



# ПРАКТИЧЕСКИЙ ТУР



9 класс



## IX. 1

### НОЧНОЕ НЕБО

Е.Н. Фадеев

**?** Вам предоставлена фотография звездного неба вблизи северного полюса мира (последняя страница обложки, автор – Александр Павлов), а также таблица с экваториальными координатами некоторых звезд. Определите время экспозиции и масштаб фотографии (в °/см).

Звезда	Прямое восхождение	Склонение	Звезда	Прямое восхождение	Склонение
$\beta$ Cas	00 <sup>h</sup> 09.2 <sup>m</sup>	+59°09'	$\gamma$ UMa	11 <sup>h</sup> 53.8 <sup>m</sup>	+53°42'
$\alpha$ Cas	00 <sup>h</sup> 40.5 <sup>m</sup>	+56°32'	$\delta$ UMa	12 <sup>h</sup> 15.4 <sup>m</sup>	+57°02'
$\gamma$ Cas	00 <sup>h</sup> 56.7 <sup>m</sup>	+60°43'	$\epsilon$ UMa	12 <sup>h</sup> 54.0 <sup>m</sup>	+55°56'
$\delta$ Cas	01 <sup>h</sup> 25.9 <sup>m</sup>	+60°14'	$\alpha$ CVn	12 <sup>h</sup> 56.0 <sup>m</sup>	+38°19'
$\epsilon$ Cas	01 <sup>h</sup> 54.4 <sup>m</sup>	+63°40'	$\zeta$ UMa	13 <sup>h</sup> 23.9 <sup>m</sup>	+54°56'
$\alpha$ UMi	02 <sup>h</sup> 31.8 <sup>m</sup>	+89°16'	$\eta$ UMa	13 <sup>h</sup> 47.5 <sup>m</sup>	+49°19'
$\beta$ Per	03 <sup>h</sup> 08.2 <sup>m</sup>	+40°57'	$\beta$ UMi	14 <sup>h</sup> 50.7 <sup>m</sup>	+74°09'
$\alpha$ Per	03 <sup>h</sup> 24.3 <sup>m</sup>	+49°52'	$\gamma$ UMi	15 <sup>h</sup> 20.7 <sup>m</sup>	+71°50'
$\alpha$ Tau	04 <sup>h</sup> 35.9 <sup>m</sup>	+16°31'	$\beta$ Cyg	19 <sup>h</sup> 30.7 <sup>m</sup>	+27°58'
$\beta$ Ori	05 <sup>h</sup> 14.5 <sup>m</sup>	-08°12'	$\delta$ Cyg	19 <sup>h</sup> 45.0 <sup>m</sup>	+45°08'
$\gamma$ Ori	05 <sup>h</sup> 25.1 <sup>m</sup>	+06°21'	$\gamma$ Cyg	20 <sup>h</sup> 22.2 <sup>m</sup>	+40°15'
$\delta$ Ori	05 <sup>h</sup> 32.0 <sup>m</sup>	-00°18'	$\alpha$ Cyg	20 <sup>h</sup> 41.4 <sup>m</sup>	+45°17'
$\epsilon$ Ori	05 <sup>h</sup> 36.2 <sup>m</sup>	-01°12'	$\epsilon$ Cyg	20 <sup>h</sup> 46.2 <sup>m</sup>	+33°58'
$\alpha$ Ori	05 <sup>h</sup> 55.2 <sup>m</sup>	+07°24'	$\alpha$ Cep	21 <sup>h</sup> 18.6 <sup>m</sup>	+62°35'
$\alpha$ Gem	07 <sup>h</sup> 34.6 <sup>m</sup>	+31°53'	$\beta$ Cep	21 <sup>h</sup> 28.7 <sup>m</sup>	+70°34'
$\beta$ Gem	07 <sup>h</sup> 45.3 <sup>m</sup>	+28°02'	$\epsilon$ Cep	22 <sup>h</sup> 15.0 <sup>m</sup>	+57°03'
$\beta$ UMa	11 <sup>h</sup> 01.8 <sup>m</sup>	+56°23'	$\delta$ Cep	22 <sup>h</sup> 29.2 <sup>m</sup>	+58°25'
$\alpha$ UMa	11 <sup>h</sup> 03.7 <sup>m</sup>	+61°46'	$\gamma$ Cep	23 <sup>h</sup> 39.3 <sup>m</sup>	+77°38'

**!** Для определения масштаба фотографии необходимо отождествить треки звезд с реальными звездами на небе. Это может показаться затруднительным из-за того, что звезды выглядят не точками, а черточками. Если сразу очертания созвездий не угадываются, то надо соединять начала или концы треков ярких звезд линиями. Тогда легче увидеть контуры знакомых созвездий. Достаточно надежно отождествляются семь звезд Ковша Большой Медведицы,  $\alpha^2$  Гончих псов или пяти звезд Кассиопеи. При некотором навыке можно найти и другие созвездия (Дракон, Цефей, Лебедь).

Если звезды не очень далеки на небесной сфере друг от друга, то расстояние между ними можно вычислить также, как и расстояние между двумя точками на плоскости. Но нужно учесть, что угловое расстояние между кругами склонений

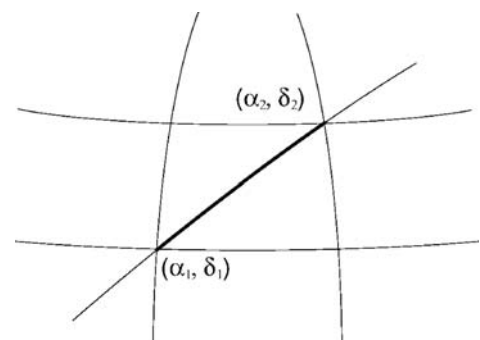


уменьшается как  $\cos \delta$  при приближении к полюсу мира. Одной стороной треугольника тогда будет часть круга склонения, а другой стороной – часть суточной параллели звезды. Но дуга суточной параллели со склонением  $\delta_2$  будет короче соответствующей дуги суточной параллели со склонением  $\delta_1$ . В одном случае мы получим заниженное расстояние между звездами, а в другом, напротив, завышенное. Чтобы получить более точное значение расстояния, можно взять среднее значение склонений звезд. Итого, искомая формула принимает вид

$$l = \sqrt{(\delta_2 - \delta_1)^2 + \left[ (\alpha_2 - \alpha_1) \cos\left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right) \right]^2}.$$

Здесь  $\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2$  – прямое восхождение и склонение звезд соответственно.

Нужно выбрать несколько пар звезд и сравнить угловые и линейные расстояния между ними. Не следует выбирать очень близкие звезды, поскольку при этом возрастает ошибка измерений, а также очень далекие, поскольку тогда угловое расстояние на небесной сфере нужно будет вычислять с помощью формул сферической тригонометрии. Разумеется, звезды не должны лежать по разные стороны от полюса мира. Также не следует использовать далеко расположенные звезды на краю кадра, поскольку там максимальна дисторсия камеры. Наиболее удачные пары – те, у которых близки какие-либо координаты: склонение или прямое восхождение.



В некотором приближении в качестве такой звездной пары можно взять Полярную звезду и какую-либо другую звезду в кадре. Считая, что Полярная звезда находится в полюсе мира, мы получаем величину углового расстояния:

$$\lambda = 90^\circ - \delta,$$

где  $\delta$  – склонение второй звезды в паре. Чтобы точность измерения масштаба была выше и меньше зависела от удаления Полярной звезды от северного полюса мира, нужно взять вторую звезду, далекую от северного полюса мира.

Сделав несколько измерений и усреднив полученное значение, мы получим масштаб изображения  $M$ , примерно равный  $8.5^\circ/\text{см}$  (при размере фотографии 15.1 см). Для достижения большей точности необходимо делать несколько измерений. Определяемый таким образом масштаб на этой фотографии немного варьируется от одной пары звезд к другой. Это следствие кривизны поля, всегда присутствующей на широкоугольных снимках.

Есть несколько способов определения времени экспозиции. В простейшем случае, надо выбрать трек какой-либо произвольной звезды, и посчитать размер угла, опирающегося на концы этого трека с вершиной в Полярной звезде. Этот угол равен примерно  $12^\circ$ . Значит, за время экспозиции звезда прошла  $12/360 = 1/30$  часть своего суточного пути. Экспозиция длилась 0.8 часа или 48 минут. Разумеется, измерений должно быть несколько, с последующим усреднением результата.

