{D\,(см)}.$$

Здесь λ — длина волны, которую для визуальных наблюдений можно принять равной 550 нм, D – диаметр объектива телескопа. Для телескопа, описанного в условии, эта величина составит 2.3″. Это больше расстояния между компонентами двойной системы, так что разрешить ее не удастся.

Увеличение телескопа равно отношению фокусных расстояний объектива и окуляра. Фокусное расстояние объектива F равно 15*6 = 90 см. Запишем выражения для увеличения и разрешения при визуальных наблюдениях с такими увеличениями:

$$Г_{1,2} = F/f_{1,2};\ \ d_{1,2} = 60''/Г_{1,2} = 60''\,f_{1,2}/F.$$

Получаем, что увеличения равны 15 и 37.5 для двух окуляров, а визуальное разрешение – 4″ и 1.6″ соответственно. Но вторая величина мельче дифракционного разрешения, поэтому правильные выражения для разрешения – 4″ и 2.3″.

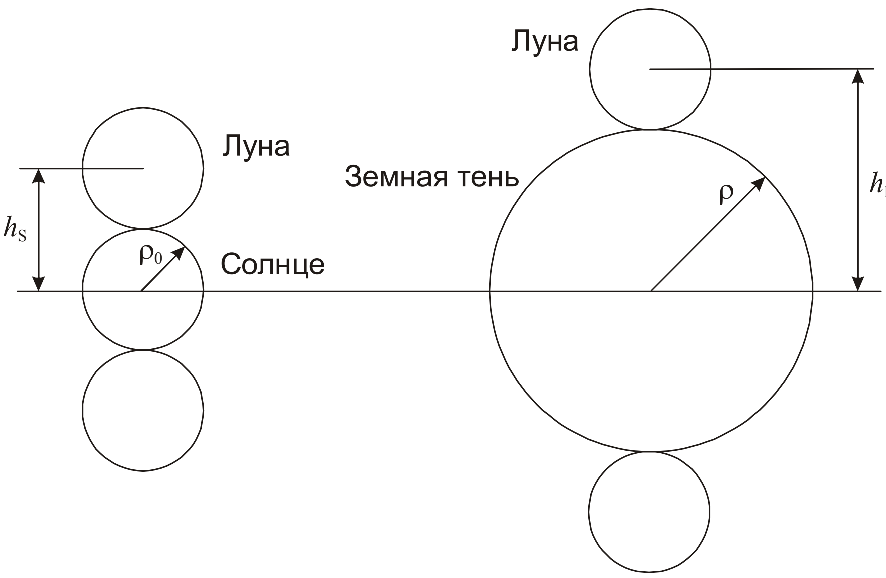
3. Рекомендации для жюри. Часть задачи, связанная с вычислением теоретического углового разрешения телескопа, оценивается из 3 баллов. Из них 2 балла выставляются за определение самого разрешения и еще 1 балл за вывод, что звезду не удастся разрешить ни с каким окуляром.

Вторая часть задачи, связанная с вычислением увеличения телескопа и углового разрешения при визуальных наблюдениях, оценивается из 5 баллов. Из них 1 балл выставляется за определение фокусного расстояния объектива, по 1 баллу за вычисление каждого из значений увеличения. Еще 1 балл за вычисление разрешающей способности глаза при наблюдении с первым окуляром и 1 балл за правильное определение разрешающей способности глаза при наблюдении со вторым окуляром, при условии, что при этом учтено теоретическое угловое разрешение телескопа.

4. Условие.

Оцените, что наблюдается чаще и во сколько раз с одной фиксированной точки Земли – солнечные затмения или теневые лунные затмения (частные и полные вместе)? Погодными факторами пренебречь.

