ПРАКТИЧЕСКИЙ ТУР

9 класс

IX.1 ЗВЕЗДЫ У ЭКЛИПТИКИ

А.Н. Акиньщиков

? В таблице приведены обозначения, координаты и звездные величины некоторых звезд ярче 4.5^m неподалеку от точки осеннего равноденствия. Укажите шесть самых близких к эклиптике из приведенных в таблице звезд.

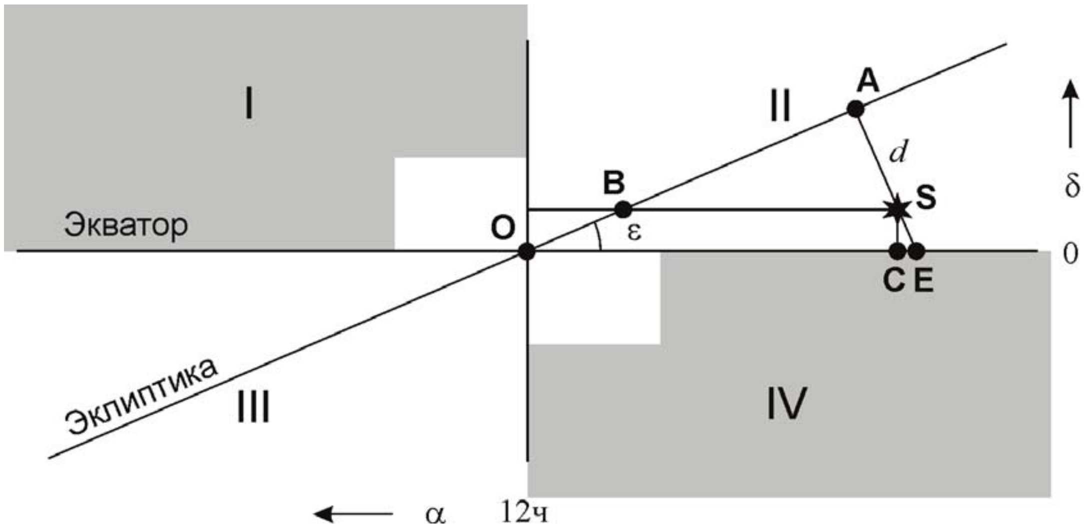
Название	Пр. восх.		Склонение			Зв.вел.
	ч	м		°	′	m
ρ Льва	10	32.8	+	09	18	3.85
φ Льва	11	16.7	–	03	39	4.47
σ Льва	11	21.1	+	06	02	4.05
ι Льва	11	23.9	+	10	32	3.94
υ Льва	11	36.9	–	00	49	4.30
ν Девы	11	45.9	+	06	32	4.03
β Девы	11	50.7	+	01	46	3.61
ο Девы	12	05.2	+	08	44	4.12
η Девы	12	19.9	–	00	40	3.89
γ Девы	12	41.7	–	01	27	2.91
δ Девы	12	55.6	+	03	24	3.38
ε Девы	13	02.2	+	10	58	2.83
θ Девы	13	10.0	–	05	32	4.38
α Девы	13	25.2	–	11	10	0.98

! Точка осеннего равноденствия имеет координаты ($12^ч$, 0°). Эклиптика проходит через эту точку, располагаясь под углом $\varepsilon = 23.4°$ к экватору. Участок неба, в котором находятся звезды из таблицы, сравнительно небольшой (звезды представляют всего два соседних созвездия), соответствующую часть небесной сферы мы вполне можем считать плоской, а проходящий через нее фрагмент эклиптики – прямой линией. Тогда прямое восхождение и склонение точек эклиптики связаны друг с другом соотношением:

$$\delta = -15°/ч \cdot (\alpha - 12^ч)\ \mathrm{tg}\,\varepsilon = -15°/ч \cdot (\alpha - 12^ч) \cdot 0.433.$$

Пусть звезда **S** имеет координаты (α, δ) и для определенности находится в правой верхней четверти рисунка справа. Проведем из нее перпендикуляр к эклиптике, который пересекает ее в точке **A**. Нам нужно найти длину отрезка **SA**. Продолжим этот отрезок до пересечения с экватором (точка **E**). Треугольники **OAE** и **SCE** подобны, так как имеют одинаковые углы. Отсюда мы можем выразить длину отрезка **OE**:

$$\mathbf{OE} = \mathbf{OC} + \mathbf{CS}\ \mathrm{tg}\,\varepsilon.$$



Искомая длина отрезка **SA** есть

$$\mathbf{SA} = \mathbf{AE} - \mathbf{SE} = \mathbf{OE}\sin\varepsilon - \frac{\mathbf{CS}}{\cos\varepsilon} = \mathbf{OC}\sin\varepsilon + \mathbf{CS}\left(\sin\varepsilon\,\mathrm{tg}\varepsilon - \frac{1}{\cos\varepsilon}\right) = \mathbf{OC}\sin\varepsilon - \mathbf{CS}\cos\varepsilon.$$

Учтем, что в градусной мере **OC** есть $15°/\text{ч}\cdot(12^{\text{ч}} - \alpha)$, а **CS** есть δ. Таким образом, мы получили формулу для расчета углового расстояния звезды от эклиптики:

$$b = |15°/\text{ч}\cdot(12^{\text{ч}} - \alpha)\sin\varepsilon - \delta\cos\varepsilon|.$$