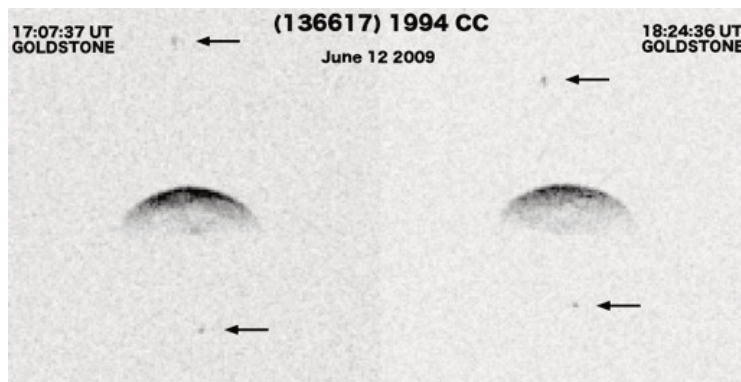
Можно также измерить длину трека какой-либо отождествленной звезды. Пусть она равна  $X$ . Тогда угловая дуга трека равна  $MX$ . Это смещение соответствует изменению часового угла (то есть времени экспозиции) звезды на  $MX/\cos \delta$ , где  $\delta$  – склонение звезды.

## IX. 2

### СПУТНИК АСТЕРОИДА

А.Н. Акинъщиков

**?** Вам представлены два изображения астероида 136617 (1994 CC) во время его пролета вблизи Земли (негатив). Указаны дата и всемирное время съемки. На снимках видны два спутника. Известно, что второй спутник (снизу на фото) движется по круговой орбите с радиусом в 5 радиусов астероида и за указанный на фото временной интервал совершил малую часть одного оборота. Считая форму астероида сферической, оцените его среднюю плотность. Угловым перемещением самого астероида за время наблюдений пренебречь.



**!** Определим величину смещения нижнего спутника на фотографиях в единицах радиуса астероида:

$$d \sim R/3.$$

Во время наблюдений спутник располагается на небе вблизи астероида (а в пространстве, вероятнее всего, перед ним), его

элонгация существенно меньше максимальной. При этом видимое движение происходит фактически в направлении к центру астероида. Поэтому мы можем считать тангенциальную скорость равной орбитальной скорости спутника:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{a}}.$$

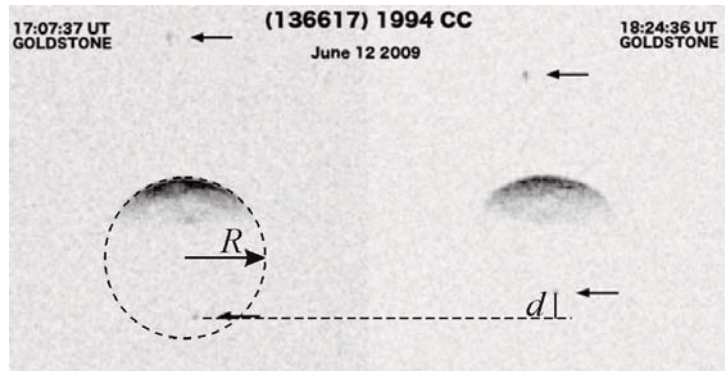
Здесь  $a$  – радиус орбиты спутника. Обозначим интервал между двумя моментами съемки (4619 секунд) как  $t$ . Тогда

$$d = v \cdot t = \sqrt{\frac{GM}{a}} \cdot t = \sqrt{\frac{4\pi G \rho R^3}{3a}} \cdot t.$$

Здесь  $\rho$  – средняя плотность астероида. Отсюда мы можем получить выражение для нее:

$$\rho = \frac{3ad^2}{4\pi GR^3 t^2} = \frac{3}{4\pi G t^2} \left(\frac{a}{R}\right) \cdot \left(\frac{d}{R}\right)^2.$$

Зная отношение  $(a/R)=5$  из условия задачи и  $(d/R)=1/3$  из сравнения фотографий, получаем значение плотности: около  $100 \text{ кг/м}^3$ . Отметим, что такое невысокое значение плотности, более характерное для кометных ядер, связано с предположением о сферичности астероида и вероятным завышением его размеров.



## IX. 3 МНОГОЛИКАЯ ЛУНА

О.С. Угольников

**?** Вам предложены несколько изображений Луны, сделанных с Земли (последняя страница обложки). Определите, на каких из них происходит лунное затмение (в полутеневой или теневой фазе), а на каких затмения нет. Обоснуйте свои ответы.

**!** Чтобы отобрать те изображения, на которых Луна находится в затмении, выделим основные оптические свойства затмившейся Луны:

1) Красный цвет теневой части, хорошо заметный в полной теневой фазе, с белой каймой во внешней части тени. При этом Луна может иметь желто-красный цвет и вне затмения, если она находится низко над горизонтом;

2) Нерезкие, размытые края тени в частной фазе, в контрасте с резким терми-



натором обычной Луны в неполной фазе с четко заметными особенностями рельефа.

3) Граница имеет форму дуги круга, в отличие от «обычного» терминатора, имеющего форму половины эллипса, проходящего через полюса Луны.

4) Луна может попасть в тень или полутень только в полнолунии вблизи узла своей орбиты, то есть, не имея ощутимой либрации по широте.

Теперь разберем каждое из девяти изображений Луны на рисунке:

1. Луна полная, лимб нигде не содержит резких форм, связанных с рельефом. При этом слева виден край тени, имеющий круглую форму. Луна находится в полутеневом или частном теновом затмении с малой фазой.

2. Край света и тени нерезкий, не отображает рельефа и имеет форму дуги круга, не проходящего через полюса Луны. Это частное теновое затмение.

3. Серп Луны с резким терминатором, проходящим через полюса. На фото обычная растущая Луна, окрашенная в желтый цвет из-за атмосферных условий или эффектов фотосъемки.

4. Данный случай является наиболее сложным из всех представленных. Левая часть диска Луны ослаблена, но профиль не имеет круглой формы. Это потемнение может быть следствием наличия поглощения света в атмосфере или в оптической схеме фотокамеры. Главный признак того, что затмения на этой фотографии нет – ощутимая южная либрация Луны по широте. Это видно по сравнению с фото 1, а также по наличию изрезанного терминатора с формами рельефа у южного края. Такой полная Луна бывает при значительном удалении к северу от эклиптики. Затмение в таких условиях наступить не может.

5. Луна имеет ярко-оранжевый цвет, который может наступить при полном затмении. Однако в данном случае Луна располагается очень низко над горизонтом. На это указывает как далекий профиль земных гор, так и сильное сжатие лунного диска за счет явления рефракции. Луна в полном затмении (точно в противостоянии Солнцу) наблюдалась бы у горизонта на фоне сумеречного неба, и не была бы столь отчетливой (а скорее всего, была бы совершенно невидимой). Более того, Луна окрашена в оранжевый цвет однородно, чего не характерно для тени Земли. Затмения на данном фото нет, а покраснение Луны – следствие ее низкого положения над горизонтом и влияния земной атмосферы. У Луны на этом фото также заметна южная либрация по широте.

6. Луна вновь занимает невысокое положение над горизонтом (над крышей дома). При этом небо светлое, а граница света и тени на Луне не проходит через полюса (освещена южная часть диска Луны, как видно по форме морей). На этом фоне запечатлена Луна в частной фазе тенового затмения.

7. На этом фото Луна выглядит типично для полного затмения – тень красная с белой каймой с одного края. Обычная полная Луна, окрашенная локальным атмосферным ослаблением света, не могла бы быть такой из-за низкого положения над горизонтом. В этом случае ее диск был бы искажен аналогично фото 5.

8. Луна с терминатором в виде половины эллипса с отчетливо заметным рельефом. Это обычная растущая Луна с пепельным светом, вызванным ее освещением Землей. Затмения на фото нет.

9. Терминатор нерезкий. Хотя он и проходит вблизи полюсов Луны, он имеет форму дуги окружности. На фото – частное затмение Луны.

Итак, лунное затмение запечатлено на фотографиях 1, 2, 6, 7 и 9.