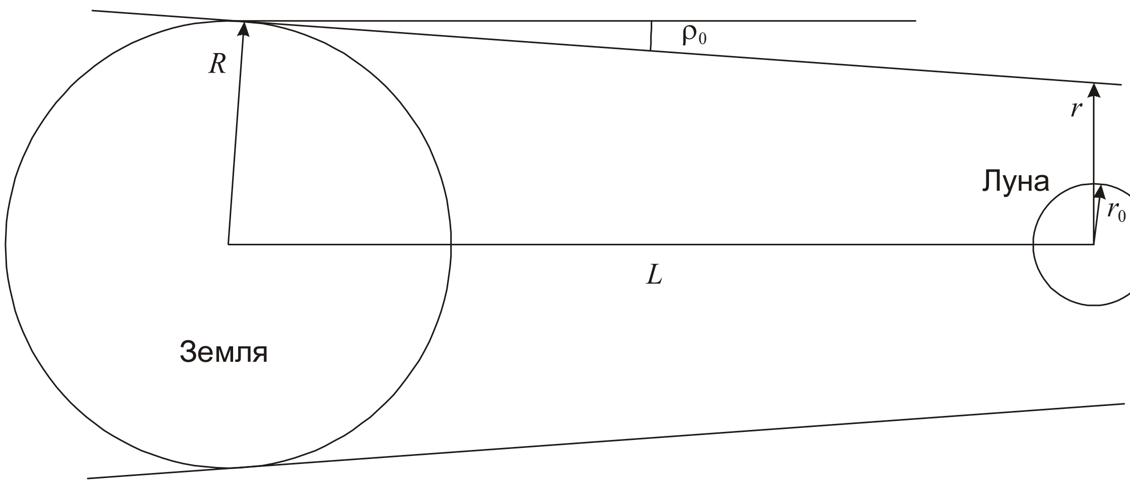
4. Решение. Для того, чтобы в какой-либо точке Земли произошло частное солнечное затмение, видимый диск Луны должен соприкоснуться с видимым диском Солнца. Для наблюдения теневого лунного затмения диск Луны должен соприкоснуться с диском земной тени.



Из рисунка видно, что для наступления солнечного затмения центр диска Луны должен пройти от центра диска Солнца на угловом расстоянии не более h_S, а для наступления лунного затмения – не более h_L. Угловые размеры Солнца ρ_0 на Земле меньше, чем угловые размеры земной тени ρ, поэтому лунные затмения будут видны чаще, чем солнечные.

Для того, чтобы определить количественное соотношение числа затмений, отметим, что Луна чаще всего проходит от центра Солнца (тени) на угловом расстоянии, существенно большим, чем h_S (h_L), и искомое соотношение можно считать равным отношению самих величин h_S и h_L.

Угловой радиус Луны в небе Земли мы можем считать равным угловому радиусу Солнца ρ_0, а для вычисления углового радиуса тени обратимся к рисунку:



Пространственный радиус земной тени составляет

$$r = R - L\rho_0 = R - r_0.$$

Здесь R и r_0 – радиусы Земли и Луны. В последнем равенстве было учтено совпадение угловых размеров Солнца и Луны (ρ_0). Угловые размеры тени и Луны соотносятся как

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{r}{r_0} = \frac{R - r_0}{r_0} = \frac{R}{r_0} - 1 = 2.7.$$

В итоге, соотношение частоты наблюдения затмений (в пользу лунных затмений) составит

$$\frac{h_L}{h_S} = \frac{\rho + \rho_0}{2\rho_0} = \frac{R}{2r_0} = 1.8.$$

4. Рекомендации для жюри. Для решения задания участники олимпиады должны представлять, чем определяется частота наблюдений солнечных и лунных затмений (первый рисунок решения выше или аналогичные рассуждения). Этот этап оценивается в 3 балла. Вывод о том, что лунные затмения наблюдаются чаще солнечных, оценивается еще в 2 балла. Наконец, вычисление соотношения частот затмений оценивается еще в 3 балла. Если участники олимпиады возьмут размер лунной тени как известный, не вычисляя его, из 3 баллов выставляется 2. При решении участники могут попытаться уточнить ответ, учитывая разность средних видимых размеров Солнца и Луны, а также разную длительность солнечных и лунных затмений, что может повлиять на вероятность их наблюдения у восхода или захода Луны. Это не может рассматриваться как основание для снижения оценки (при условии правильности вычислений).