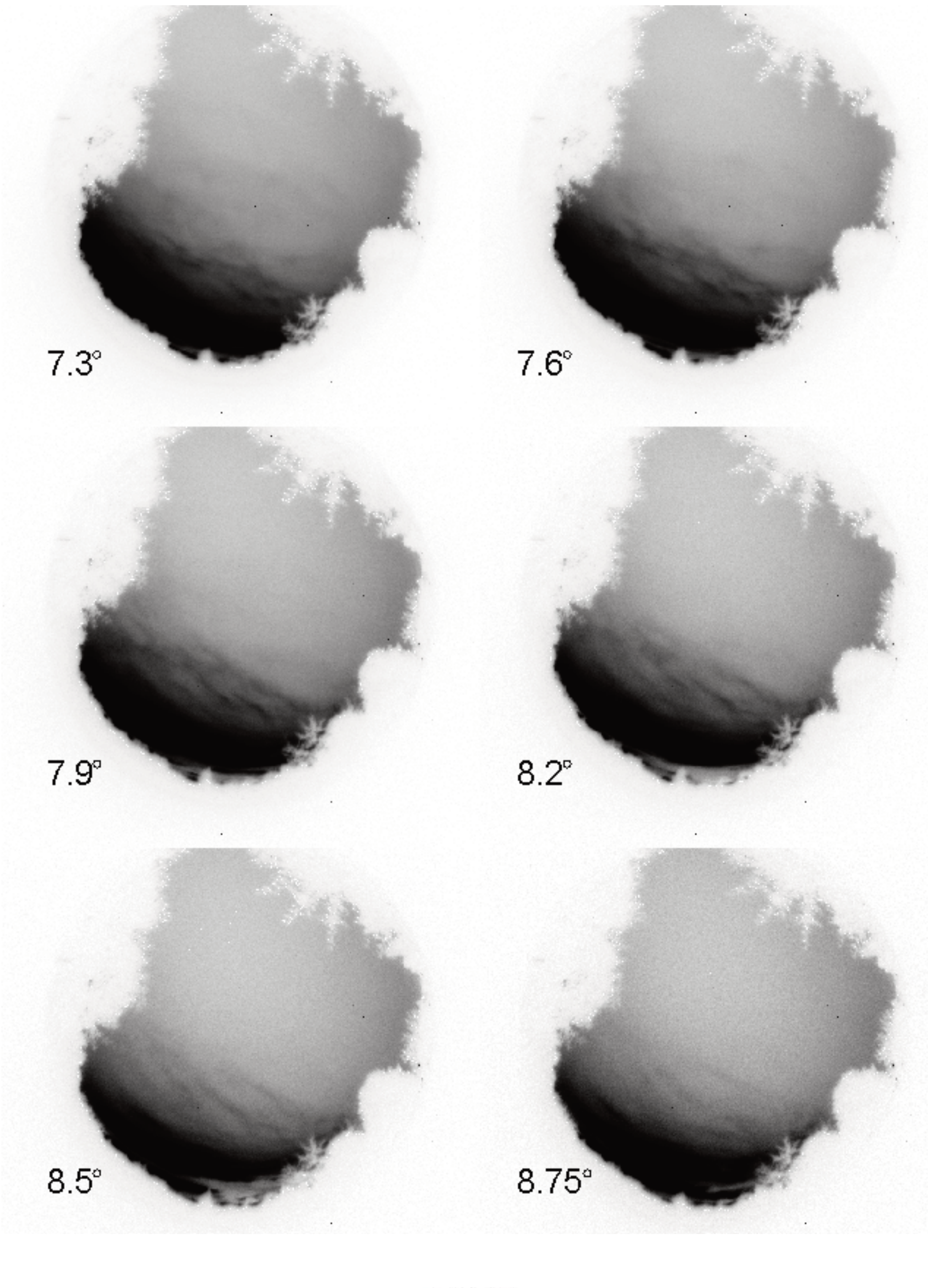
Эта формула справедлива для всего рисунка, просто в других четвертях величины $15°/\text{ч}\cdot(12^{\text{ч}} - \alpha)$ и δ могут принимать отрицательные значения. Для того, чтобы найти шесть ближайших к эклиптике звезд, можно вычислить величину b для всех звезд из таблицы и найти звезды с минимальным значением b. Можно и облегчить этот процесс, отбросив заведомо далекие от эклиптики звезды, находящиеся в четвертях I и IV (см. рисунок) и при этом не попадающие в центральную часть (возьмем прямые восхождения от $11.5^{\text{ч}}$ до $12.5^{\text{ч}}$ и склонения от –5° до +5°). Для оставшихся звезд определим величину b. Шесть самых близких к эклиптике звезд выделены в таблице жирным шрифтом.

Название		Пр. восх.		Склонение			Зв.вел.	b
		ч	м		°	′	m	
ρ	**Льва**	**10**	**32.8**	**+**	**09**	**18**	**3.85**	**0.12**
φ	Льва	11	16.7	–	03	39	4.47	
σ	**Льва**	**11**	**21.1**	**+**	**06**	**02**	**4.05**	**1.68**
ι	Льва	11	23.9	+	10	32	3.94	6.09
υ	Льва	11	36.9	–	00	49	4.30	3.04
ν	Девы	11	45.9	+	06	32	4.03	4.60
β	**Девы**	**11**	**50.7**	**+**	**01**	**46**	**3.61**	**0.70**
ο	Девы	12	05.2	+	08	44	4.12	
η	**Девы**	**12**	**19.9**	**–**	**00**	**40**	**3.89**	**1.36**
γ	Девы	12	41.7	–	01	27	2.91	2.81
δ	Девы	12	55.6	+	03	24	3.38	
ε	Девы	13	02.2	+	10	58	2.83	
θ	**Девы**	**13**	**10.0**	**–**	**05**	**32**	**4.38**	**1.87**
α	**Девы**	**13**	**25.2**	**–**	**11**	**10**	**0.98**	**1.79**

IX.2 СЕРЕБРИСТЫЕ ОБЛАКА

О.С. Угольников

? Вам предложены 6 фотографий (негатив), полученных в Подмосковье (широта +55°) с помощью объектива "рыбий глаз" (поле зрения чуть менее 180°) вечером 5 июля 2015 года, в период появления аномально ярких серебристых облаков, занявших большую часть неба. Для каждой фотографии указана величина погружения Солнца под горизонт в градусах. Определите высоту серебристых облаков (в км) над поверхностью Земли. Атмосферной рефракцией и поглощением света пренебречь.

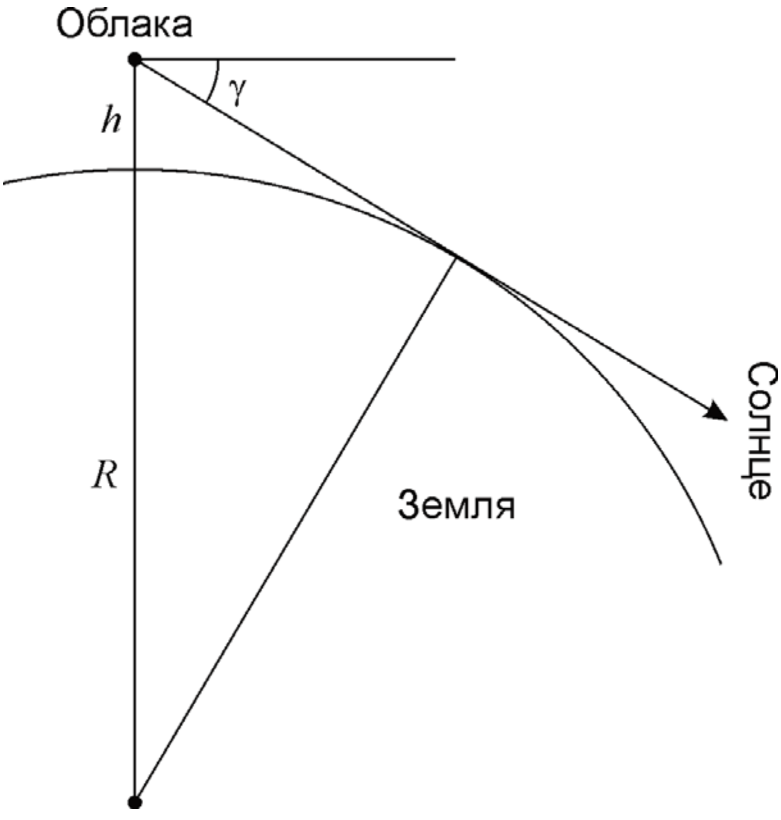


! Фотографии охватывают сравнительно короткую стадию сумерек (глубина погружения Солнца под горизонт увеличивается всего на полтора градуса), но за это время успевает измениться видимое распределение облаков на небе. Если вначале они охватывали большую часть небесной полусферы, то в конце они видны только в области зари, над зашедшим Солнцем. При этом мы можем видеть, что дело не в движении облаков в сторону зари (практически незаметном на фотографиях), а в их постепенном исчезновении вдали от заревого сегмента. В реальности, облака не исчезают, а входят в тень Земли, их перестает освещать Солнце. Данный эффект может послужить основой измерения высоты облаков. Решение удобнее провести для точки зенита, так как там высота тени Земли определяется проще всего (см. рисунок внизу).