10 класс

## X. 1

## СОЛНЕЧНЫЕ ЧАСЫ

А.Н. Акинъщиков

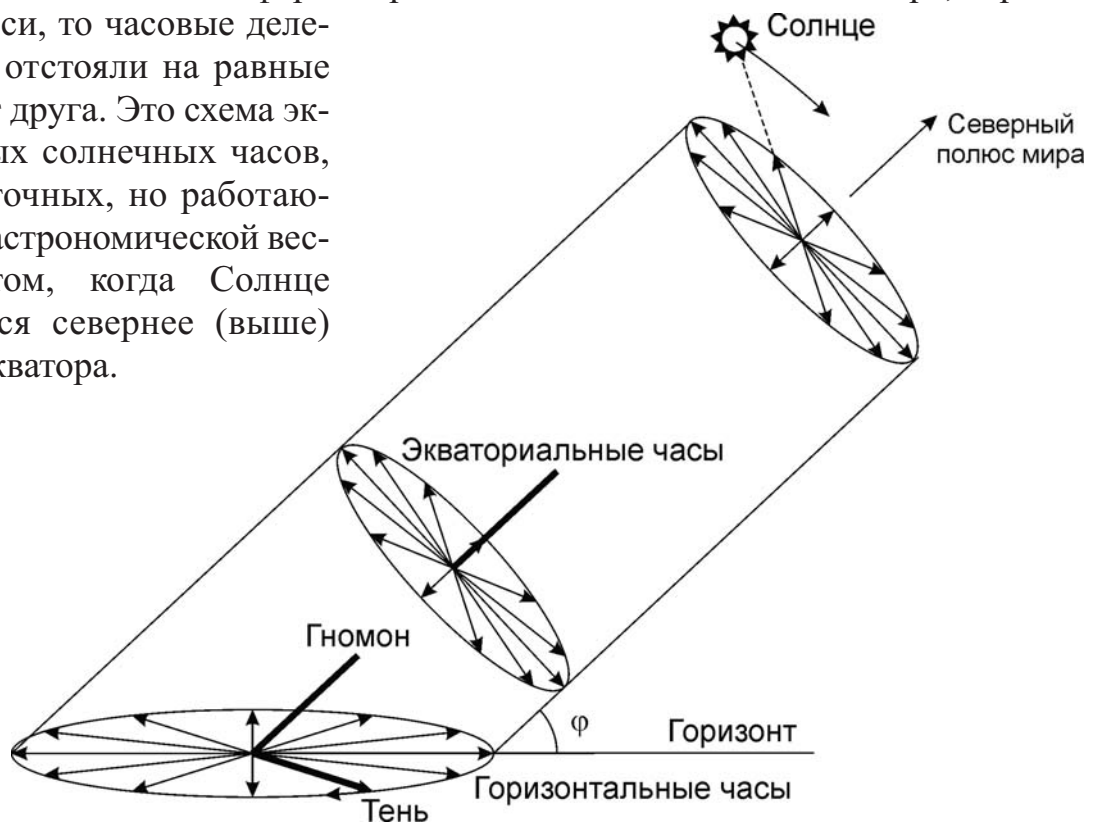
**?** Во Владивостоке ( $43^\circ$  с.ш.,  $132^\circ$  в.д.) решили построить большие горизонтальные солнечные часы с неподвижным гномоном, которые показывали бы наиболее точное (по возможности) время днем в ясную погоду в любой сезон года. Нарисуйте, каким должен быть циферблат этих часов по отношению к сторонам горизонта. Время во Владивостоке опережает московское на 7 часов.

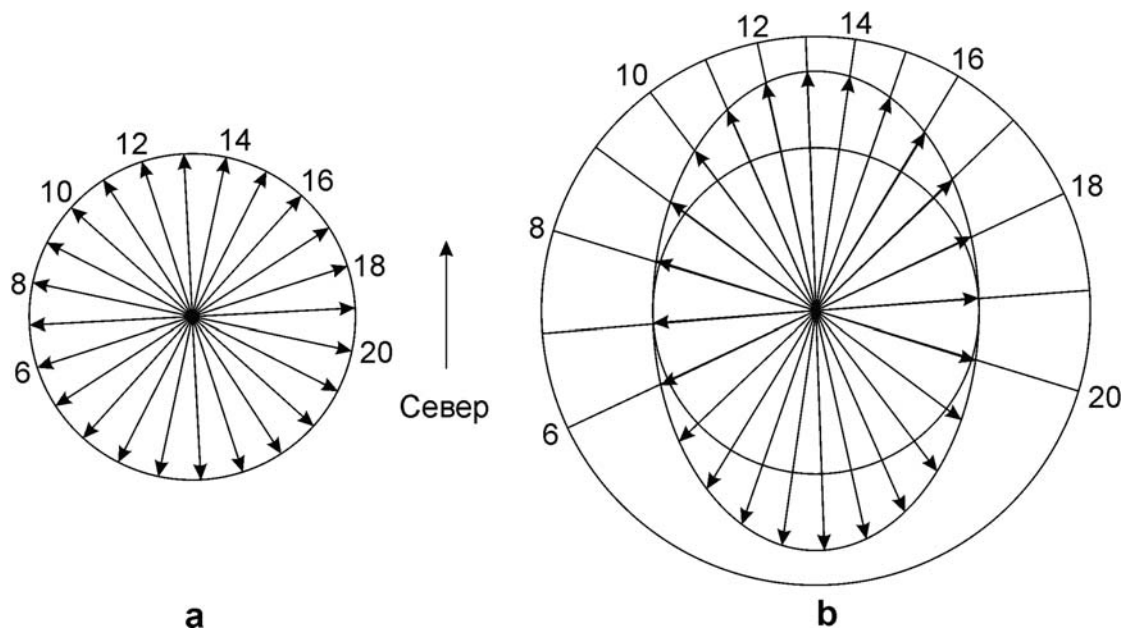
**!** Для начала вычислим, какое время во Владивостоке будет полуденным. По Всемирному времени это соответствует:

$$UT = 12^{\text{ч}} - \lambda = 03^{\text{ч}}12^{\text{м}}.$$

Время на часах жителей Владивостока есть московское время плюс 7 часов, то есть, Всемирное время плюс 10 часов. В итоге, средний солнечный полдень наступает во Владивостоке в  $13^{\text{ч}}12^{\text{м}}$ . Мы не учитываем уравнение времени и не вычисляем момент истинного солнечного полудня, так как оно постоянно меняется в пределах  $\pm 15-16$  минут, а часы рассчитаны на работу в течение всего года.

Для того, чтобы часы работали более-менее точно в любой сезон, их ось должна быть направлена не в зенит, а в Северный полюс мира. В этом случае Солнце в ходе своего видимого суточного движения будет равномерно вращаться вокруг этой оси. Если бы циферблат располагался в плоскости экватора, перпендикулярно оси, то часовые деления там бы отстояли на равные углы друг от друга. Это схема экваториальных солнечных часов, простых и точных, но работающих только астрономической весной и летом, когда Солнце располагается севернее (выше) небесного экватора.





В случае горизонтальных часов равномерный циферблат экваториальных часов отображается на горизонтальную плоскость (см. рисунок слева). Это приводит к искажению циферблата – растяжению его в направлении "север-юг" в  $K=(1/\sin\varphi)$  раз, где  $\varphi$  – широта места. В случае Владивостока (широта  $43^\circ$ ) величина  $K$  составляет 1.47.

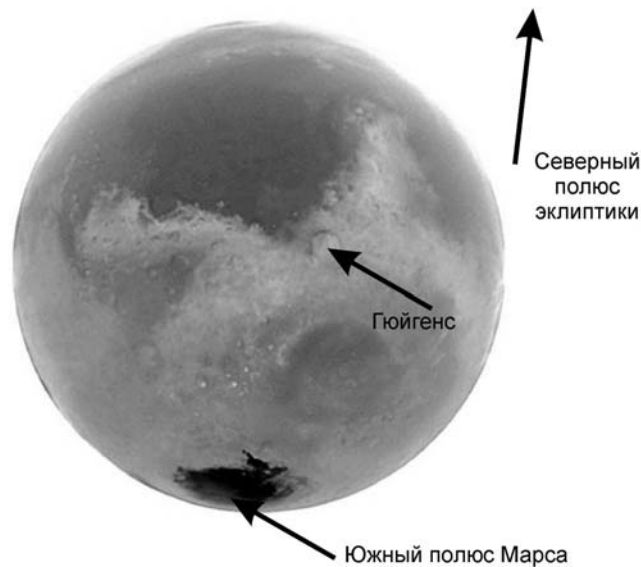
Теперь становится ясной процедура построения циферблата. Вначале изображаем круглый циферблат, у которого направление на север будет на 12 минут (3 градуса) правее деления 13 часов (модель "а" на рисунке сверху). Так мы добиваемся правильного отображения полудня для Владивостока.

Далее мы растягиваем этот циферблат в 1.47 раз в направлении "север-юг". Полученный эллиптический циферблат уже можно использовать в горизонтальных часах во Владивостоке. При желании его можно сделать также круглым, продолжая отрезки, соответствующие определенным делениям часов, до пересечения с окружностью нужного радиуса (модель "b" на рисунке). Однако, шкала на этом круге уже не будет равномерной. Деления, соответствующие ночи для любого сезона во Владивостоке, наносить нет смысла, так как ночью солнечные часы работать не могут.

## Х. 2 МАРСИАНСКИЙ ЛОКАТОР

О.С. Угольников

**?** Ученые создали супер-мощную лазерную установку для локации поверхности Марса непосредственно с южного полюса Земли. Отметьте на рисунке (на обороте, негатив) точку, в которую нужно направить лазерный луч, чтобы изучить область кратера Гюйгенс. Марс находится в великом противостоянии с Землей, на рисунке указаны южный полюс Марса и направление на северный полюс эклиптики в момент проведения эксперимента. Наклоном орбиты Марса к эклиптике пренебречь. Считать луч лазера очень узким, атмосферные помехи не учитывать. Орбиту Земли считать круговой.



**!** В момент великого противостояния Марс повернут к Земле своим дневным полушарием, причем к Солнцу и Земле обращен южный полюс планеты. Проведем диаметр через южный полюс Марса и центр его видимого диска. Обратим внимание, что эта линия оказывается параллельной направлению на Северный полюс эклиптики.