5. Условие.

Вокруг далекой звезды по круговым орбитам обращаются две планеты. У одной из них орбитальный период вдвое больше, а сферическое альбедо – вдвое меньше, чем у другой планеты. При этом средняя температура поверхностей обеих планет одинакова. Найдите сферическое альбедо обеих планет. Тепловые эффекты от недр и атмосфер планет не учитывать.

5. Решение. Обозначим через $a_{1,2}$ и $T_{1,2}$ радиусы орбит и периоды обращения двух планет. В соответствии с III законом Кеплера

$$\frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{2/3} = 2^{2/3}.$$

Если пренебречь тепловыми эффектами от недр и атмосфер планет, то равенство средних температур обеих планет означает равенство притока энергии от центральной звезды на эти планеты. Запишем данное соотношение:

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{1-A_1}{a_1^2} \cdot \frac{a_2^2}{1-A_2} = 1.$$

Здесь учтено, что часть энергии, идущей от звезды, определяемая величиной альбедо $A_{1,2}$, отражается от планеты и не идет на ее нагрев. Учитывая, что $2A_1 = A_2$, получаем:

$$\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 = 2^{4/3} = \frac{1-A_1}{1-2A_1}.$$

В итоге,

$$A_1 = \frac{2^{4/3}-1}{2^{7/3}-1} = 0.375; \quad A_2 = \frac{2^{7/3}-2}{2^{7/3}-1} = 0.75.$$

5. Рекомендации для жюри. Для решения задачи участники олимпиады должны получить (в численном или общем виде) соотношение радиусов орбит двух планет, это оценивается в 2 балла. Условие равенства температур на планетах (в общем или численном виде) оценивается в 3 балла. Решение уравнения и формулировка ответа оценивается еще в 3 балла.

6. Условие.

Астрономы обнаружили интересный объект. Его яркость резко изменялась с периодом всего в 1 час, а видимый диаметр составлял 0.001″. Считая объект однородным, сферическим и непрозрачным, найдите максимально возможное расстояние до него.

6. Решение. По условию задачи, объект резко меняет свою яркость за короткий временной период. Учтем тот факт, что свет от разных частей объекта проходит до наблюдателя разное расстояние. Разница во времени для лучей, идущих из точек видимого центра и края его диска, составит

$$\Delta T = R/c,$$

где R – радиус объекта, c – скорость света. Если период физических изменений блеска объекта меньше ΔT, эти колебания будут «замыты» указанным эффектом. Раз колебания все же наблюдаются, то радиус объекта не может быть больше, чем

$$R_\mathrm{M} = cT,$$

где T – период колебаний. Отсюда получаем максимальное расстояние до объекта

$$L_\mathrm{M} = 2R_\mathrm{M} / \delta = 2cT / \delta = 14 \text{ кпк}.$$

Здесь δ – угловой диаметр объекта.

6. Рекомендации для жюри. Основой решения задачи является понимание того, что конечные размеры объекта замывают его видимые колебания блеска, если период этих колебаний меньше, чем радиус объекта, деленный на скорость света. Это понимание (вне зависимости от дальнейших вычислений) оценивается в 3 балла. Количественное выражение оценивается еще в 2 балла, причем оно может отличаться от приведенного выше – в частности, вместо радиуса может использоваться диаметр объекта с ответом, отличающимся вдвое. В этом случае из данных 2 баллов выставляется 1, но последующая часть решения оценивается в полной мере. Вычисление максимального расстояния (которое также может отличаться по указанным выше причинам) оценивается в 3 балла.