Если Солнце опустилось под горизонт на угол γ, то в пренебрежении рефракцией его лучи будут попадать в слой атмосферы над наблюдателем с высотой

$$h = R \cdot \left(\frac{1}{\cos\gamma} - 1 \right) \approx \frac{R\gamma^2}{2}.$$

Во втором равенстве, справедливом для малых углов, значение γ выражается в радианах. Мы видим, что серебристые облака хорошо видны в зените на первых трех фотографиях, с трудом видны на четвертой и не видны на последних двух фотографиях. Поэтому мы можем взять в качестве предельного погружения Солнца величину, равную или чуть большую, чем для четвертой фотографии. Приняв значение γ=8.3° или 0.145 радиан, получаем высоту серебристых облаков 67 км.



Полученное значение высоты серебристых облаков занижено примерно на 15 км. Связано это с тем, что при решении не учитывалось поглощение солнечного излучения в нижних слоях атмосферы. В реальности, в желто-зеленой области спектра касательные лучи Солнца, проходящие на высоте менее 15 км над Землей, практически не доходят до верхней атмосферы над наблюдателем. Если бы мы учли этот эффект, мы бы получили точное значение высоты: 82 км. Атмосферная рефракция мало влияет на картину, так как для лучей, проходящих выше 15 км над поверхностью Земли, она достаточно слаба.

IX.3 МАРСИАНСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

Е.Н. Фадеев

? Разработайте календарь для нужд будущих жителей Марса. Предложите простой и эффективный календарь, в котором необходимо вставлять один или несколько високосных лет за фиксированный короткий период (не более 16 марсианских лет). Оцените, за какое время в таком календаре будет накапливаться ошибка в 1 день. Предложите более точный календарь, в котором ошибка в 1 день накапливается более 1000 лет, а сам календарный цикл, т. е. количество лет, по прошествии которых последовательность вставки високосных годов полностью повторяется, не больше, чем у современного григорианского календаря на Земле. Тропический год на Марсе длится 686.9717 земных суток, период осевого вращения Марса 24.6229 часа.

! Тропический год на Марсе T (686.9717 суток) немного короче периода обращения Марса вокруг Солнца T_0 (686.98 суток), что связано с прецессией оси вращения Марса, аналогичной той, что есть у оси вращения Земли. Пусть S_0 – период вращения Марса вокруг своей оси. Вращение происходит в ту же сторону, что и орбитальное движение, поэтому для длительности солнечных суток на Марсе (называемых "солами" в англоязычной литературе) выполняется соотношение:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{S_0} - \frac{1}{T_0}.$$

Получается, что один сол составляет 1.027489 земных суток. Теперь мы можем рассчитать основной параметр для составления марсианского календаря: длительность тропического года в солах:

$$N = \frac{T}{S} = 668.593.$$

Сразу напрашивается наиболее простая модель марсианского календаря, при котором високосные (669 сол) и невисокосные (668 сол) годы будут просто чередоваться. Длительность года в таком календаре окажется равной 668.5 сол, что на 0.093 сол короче истинного. Ошибка в 1 день в таком календаре накопится за (1/0.093)~11 марсианских лет. Можно ввести 3-летний цикл с 2 високосными годами. Тогда год продлится 668.667 сол, что на 0.074 сол длиннее истинного. Разница в 1 сутки накопится за 13 лет. Очевидно, это не лучшие варианты календаря.

Более хорошая и при этом простая модель календаря представляет собой совмещение двухгодичной и трехгодичной системы и предусматривает 5-летние циклы, в ходе которых 3 года будут високосными. Средняя продолжительность года в календаре составит 668.6 сол, что на 0.007 сол больше истинного. Разница в 1 сол накопится за (1/0.007)=140 марсианских лет. По точности это сопоставимо с юлианским календарем на Земле.

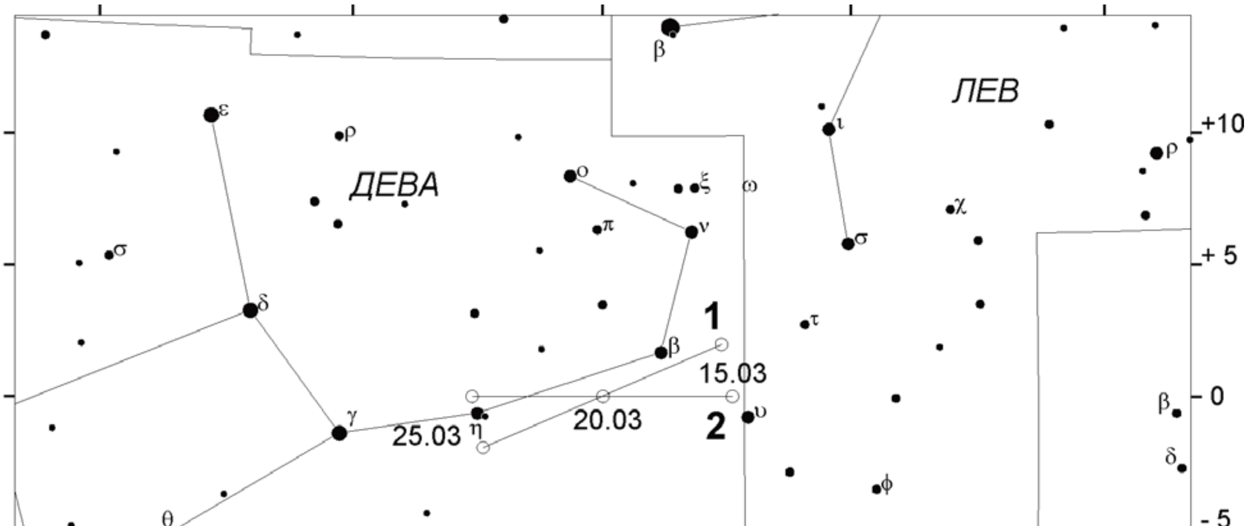
Если сохранить данные 5-летние циклы, но в каждом 28-м таком цикле делать 3 невисокосных и 2 високосных года, то всего за 140-летний период наступит 57 невисокосный год и 83 високосных года. Продолжительность года в таком календаре составит 668+(83/140)=668.593 сола, что при тех точностях, что использовались при решении, совпадает с истинным значением. В реальности отличие составит около 0.0001 сол, то есть этим календарем можно будет пользоваться до 10000 марсианских лет. Данный вид календаря можно ввести и по аналогии с земным григорианским календарем, исключив 3 високосных года за 400 лет. В этом случае високосными окажутся (0.6·400)−3=237 лет из 400, а средняя продолжительность года будет равна 668.5925 сол. Ошибка в 1 день накопится примерно за 2000 марсианских лет.

10-11 классы

X/XI.1 ВЕСЕННЯЯ КОМЕТА

О.С. Угольников

? Вам представлена карта участка звездного неба, на которую нанесен трек кометы (10 класс – вариант 1, 11 класс – вариант 2). Известно, что орбита кометы параболическая, и 20 марта она прошла точку перигелия. Определите расстояние между Землей и кометой в момент ее перигелия. Для варианта 2 найдите также угол наклона орбиты кометы к плоскости эклиптики. Орбиту Земли считать круговой.