Кратер Гюйгенс располагается правее и немного выше середины диска Марса. С учетом того, что Марс обращен к Земле южным полюсом, можем сделать вывод, что Гюйгенс располагается вблизи экватора Марса. Он также расположен недалеко от полуденной линии, и в момент эксперимента за счет осевого движения Марса будет двигаться практически перпендикулярно этой линии слева направо. Скорость этого движения будет равна

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 240 \text{ м/с.}$$

Осевое вращение самой Земли на картину не влияет, так как локатор находится на южном полюсе Земли. Кроме этого, Марс движется в пространстве относительно Земли. В противостоянии это движение попятное и на рисунке оно тоже будет направлено слева направо. Так как мы пренебрегаем наклоном орбиты Марса к эклиптике, то это движение будет происходить перпендикулярно направлению на Северный полюс эклиптики, то есть вдоль той же самой линии, что и движение кратера Гюйгенс за счет осевого вращения Марса. Скорость этого движения есть разность орбитальных скоростей Земли и Марса. Учтем, что Марс находится в великом противостоянии, то есть в перигелии своей орбиты:

$$V = u_E - u_M = \sqrt{\frac{GM}{a_E}} - \sqrt{\frac{GM}{a_M} \cdot \frac{1+e}{1-e}} = u_E \left( 1 - \sqrt{\frac{a_E}{a_M} \cdot \frac{1+e}{1-e}} \right) = 3.3 \text{ км/с.}$$

Здесь  $u_E$  и  $u_M$  – орбитальные скорости Земли и Марса,  $a_E$  и  $a_M$  – большие полуоси орбит этих планет,  $e$  – эксцентриситет орбиты Марса,  $M$  – масса Солнца. Полученная скорость значительно больше, и именно орбитальное движение планет внесет основную поправку в смещение Марса за период локации. Определим время, за которое лазерный луч достигнет Марса:

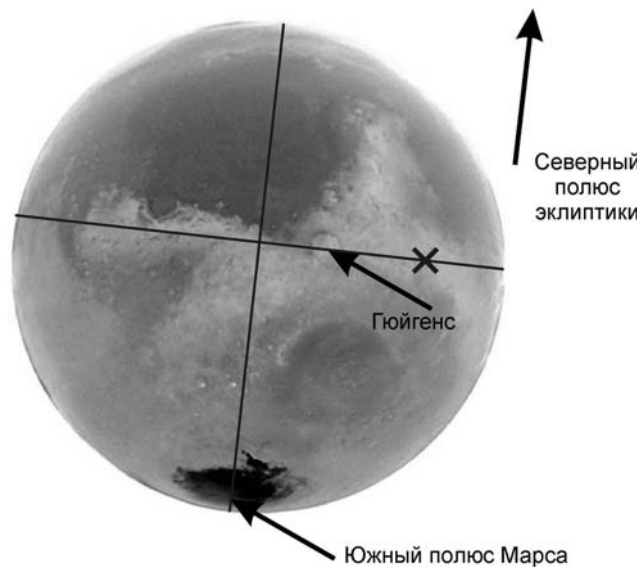


$$\tau = \frac{a_M(1-e) - a_E}{c} = 190 \text{ сек.}$$

За это время кратер Гюйгенс сместится вправо на расстояние

$$L = (V + v) \tau = 670 \text{ км}$$

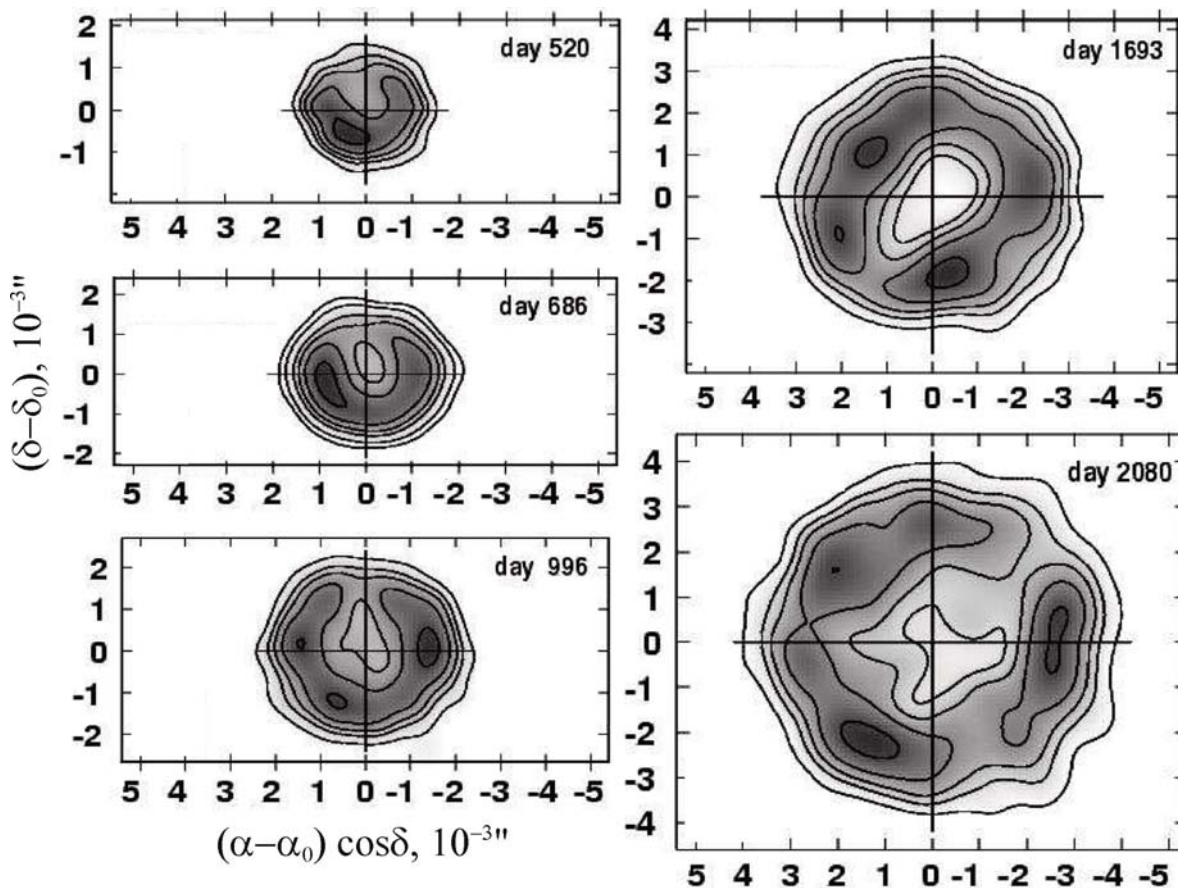
или 0.2 радиуса Марса. Учтем, что свет от Марса до Земли идет то же время, и в момент наблюдений он сам сместится на то же расстояние. В итоге, точка, в которую должен быть направлен лазерный импульс, смещена на расстояние  $2L$  и помечена на рисунке крестиком.



## X. 3 СВЕРХНОВАЯ В БЛИЗКОЙ ГАЛАКТИКЕ

Е.Н. Фадеев

**?** В некоторой галактике вспыхнула сверхновая звезда. В таблице (на обороте) вам даны значения лучевых скоростей, соответствующие краям линии  $H_\alpha$  ( $6563 \text{ \AA}$ ) в спектре сверхновой. На рисунках даны радиокарты оболочки сверхновой (единицы – миллисекунды дуги). Считая расширение оболочки сферически симметричным, определите расстояние до галактики.



## XXII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

Дни после вспышки	Фиолетовое смещение, км/с	Красное смещение, км/с
553	-10700	10500
670	-10500	10500
976	-10200	9600
1766	-9600	9300
2028	-9000	7600

Поскольку сверхновая вспыхнула в некоторой галактике, расстояние до нее равно расстоянию до галактики. Раз нам известно фиолетовое или красное смещение остатка фрагментов остатка сверхновой, мы можем определить лучевую скорость, с которой данный фрагмент остатка летит на нас или от нас. Из таблицы видно, что фиолетовое смещение всегда больше, чем красное. Это следствие того, что сверхновая как целое приближается к нам. Поскольку оболочка сохранила свою симметричность, будем считать, что во все стороны она расширяется одинаково.

Вычислим для каждого указанного дня значение скорости разлета оболочки, а также значение скорости самой оболочки.

Дни после вспышки	Скорость оболочки, км/с	Скорость расширения оболочки, км/с	Угловой размер оболочки, $10^{-3}''$	Скорость расширения, $10^{-6}''/\text{день}$
520			1.5	–
553	-100	10600		
670	0	10500		
686			2	3.0
976	-300	9900		
996			2.3	0.97
1693			3	1.0
1766	-150	9450		
2028	-700	8300		
2080			4	2.5

Как мы можем заметить, скорость оболочки сильно меняется, хотя естественно ожидать, что она меняться не должна. Точно так же, измерив размеры оболочки, мы получаем разные скорости ее расширения. Все это связано с большой погрешностью измерений как лучевых скоростей, так и размеров оболочки.