По звездной карте мы видим, что 20 марта, в день своего перигелия, комета прошла точку осеннего равноденствия в небе Земли. То есть, в этот же момент она располагалась в плоскости эклиптики и в противостоянии с Солнцем. Это значит, что комета в пространстве находилась дальше от Солнца, чем Земля, и искомое расстояние между Землей и кометой d есть $r - r_0$, где r – расстояние от кометы до Солнца, а r_0 – радиус орбиты Земли. Направление движения кометы в этот момент происходит перпендикулярно направлению на Солнце и Землю.

Заметим также, что комета (в отличие от внешних планет в противостоянии) двигалась относительно звезд в прямом направлении, с запада на восток. Это означает, что в пространстве комета перемещалась быстрее Земли, что возможно с учетом ее параболической орбиты. По рисунку мы видим, что комета 1 движется в небе Земли вдоль эклиптики. Так как сама Земля также перемещается в пространстве в плоскости эклиптики, мы можем сделать вывод, что плоскости орбит Земли и кометы 1 фактически совпадают. Комета 2 вблизи противостояния перемещалась вдоль небесного экватора, под углом ε (23.4°) к эклиптике. Может показаться, что это и есть угол наклона орбиты кометы к плоскости эклиптики, но это не так: видимое перемещение кометы среди звезд есть наложение ее собственного движения и движения Земли, которые происходят в разных плоскостях.

Измерив угловое перемещение кометы на небе за 5 дней, мы получаем величину 4.9°. Ровно такую же дугу описывает за 5 дней Земля в своем орбитальном движении. Получается, что видимая угловая скорость кометы в небе Земли равна угловой скорости самой Земли ω_0. Изобразим Землю и комету на своих орбитах в момент перигелия кометы.

Обозначим вектора гелиоцентрических скоростей кометы и Земли как $\mathbf{v}$ и $\mathbf{v_0}$. Геоцентрическая скорость кометы равна

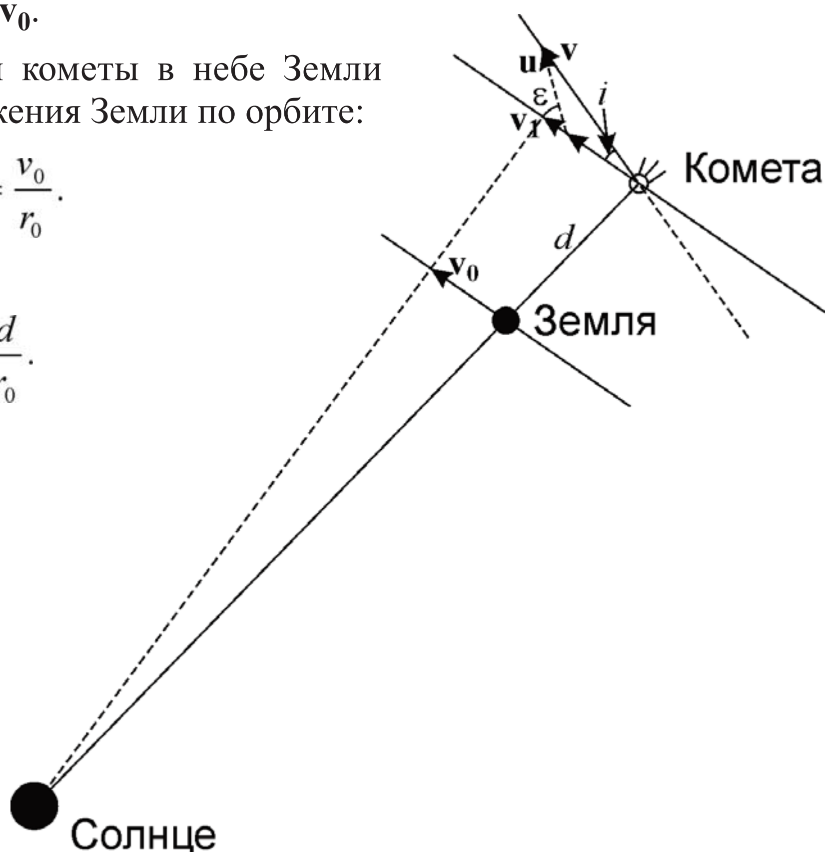
$$\mathbf{u} = \mathbf{v} - \mathbf{v_0}.$$

Угловая скорость движения кометы в небе Земли равна угловой скорости движения Земли по орбите:

$$\omega_0 = \frac{u}{d} = \frac{v_0}{r_0}.$$

Отсюда

$$u = v_0 \frac{d}{r_0}.$$



У кометы 1 соответствующий вектор $\mathbf{u_1}$ сонаправлен с вектором скорости движения Земли $\mathbf{v_0}$. Гелиоцентрическая скорость кометы равна

$$v_1 = u_1 + v_0 = v_0(1 + \frac{d_1}{r_0}).$$

Мы знаем, что орбита кометы параболическая, и гелиоцентрическая скорость есть вторая космическая для данного расстояния:

$$v_1 = v_0\sqrt{\frac{2r_0}{r_0 + d_1}}.$$

Приравнивая две последние формулы и опуская знак корня в обеих частях уравнения, получаем:

$$\left(\frac{r_0 + d_1}{r_0}\right)^2 = \frac{2r_0}{r_0 + d_1}; \quad \left(\frac{r_0 + d_1}{r_0}\right)^3 = 2.$$

Отсюда

$$d_1 = r_0(\sqrt[3]{2} - 1) = 0.26 \text{ а.е.}$$

Далее мы рассматриваем только комету 2, поэтому соответствующий индекс у величин u, v и d можно опустить. Движение этой кометы и Земли происходит в разных плоскостях. Гелиоцентрическая скорость кометы равна

$$v = \sqrt{(u\,sin\varepsilon\,)^2 + (u\,cos\varepsilon + v_0\,)^2} = \sqrt{u^2 + 2v_0 u\,cos\varepsilon + v_0^2} = v_0\sqrt{\frac{d^2}{r_0^2} + 2\frac{d}{r_0}cos\varepsilon + 1}.$$

Как и в случае первой кометы, орбита кометы параболическая, и гелиоцентрическая скорость есть вторая космическая для данного расстояния:

$$v = v_0\sqrt{\frac{2r_0}{r_0 + d}}.$$

Приравнивая две последние формулы и опуская знак корня в обеих частях уравнения, получаем:

$$\frac{d^2}{r_0^2} + 2\frac{d}{r_0}cos\varepsilon + 1 = \frac{2r_0}{r_0 + d}.$$

В общем виде, это кубическое уравнение, достаточно сложное для решения. Однако мы можем сделать некоторое упрощение, воспользовавшись тем, что угол ε не очень большой. Обозначим отношение (d/r_0) как x и перепишем уравнение:

$$(x+1)^3 = 2 + 2x(x+1)(1 - cos\varepsilon\,).$$

Рассмотрим для начала случай $\varepsilon = 0$ (фактически, это аналогично комете 1). Тогда мы получаем простое уравнение:

$$(\,x_0 + 1)^3 = 2; \;\; x_0 = \sqrt[3]{2} - 1 = 0.260.$$

Для сложного случая пусть $x = x_0 + \delta x$, где δx – малая величина. Тогда

$$(x+1)^3 \approx (x_0+1)^3 + 3(x_0+1)^2\delta x = 2 + 2(x_0+\delta x)(x_0+\delta x+1)(1-cos\varepsilon).$$

Учтем, что величина $(1-\cos\varepsilon)$ невелика, и пренебрежем в формуле слагаемыми, пропорциональными произведению двух малых величин $(1-\cos\varepsilon)\delta x$, а также δx^2. Тогда получаем

$$3(x_0+1)^2\delta x = 2(1-cos\varepsilon)x_0(x_0+1).$$

В итоге,

$$\delta x = \frac{2(1-cos\varepsilon)x_0}{3(x_0+1)}; \quad x = \sqrt[3]{2} - 1 + \frac{2(1-cos\varepsilon)(\sqrt[3]{2}-1)}{3\cdot\sqrt[3]{2}} = 0.271.$$

Мы видим, что предположение о малости величины δx полностью оправдывается. Полученное в итоге значение x с точностью до третьего знака после запятой совпадает с истинным значением, получаемым при решении кубического уравнения (0.272). Итак, комета располагалась примерно в 0.27 а.е. от Земли.

Нам остается найти угол наклона орбиты кометы к плоскости эклиптики. Перигелийное расстояние кометы составляет 1.27 а.е. Гелиоцентрическая скорость кометы в момент перигелия равна

$$v = v_0\sqrt{\frac{2r_0}{r_0+d}}.$$

Для угла наклона орбиты имеем:

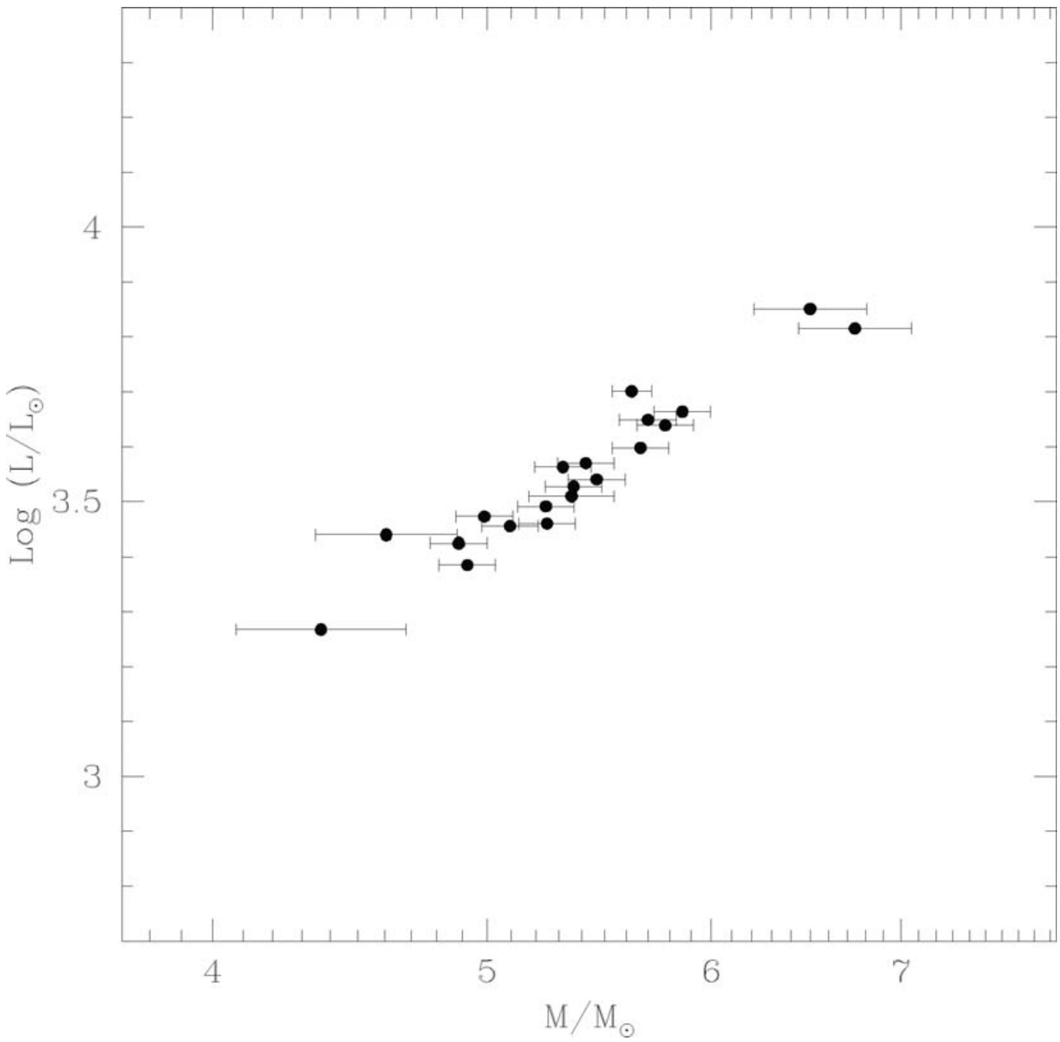
$$v\,sin\,i = u\,sin\varepsilon; \quad sin\,i = sin\varepsilon\,\frac{u}{v} = sin\varepsilon\,\frac{v_0}{v}\cdot\frac{d}{r_0} = sin\varepsilon\,\frac{d}{r_0}\sqrt{\frac{r_0+d}{2r_0}}.$$

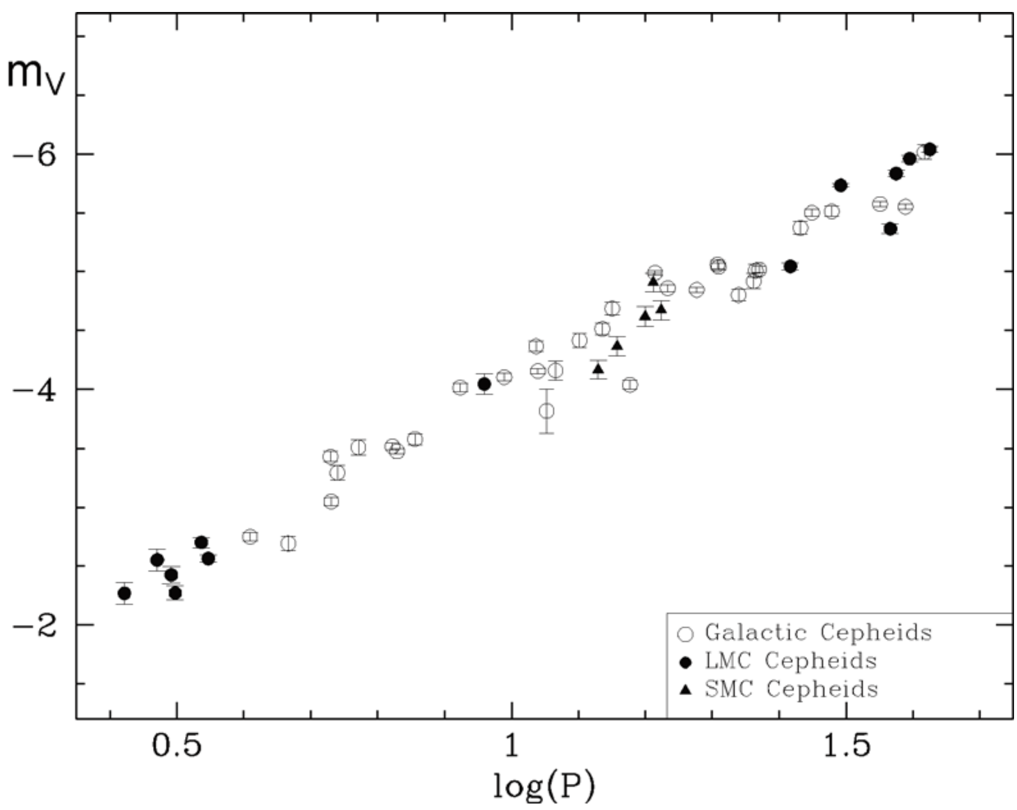
Наклонение орбиты кометы к плоскости эклиптики равно 4.9°.