Расширение в картинной плоскости будет происходить с той же скоростью  $v_t = v_r = v$ . За время  $t$  оболочка расширится на  $vt$ , а ее угловой размер увеличится на  $\Delta\theta = \mu t$ , где  $\mu$  – угловая скорость расширения оболочки. Мы можем определить среднюю угловую скорость расширения оболочки на промежутке от 520 до 2080 дня. Она составит  $1.6 \cdot 10^{-6}$  угловых секунд в день ( $7.8 \cdot 10^{-12}$  радиан в день или  $9.0 \cdot 10^{-17} \text{ с}^{-1}$ ).

Осталось найти расстояние до центра оболочки  $D$ . Поскольку величины  $\theta$  и  $\Delta\theta$  экстремально малы, то:

$$x + vt = D \operatorname{tg}(\theta + \mu t) = D(\theta + \mu t).$$

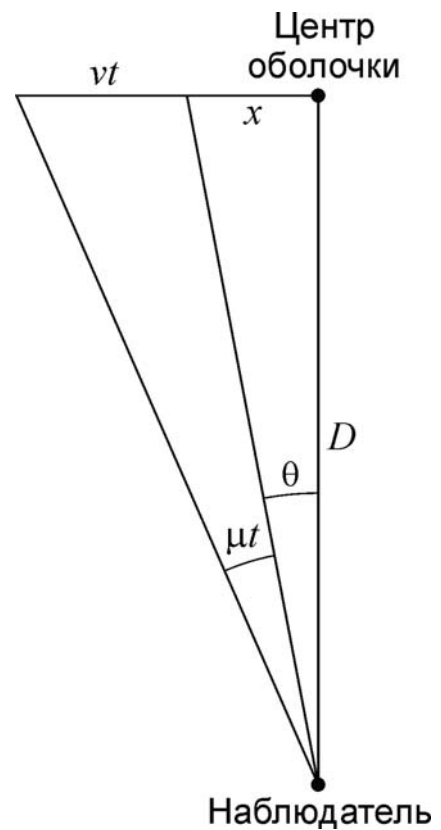
Для начального момента исследуемого интервала (553 день)  $x = D\theta$ . Вычитая это равенство из предыдущей формулы, имеем:

$$vt = D\mu t.$$

Средняя пространственная скорость расширения оболочки  $v$  равна 9750 км/с. Из этого имеем

$$D = \frac{v}{\mu} = 1.1 \cdot 10^{20} \text{ км} = 3.5 \text{ Мпк}.$$

Приведенные данные относятся к Сверхновой  $SN1993J$  в галактике M81.



## XI. 1 ВЕСЕННИЕ РАССВЕТЫ

О.С. Угольников

**?** В таблице (на обороте) приведены измеренные моменты восхода верхнего края Солнца (среднее солнечное время) в течение 21 дня в марте в пункте с широтой  $+60^\circ$  на уровне моря. Указаны значения температуры и атмосферного давления в этот момент. Для моментов восхода также даются значения склонения центра Солнца и уравнения времени. Исходя из этого, получите эмпирическое выражение для величины атмосферной рефракции у горизонта в зависимости от температуры и давления. Угловой радиус Солнца считать постоянным ( $16'05''$ ).

**!** Для того, чтобы получить требуемую формулу, нужно получить значения атмосферной рефракции у горизонта хотя бы в некоторые дни при разных давлениях и температурах. В таблице приведены моменты восхода верхнего края Солнца над горизонтом. В это время истинная высота центра Солнца над горизонтом отрицательна и составляет

$$h = -r - \rho.$$

## XXII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

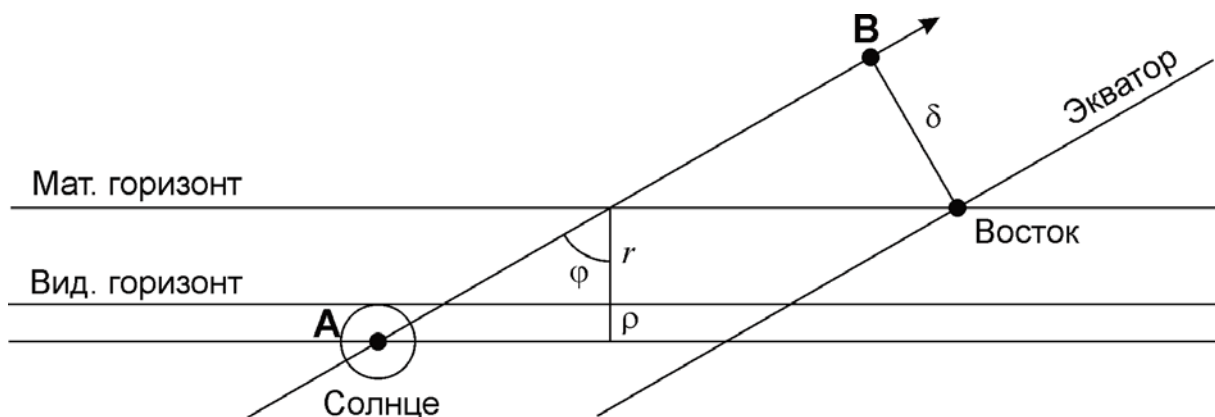
Дата		$T$	$P$	Склонение Солнца			Уравнение времени		Момент восхода				
		°С	мм.рт.ст.	°	'	"	м	с	ч	м	с		
Март	8	-28	749	-	05	00	28	+	10	55	06	36	52
	9	-21	754	-	04	37	06	+	10	40	06	34	16
	10	-24	747	-	04	13	40	+	10	25	06	31	10
	11	-27	746	-	03	50	12	+	10	10	06	28	01
	12	-20	741	-	03	26	41	+	09	54	06	25	29
	13	-20	734	-	03	03	07	+	09	38	06	22	32
	14	-12	730	-	02	39	31	+	09	21	06	20	01
	15	-6	740	-	02	15	54	+	09	05	06	17	18
	16	-6	748	-	01	52	16	+	08	48	06	14	13
	17	+1	738	-	01	28	36	+	08	32	06	11	41
	18	-6	731	-	01	04	56	+	08	15	06	08	19
	19	-5	733	-	00	41	16	+	07	57	06	05	19
	20	-14	739	-	00	17	35	+	07	39	06	01	43
	21	-10	745	+	00	06	04	+	07	22	05	58	54
	22	-5	746	+	00	29	43	+	07	04	05	56	09
	23	-10	750	+	00	53	21	+	06	46	05	52	47
	24	-8	760	+	01	16	57	+	06	28	05	49	48
	25	-5	770	+	01	40	31	+	06	10	05	46	53
	26	-10	766	+	02	04	04	+	05	52	05	43	34
	27	-18	766	+	02	27	33	+	05	34	05	40	03
	28	-10	766	+	02	51	00	+	05	15	05	37	29

Здесь  $\rho$  – угловой радиус Солнца, а  $r$  – атмосферная рефракция у горизонта. Часовой угол Солнца  $\tau$  связан со средним солнечным временем  $t$  как

$$\tau = t - (12^h + \eta).$$

Здесь  $\eta$  – уравнение времени, приведенное в таблице. Используя эти два соотношения, можно вычислить истинную высоту центра Солнца в момент видимого восхода его верхнего края с помощью формул сферической тригонометрии. Однако, существует более простой путь. Используем тот факт, что наблюдения проводились вблизи весеннего равноденствия, восход Солнца происходил вблизи точки востока. Изобразим участок неба вблизи этой точки (рисунок снизу).

Если бы Солнце находилось точно на небесном экваторе и не имело угловых размеров, а на Земле не было атмосферы, то восход наблюдался бы в момент  $6^h + \eta$ . В реальности, верхняя точка солнечного диска с часовым углом  $-6^h$  (точка





## Практический тур – 11 класс

**В** на рисунке) не совпадает с видимым горизонтом. Смещение времени момента восхода (отрезок **AB** по модулю), как видно из рисунка, составляет:

$$\Delta t = -\frac{r + \rho}{\cos \varphi} - \delta \operatorname{tg} \varphi.$$

Если склонение Солнца меньше нуля, то величина  $\Delta t$  может быть и положительной (восход Солнца происходит позже  $6^{\text{ч}} + \eta$ ). Отсюда мы получаем приближенное выражение для рефракции:

$$r = -\delta \sin \varphi - \Delta t \cos \varphi - \rho;$$

$$\Delta t = t_{\text{в}} - (6^{\text{ч}} + \eta).$$

Здесь  $t_{\text{в}}$  – измеренное время восхода верхнего края Солнца. В таблице (на следующей странице) для каждого из 21 дней приведены значения рефракции у горизонта  $r$ . Для сравнения даны истинные значения  $r_0$ , полученные по формулам сферической тригонометрии (не требуется от участников). Мы видим, что указанная методика позволяет определить величину рефракции с точностью лучше  $1'$ , а в интервале от 14 до 23 марта – с точностью лучше  $0.1'$ .

Вообще говоря, для решения задачи нет необходимости вычислять значение рефракции для каждого из дней. Достаточно выделить характерные дни с равной температурой (давлением), чтобы определить зависимость рефракции от давления (температуры). При этом лучше выбирать дни ближе к равноденствию, когда точность вычисления величины  $r$  лучше.

Обратим внимание на восходы Солнца 15, 16 и 18 марта, когда температура была одинакова ( $-6^{\circ}\text{C}$ ), а давление существенно различалось. Можно убедиться, что для них рефракция оказывается в точности пропорциональной давлению:

Дата	$T, ^{\circ}\text{C}$	$P, \text{мм рт. ст.}$	$r, '$	$r_0, '$	
Март	8	-28	749	49.53	50.36
	9	-21	754	46.94	47.57
	10	-24	747	48.02	48.46
	11	-27	746	49.43	49.72
	12	-20	741	46.12	46.31
	13	-20	734	45.76	45.88
	14	-12	730	42.10	42.17
	15	-6	740	40.08	40.12
	16	-6	748	40.54	40.55
	17	+1	738	36.95	36.95
	18	-6	731	39.63	39.63
	19	-5	733	39.30	39.30
	20	-14	739	43.56	43.56
	21	-10	745	42.16	42.15
	22	-5	746	40.03	40.00
	23	-10	750	42.51	42.43
	24	-8	760	42.23	42.10
	25	-5	770	41.50	41.29
	26	-10	766	43.69	43.34
	27	-18	766	47.50	46.97
	28	-10	766	44.04	43.34

$$r(T = -6^\circ \text{C}) = r_{760} \frac{P}{760 \text{ мм рт. ст.}}; \quad r_{760}(T = -6^\circ \text{C}) = 41.2'.$$

20 марта температура опустилась до  $-14^\circ \text{C}$ . Записывая аналогичную зависимость  $r(P)$  для этой температуры

$$r(T = -14^\circ \text{C}) = r_{760}(T = -14^\circ \text{C}) \frac{P}{760 \text{ мм рт. ст.}},$$

с учетом давления в это утро (739 мм рт. ст.), получаем значение

$$r_{760}(T = -14^\circ \text{C}) = r(P, T) \frac{760 \text{ мм рт. ст.}}{P} = 44.8'.$$

Обратим внимание на высокие значения рефракции при минусовых температурах. Будем считать, что величина  $r_{760}$  линейно меняется с температурой (в реальности, это так только в узких интервалах температур):

$$r_{760} = A + B \cdot T(^{\circ}\text{C}).$$

Тогда, имея данные для температур  $T_1$  и  $T_2$ :

$$A = \frac{r_{760}(T_2)T_1 - r_{760}(T_1)T_2}{T_1 - T_2} = 38.5';$$

$$B = \frac{r_{760}(T_1) - r_{760}(T_2)}{T_1 - T_2} = -0.45' / ^{\circ}\text{C}.$$

Полная формула для рефракции в зависимости от температуры и давления имеет вид:

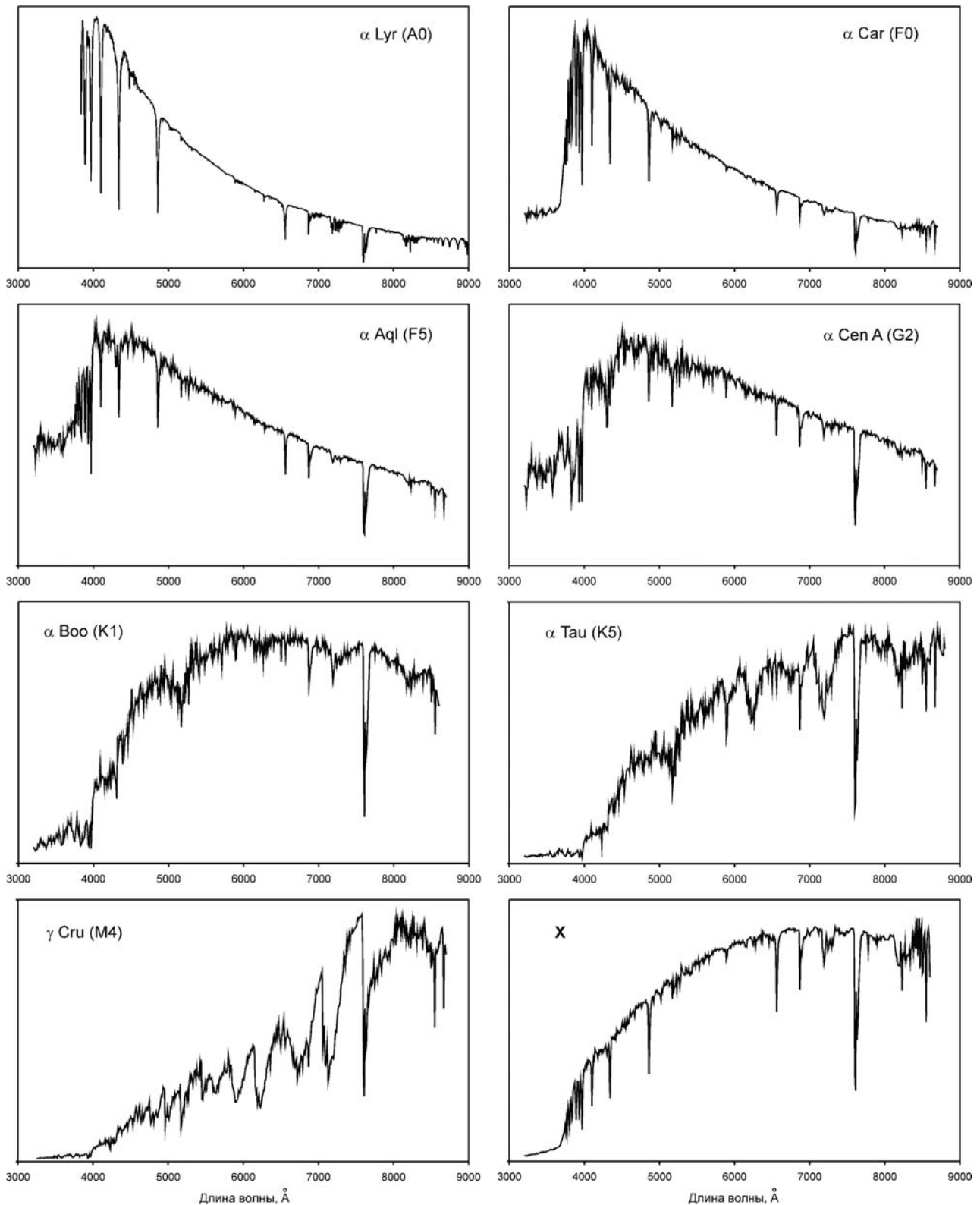
$$r(P, T) = (38.5' - 0.45'T(^{\circ}\text{C})) \frac{P}{760 \text{ мм рт. ст.}}.$$

## XI. 2 ЗВЕЗДНЫЕ СПЕКТРЫ

О.С. Угольников

**?** Перед Вами спектры семи близких звезд некоторых спектральных классов от А0 до М4 (указаны в скобках), а также спектр еще одной звезды Х в диске Галактики. Определите по нему расстояние до звезды Х и ее спектральный класс, если известно, что он лежит в том же интервале от А0 до М4. Все спектры получены с Земли с одинаковым спектральным разрешением и высотой звезд над горизонтом. Лучевые скорости всех звезд малы. Масштабы графиков по ординате отличаются. Межзвездное поглощение света в диске Галактики составляет  $(0.002^{\text{м/пк}}) \cdot (\lambda/5500 \text{ \AA})^{-1.3}$ .

## Практический тур – 11 класс



❗ По своей общей форме спектр звезды X напоминает спектры звезд класса K (Арктур и Альдебарана), однако некоторые линии (характерные острые минимумы) у спектра звезды X совершенно другие. По условию задачи, спектры получены с Земли при одинаковой высоте звезд над горизонтом. Поэтому у всех звезд должны наблюдаться теллурические линии, относительная глубина которых не будет зависеть от звезды и никак не связана с ее спектральным классом.

Характерный пример такой линии (точнее, сложной системы линий) – поглощение молекулярным кислородом  $O_2$  вблизи 7600 ангстрем.

Спектральный класс звезды нужно определять по линиям, которые должны принадлежать самим звездам. Причем эти линии должны соответствовать распространенным химическим элементам, в противном случае их интенсивность будет существенно зависеть от содержания того или иного элемента, которое может сильно изменяться от звезды к звезде. В нашем случае за основу нужно брать линии бальмеровской серии водорода, которые видны в спектрах звезд. Их интенсивность существенно зависит от температуры, тем самым облегчая определение спектрального класса звезды **X**.