X/XI.2 МАЯКИ ГАЛАКТИК

О.С. Угольников

? Перед Вами диаграммы "масса – средняя светимость" и "период – средняя абсолютная звездная величина" для некоторых цефеид нашей Галактики, Большого и Малого Магелланова облака. Период колебаний цефеид выражен в сутках, абсолютная величина дана в полосе V, массы на первом графике отложены в логарифмическом масштабе. Оцените по этим диаграммам диапазон характерных значений средней температуры на планете, обращающейся вокруг цефеиды по круговой орбите с периодом, в 6000 раз большим периода изменений блеска цефеиды. Альбедо и "парниковые" свойства атмосферы планеты считать аналогичными Земле. Болометрической поправкой Солнца и цефеид пренебречь.


Log (L/L☉)
4
3.5
3
4
5
6
7
M/M☉


m_V
−6
−4
−2
0.5
1
1.5
log(P)
Galactic Cepheids
LMC Cepheids
SMC Cepheids

! Приведенные графики связывают среднюю светимость цефеиды с ее массой и периодом пульсаций. Правда, светимость задана на этих графиках по-разному – в виде ее отношения к солнечной светимости на первом графике и абсолютной звездной величины на втором. Первое выражение более удобно для решения задачи, поэтому мы приведем к нему выражение на втором графике.

Зависимости на обеих диаграммах близки к линейным, однако по осям и там, и там отложены логарифмы параметров звезд. Это относится и к оси абсцисс первого графика, где массы отложены в логарифмическом масштабе. Проведем прямые через экспериментальные точки на графиках. Заметим, что хоть на втором графике и приведены данные для разных галактик, они хорошо согласуются друг с другом, что указывает на общие свойства цефеид в галактиках.

Проведя прямые через экспериментальные точки и определив значение ординат для двух значений абсцисс, мы получаем эмпирические соотношения, связывающие массу, период пульсаций и светимость цефеид:

$$\log (L/L_0) = 1.14 + 3.3 \log (M/M_0);$$
$$m_V = -1.0 - 3.0 \log (P);$$
$$\log (L/L_0) = 0.4\,(4.72 + 1.0 + 3.0 \log (P)) = 2.28 + 1.2 \log (P).$$

Здесь мы учли, что абсолютная звездная величина Солнца равна +4.72, пренебрегая его болометрической поправкой. Переведем эти соотношения из логарифмических в нормальные:

$$\frac{L}{L_0} = 10^{1.14}\left(\frac{M}{M_0}\right)^{3.3} = 14\left(\frac{M}{M_0}\right)^{3.3} = 10^{2.28}\,P^{1.2} = 200\,P^{1.2}.$$

Отсюда мы можем связать напрямую период пульсаций с массой (напомним, период выражается в сутках):

$$P = \left(\frac{14}{200}\left(\frac{M}{M_0}\right)^{3.3}\right)^{1/1.2} = \frac{1}{9}\left(\frac{M}{M_0}\right)^{2.75}.$$

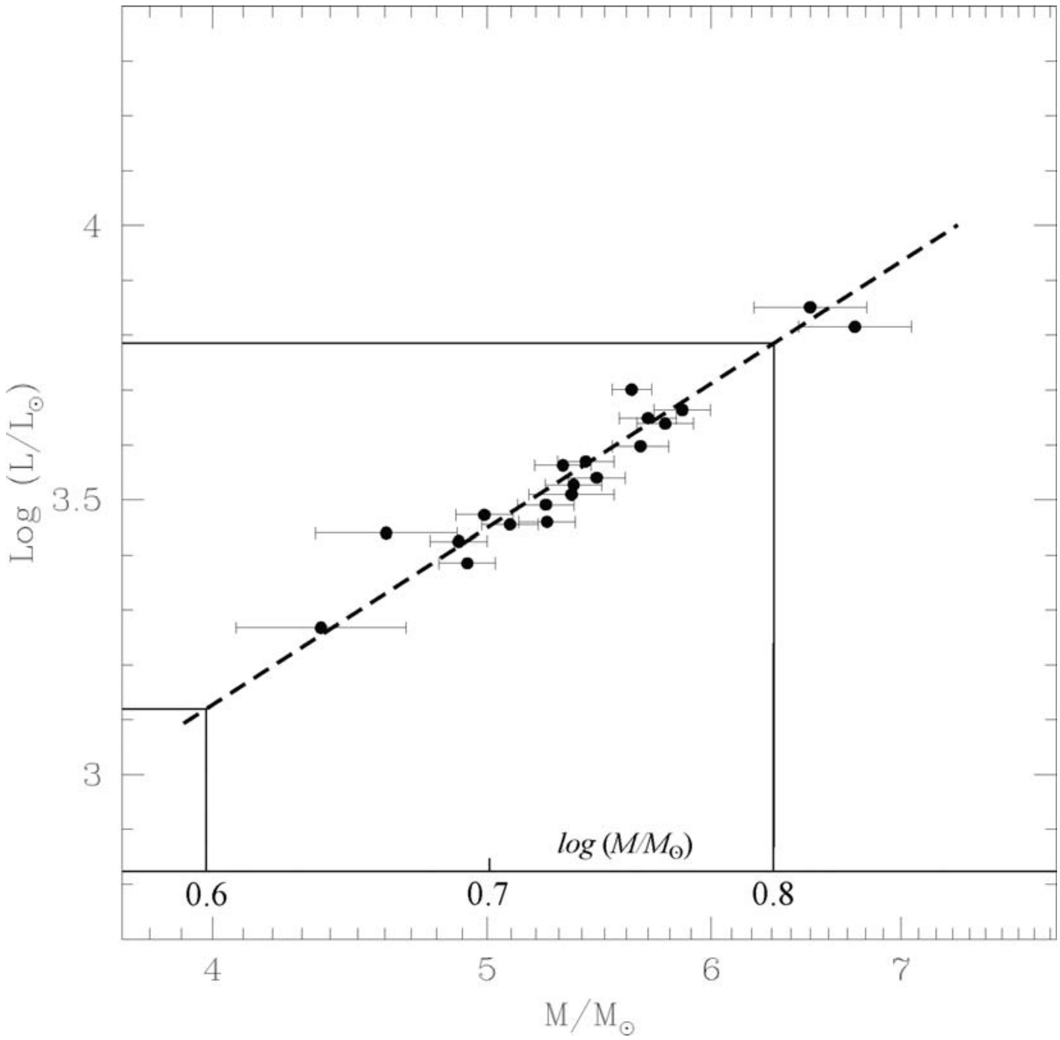
Пусть некоторая цефеида имеет массу M. По условию задачи, планета обращается вокруг нее с периодом τ, в 6000 раз большим периода пульсаций P. Выразим этот период в земных годах:

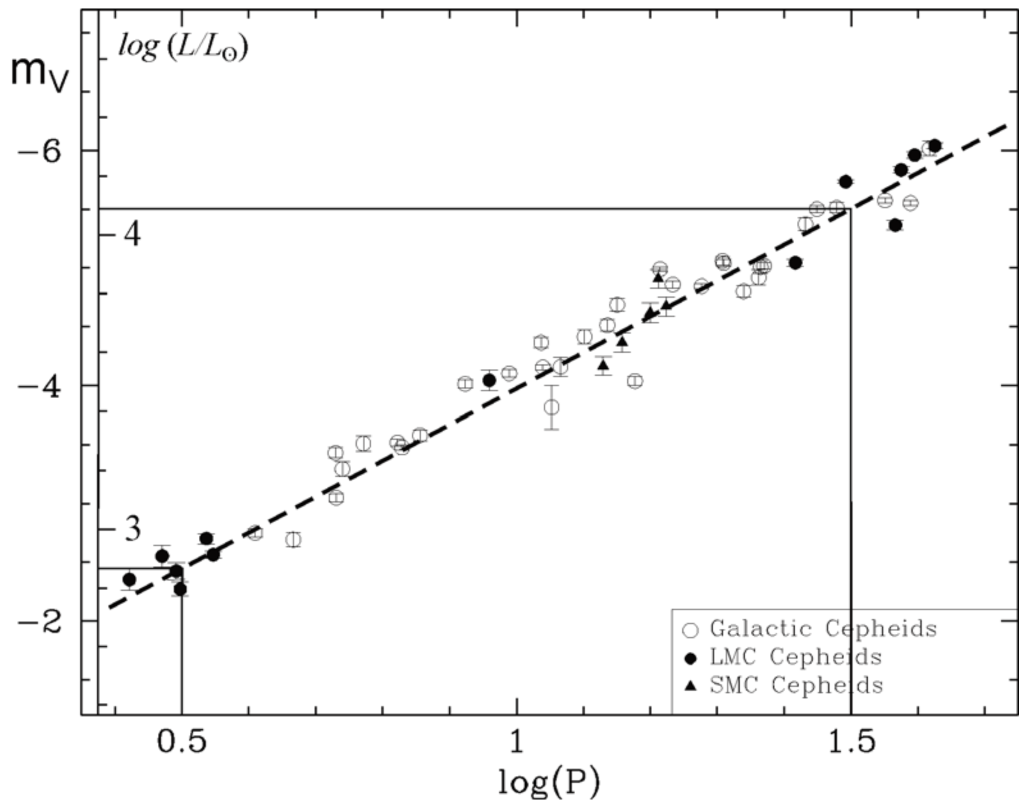
$$\tau = \frac{6000}{9 \cdot 365}\left(\frac{M}{M_0}\right)^{2.75} = 1.8 \cdot \left(\frac{M}{M_0}\right)^{2.75}.$$

Из III закона Кеплера выразим радиус орбиты планеты в астрономических единицах:

$$\frac{a}{a_0} = \left(\frac{M}{M_0}\right)^{1/3} \tau^{\,2/3} = 1.5 \cdot \left(\frac{M}{M_0}\right)^{2.16}$$

При фиксированном альбедо температура планеты в четвертой степени T^4 пропорциональна количеству энергии, поступающей на единицу площади планеты от звезды в единицу времени, то есть J/a^2. Сравним температуру планеты с температурой Земли T_0:


4
3.5
3
Log (L/L☉)
log (M/M☉)
0.6
0.7
0.8
4
5
6
7
M/M☉


log (L/L☉)
mV
−6
−4
−2
4
3
Galactic Cepheids
LMC Cepheids
SMC Cepheids
0.5
1
1.5
log(P)

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{L}{L_0}\right)^{1/4} \left(\frac{a}{a_0}\right)^{-1/2} = \frac{14^{1/4}}{1.5^{1/2}} \left(\frac{M}{M_0}\right)^{0.83} \left(\frac{M}{M_0}\right)^{-1.08} \sim 1.56 \left(\frac{M_0}{M}\right)^{1/4}.$$

Мы видим, что для всех классических цефеид температура планеты получается примерно одной и той же, мало меняясь с массой. Более того, она близка к температуре поверхности Земли T_0 (290 K). Если быть точнее, то для цефеид с массами от 4 до 8 масс Солнца мы получаем значения от 320 до 270 K соответственно. При массе в 6 масс Солнца температурные условия на планете будут похожи на земные.

Выше был приведен наиболее общий метод решения. Можно поступить другим способом, взяв несколько возможных значений массы цефеиды, определив по диаграммам ее светимость и период колебаний блеска. Затем можно определить характеристики планеты. Для того, чтобы установить указанную выше зависимость температуры от массы, в принципе, достаточно провести расчет для двух разных значений масс цефеиды. В таблице указаны результаты расчетов для пяти значений массы.

(M/M_0)	log (M/M_0)	log (L/L_0)	m_V	log P (сут)	τ, годы	(a/a_0)	T/T_0	T, K
4	0.60	3.13	–3.10	0.70	82	30.0	1.10	320
5	0.70	3.45	–3.90	0.97	152	48.6	1.04	302
6	0.78	3.71	–4.55	1.18	251	72.2	0.99	288
7	0.85	3.93	–5.10	1.37	383	100.8	0.96	277
8	0.90	4.12	–5.58	1.53	553	134.7	0.92	268

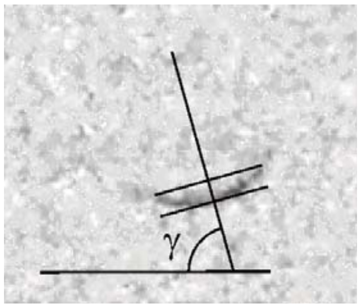
X.3 МОЛОДАЯ ЛУНА

О.С. Угольников

? На последней странице обложки приведена фотография (№1) очень молодого серпа Луны, сделанная ранней весной в Москве (широта +56°). Используя наиболее точный, по Вашему мнению, метод, определите по этой фотографии максимально возможное значение "возраста" серпа Луны (времени от последнего новолуния в сутках). Орбиту Луны считать круговой.

! Самым очевидным методом определения возраста Луны могло бы быть измерение ее фазы или толщины серпа. Однако, в данном случае этот метод не может быть точным – серп Луны очень тонок, искажен атмосферным дрожанием и флуктуациями измеренной яркости на отдельных пикселях фотокамеры. Прямые измерения толщины изображения серпа могут вызвать завышение фазы Луны, что в случае близости к новолунию приведет к сильной переоценке возраста.