Выберем линии  $H_\alpha$  (6563 ангстрема) и  $H_\beta$  (4861 ангстрем) и отметим их на спектрах. Мы видим, что эти линии сильны у звезд классов A и F, слабее у звезд класса G, уже с трудом заметны у звезд класса K и вовсе отсутствуют у звезды класса M. Связано это с тем, что для своего образования линии бальмеровской серии требуют наличия возбужденных атомов водорода с электроном на втором уровне, а при низких температурах таких атомов практически нет (отметим, что у горячих звезд классов O и B линии бальмеровской серии тоже слабеют, но уже из-за ионизации водорода).

Так как спектры звезд имеют одинаковое разрешение, мы можем примерно оценить интенсивность линии по величине максимального ослабления энергетического потока от звезды (в процентах). Отметим эти величины на графиках. Сделав то же самое для звезды **X**, мы видим, что по этой характеристике она похожа на звезду Канопус ( $\alpha$  Киля, спектральный класс F0). В этом мы можем убедиться и по другим звездным спектральным линиям. Таким образом, мы определили спектральный класс звезды **X**.

Общий вид спектра звезды **X** не похож на спектр Канопуса, так как он искажен межзвездным поглощением. Коротковолновое излучение поглощается сильнее, что вызывает общее "покраснение" звезды. Чтобы определить его и найти расстояние, вычислим значения спектрального энергетического потока  $J$  от Канопуса и звезды **X** на трех длинах волн, не содержащих сильных линий:

Длина волны, $\lambda$	$J_1$ ( $\alpha$ Car)	$J_2$ (X)	$-2.5 \lg (J_2/J_1)$	$(\lambda/5500 \text{ \AA})^{-1.3}$
4600	0.69	0.55	+0.25	1.261
6000	0.38	0.83	-0.85	0.893
8000	0.18	0.85	-1.69	0.614

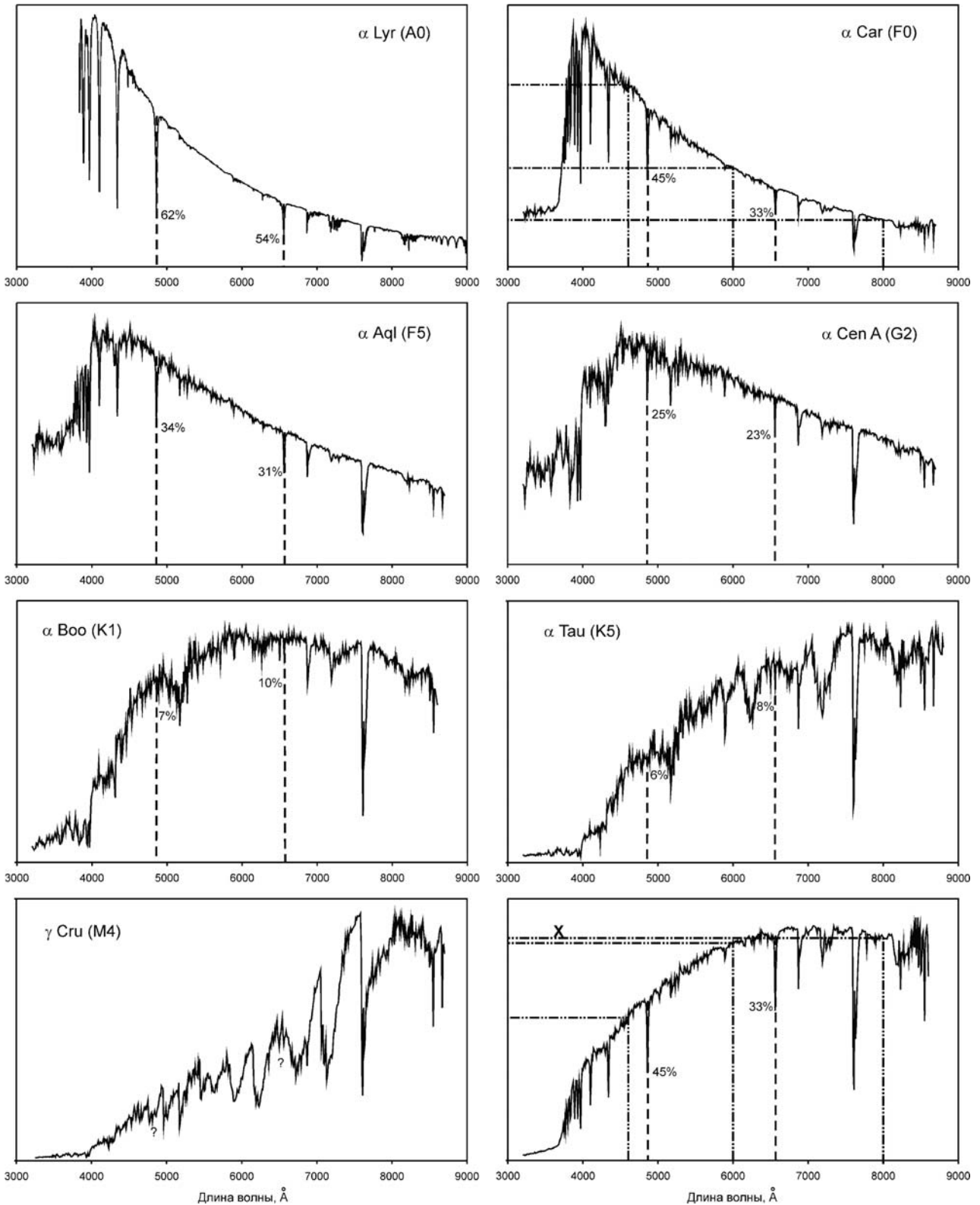
За единицу в обоих случаях принят вертикальный масштаб соответствующего графика, очевидно, эти масштабы разные для разных звезд. Если бы поглощения не было, отсчеты  $J_2$  и  $J_1$  были бы пропорциональны друг другу. В действительности мы получаем:

$$J_2 = C \cdot J_1 \cdot 10^{-0.4E(\lambda)}; \quad E(\lambda) = 0.002 \cdot D \cdot \left( \frac{\lambda}{5500 \text{ \AA}} \right)^{-1.3}.$$

Здесь  $C$  – коэффициент пропорциональности, связанный с разной яркостью звезд,  $D$  – расстояние до звезды **X**. Логарифмируя эту формулу, имеем:

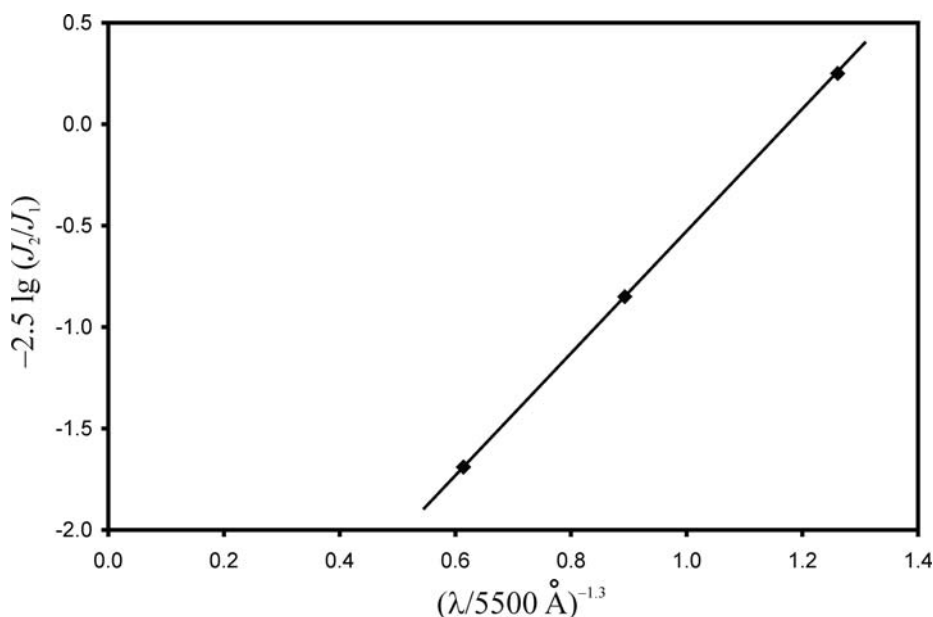


## Практический тур – 11 класс



$$-2.5 \lg \frac{J_2}{J_1} = -2.5 \lg C + 0.002 \cdot D \cdot \left( \frac{\lambda}{5500 \text{ \AA}} \right)^{-1.3}.$$

Величины  $(-2.5 \lg (J_2/J_1))$  и  $(\lambda/5500 \text{ \AA})^{-1.3}$  должны быть пропорциональны друг другу со сдвигом соответствующей прямой за счет наличия коэффициента  $C$ . В этом можно убедиться, построив соответствующий график:



Угловым коэффициентом прямой равен

$$K = \frac{2.5 \lg \frac{J_2}{J_1}(\lambda_A) - 2.5 \lg \frac{J_2}{J_1}(\lambda_B)}{\left(\frac{\lambda_B}{5500 \text{ \AA}}\right)^{-1.3} - \left(\frac{\lambda_A}{5500 \text{ \AA}}\right)^{-1.3}} \approx 3.$$

В качестве длин волн  $\lambda_A$  и  $\lambda_B$  можно использовать любые две длины волны из охваченного спектрального диапазона вдали от сильных линий. Расстояние до звезды X составляет

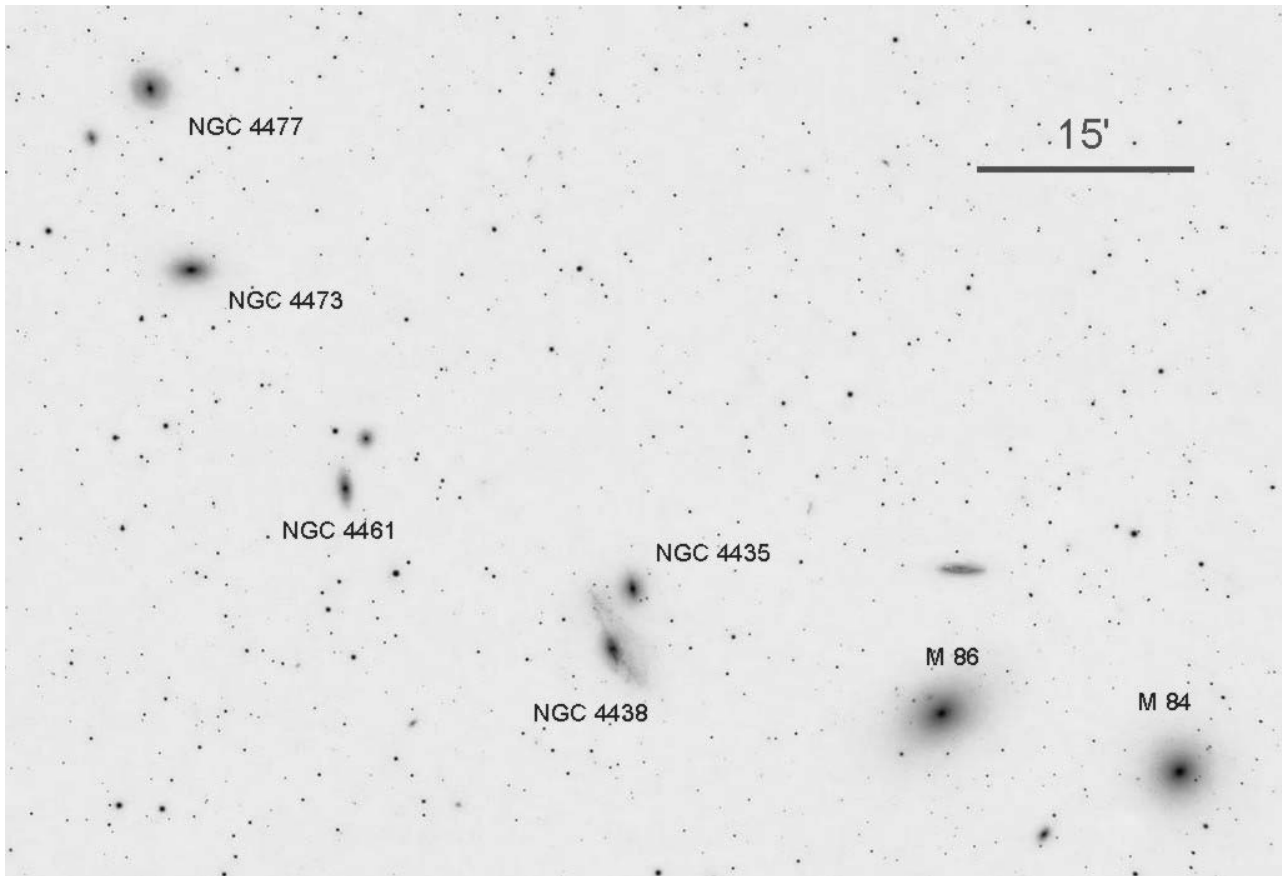
$$D = \frac{K}{0.002} = 1500 \text{ пк.}$$

## XI. 3 ЦЕПОЧКА МАРКАРЯНА

Н.Н. Шахворостова

**?** Перед Вами фотография галактик, входящих в известную «цепочку Маркаряна» – часть скопления галактик в созвездии Девы (негатив). Галактики удалены на 16 Мпк от Земли. В таблице приведены значения лучевой скорости и видимой звездной величины каждой из этих галактик. В предположении, что «цепочка Маркаряна» является гравитационно-связанной системой, оцените массовый вклад темной материи в этой системе. Считать, что светимость галактик равна 1/10 светимости Солнца на солнечную единицу звездной массы. Межзвездным поглощением света пренебречь.

**!** Будем считать систему гравитационно-связанной, если ее полная энергия отрицательна. Это не значит, что система останется такой вечно и не потеряет ни одного своего члена, но в этом случае она не сможет распасться полностью.



Чтобы найти величину энергии, нужны данные о массах и скоростях в этой системе. Из наблюдений мы знаем яркости галактик, пропорциональные их массе, и одну компоненту скорости каждой из них. Введем значение яркости галактики, определяемое ее звездной величиной:

Галактика	$v_R$ , км/с	$m$
NGC 4374 (M84)	1060	9.2
NGC 4406 (M86)	-244	8.9
NGC 4435	801	10.8
NGC 4438	71	10.0
NGC 4461	1931	11.1
NGC 4473	2244	10.2
NGC 4477	1355	10.4

$$J_i = CM_i = 10^{-0.4m_i}$$

Здесь  $m_i$  – видимая звездная величина галактики с номером  $i$ ,  $M_i$  – ее видимая (звездная) масса,  $C$  – некоторая постоянная. Определим лучевую скорость центра видимой массы всей "цепочки Маркаряна":

$$V_0 = \frac{\sum_i M_i v_i}{\sum_i M_i} = \frac{\sum_i J_i v_i}{\sum_i J_i} = +670 \text{ км/с.}$$

Каждая из галактик движется вдоль луча зрения относительно центра масс со скоростью  $v_i - V_0$ . Среднеквадратичная собственная лучевая скорость галактик составляет

$$\bar{v}_1 = \sqrt{\frac{\sum_i M_i (v_i - V_0)^2}{\sum_i M_i}} = \sqrt{\frac{\sum_i J_i (v_i - V_0)^2}{\sum_i J_i}}.$$

В действительности, галактики движутся вдоль трех направлений, квадраты компонент скорости складываются друг с другом. Будем считать вклад в энергию от движения по всем трем осям одинаковым. Тогда среднеквадратичная собственная скорость галактик равна

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3 \sum_i M_i (v_i - V_0)^2}{\sum_i M_i}} = \sqrt{\frac{3 \sum_i J_i (v_i - V_0)^2}{\sum_i J_i}} = 1500 \text{ км/с}.$$

Для простоты решения мы вполне могли считать массы галактик одинаковыми. В этом случае мы бы получили несколько иное значение средней лучевой скорости (+1000 км/с), но практически такую же среднеквадратичную скорость (1500 км/с).

Заметим, что скрытая масса, входящая в "цепочку Маркаряна", взаимодействует с видимой массой и также движется, и для нее мы предполагаем ту же характерную среднеквадратичную скорость. Чтобы система с такими скоростями была связанной, модуль потенциальной энергии должен превосходить кинетическую энергию. Обозначим характерный радиус системы как  $R$ . Тогда

$$\frac{GM^2}{2R} > \frac{M\bar{v}^2}{2}; \quad M > \frac{\bar{v}^2 R}{G}.$$

Радиус системы нам известен, так как он виден под углом  $40'$  с расстояния 16 Мпк. Он равен 200 кпк, и это означает, что полная масса системы не меньше  $2 \cdot 10^{44}$  кг или  $10^{14}$  масс Солнца.

Определим теперь массу видимого вещества в "цепочке Маркаряна". Вычисляя суммарную видимую звездную величину всех галактик, получаем  $7.7^m$ . Пренебрегая межзвездным поглощением (как в галактиках цепочки, так и в нашей Галактике), получаем абсолютную звездную величину системы:

$$m_A = m + 5 - 5 \lg D = -23.3.$$

Здесь  $D$  – расстояние до системы. Абсолютная звездная величина системы на  $28^m$  меньше, чем у Солнца. Следовательно, светимость "цепочки Маркаряна" равна  $10^{0.4 \cdot 28}$  или 160 миллиардам светимостей Солнца. По условию задачи, одна солнечная светимость в галактиках создается звездной массой в 10 масс Солнца. В итоге, суммарная видимая масса системы  $M_V$  равна  $1.6 \cdot 10^{12}$  масс Солнца. Предположение о гравитационной связанности системы ведет к величине вклада темного вещества:

$$\mu_D = \frac{M - M_V}{M} = 0.984.$$

Это очень большая величина. По-видимому, цепочка Маркаряна не является гравитационно-связанной системой. К подобному выводу пришел сам В.Е. Маркарян в своей работе 1961 года.





1



2



3



4



5



6



7



8



9