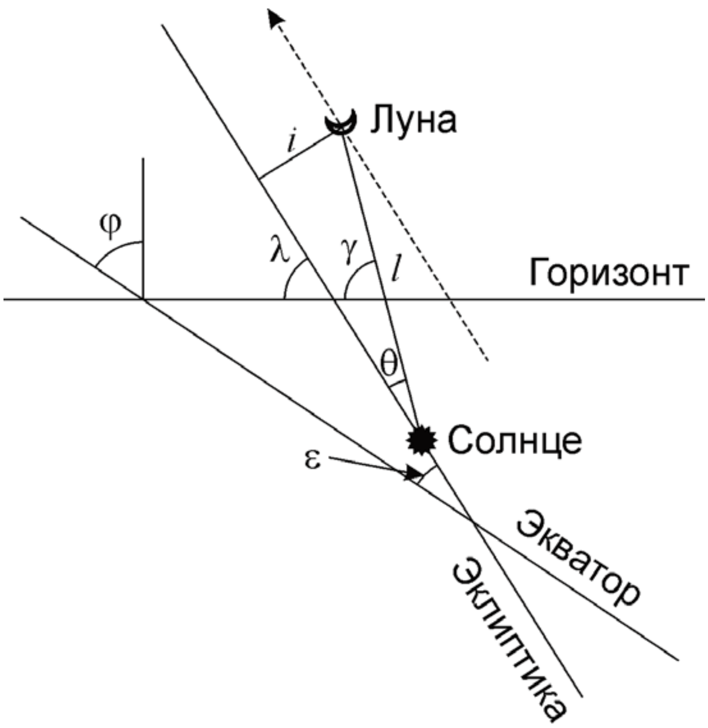
Другой возможный способ – измерить диаметр изображения Луны на фотографии и далее – ее высоту над горизонтом (около 5-6°). Но для вычисления возраста Луны нужно знать глубину погружения Солнца под горизонт, которую прямо по фотографии оценить достаточно трудно.



Однако, максимально возможный возраст Луны можно определить, учитывая ориентацию лунного серпа на небе. На фотографии мы видим, что серп направлен почти «рогами вверх», что может наблюдаться в тропических широтах, но нетипично для широты Москвы. Такое может случиться, только если Луна располагается существенно выше эклиптики, и направление «Солнце-Луна» образует большой угол с горизонтом. По фотографии мы можем определить этот угол γ, он равен 75°.

Предположим, что Луна находится на максимальном угловом расстоянии (i=5.15°) к северу от эклиптики и рассмотрим ее положение на небе относительно Солнца. Картина наблюдается вечером ранней весной, то есть Солнце расположено недалеко от точки весеннего равноденствия. Угол между вертикалью и проекцией небесного экватора на плоскость рисунка равен широте места φ. Эклиптика образует с горизонтом угол

$$\lambda = 90° - \varphi + \varepsilon = 57°.$$



Угол θ с вершиной в Солнце, образованный направлением на Луну и эклиптикой, равен

$$\theta = \gamma - \lambda = 18°.$$

Отсюда мы получаем угловое расстояние между Солнцем и Луной:

$$l = \frac{i}{\sin\theta} = 17^{\circ}.$$

Это максимальное значение расстояния l, так как мы взяли максимально возможное значение угла i. Угловая скорость синодического движения Луны (или движения Луны относительно Солнца) равна

$$\omega = \frac{360^{\circ}}{S} = 12.2^{\circ}\ /\text{сут}.$$

Здесь S – синодический период Луны. Наконец, максимальный возраст Луны равен

$$T = \frac{l}{\omega} = 1.4\ \text{сут}.$$

Отметим, что истинное значение возраста Луны в момент съемки составляло 1.1 суток.

XI.3 КРИВАЯ ВРАЩЕНИЯ

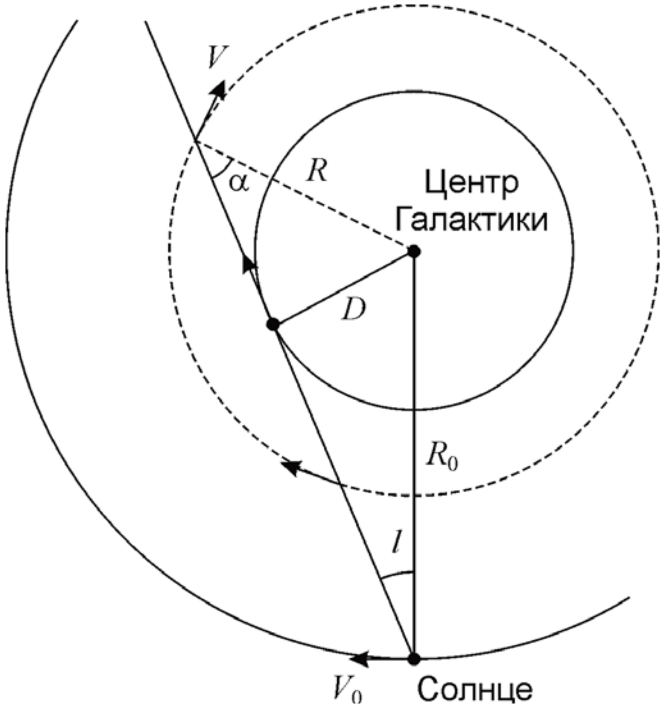
Е.Н. Фадеев

? **Вам даны результаты спектральных наблюдений облаков нейтрального водорода на длине волны 21 см. Измерения проводились в галактическом диске с разными галактическими долготами (указаны на графиках). Линия водорода уширена в результате движения масс облаков относительно наблюдателя, ее профили представлены на графиках. По оси абсцисс отложено смещение длины волны (в единицах соответствующей гелиоцентрической лучевой скорости, км/с), а по оси ординат – интенсивность излучения в условных единицах. На основе этих данных и предположения кругового движения облаков вокруг центра Галактики в одном направлении определите зависимость полной скорости облаков от расстояния до центра Галактики (кривую вращения). Результаты представьте в виде таблицы и графика. Считать, что Солнце находится на расстоянии 8.5 кпк от центра Галактики и движется вокруг него по круговой траектории в том же направлении (к точке с галактической долготой +90°) со скоростью 220 км/с. Направление на центр Галактики соответствует галактической долготе 0°.**

! На каждом графике можно видеть интенсивность излучения, приходящего от облаков, расположенных на разных расстояниях от Солнца и движущихся с различными лучевыми скоростями. Из этих данных можно определить только лучевые скорости, но не расстояния до облаков.

Рассмотрим модель вращения Галактики. Путь R_0 и R – расстояния Солнца и облака от центра Галактики, а V_0 и V – их полные скорости. Проекции этих скоростей на луч зрения равны соответственно $V_0 \cdot \sin l$ и $V \cdot \sin\alpha$, где l – галактическая долгота, α – угол с вершиной в облаке, образованный направлениями на центр Галактики и наблюдателя. Пусть D – расстояние от центра галактики до луча зрения. Тогда

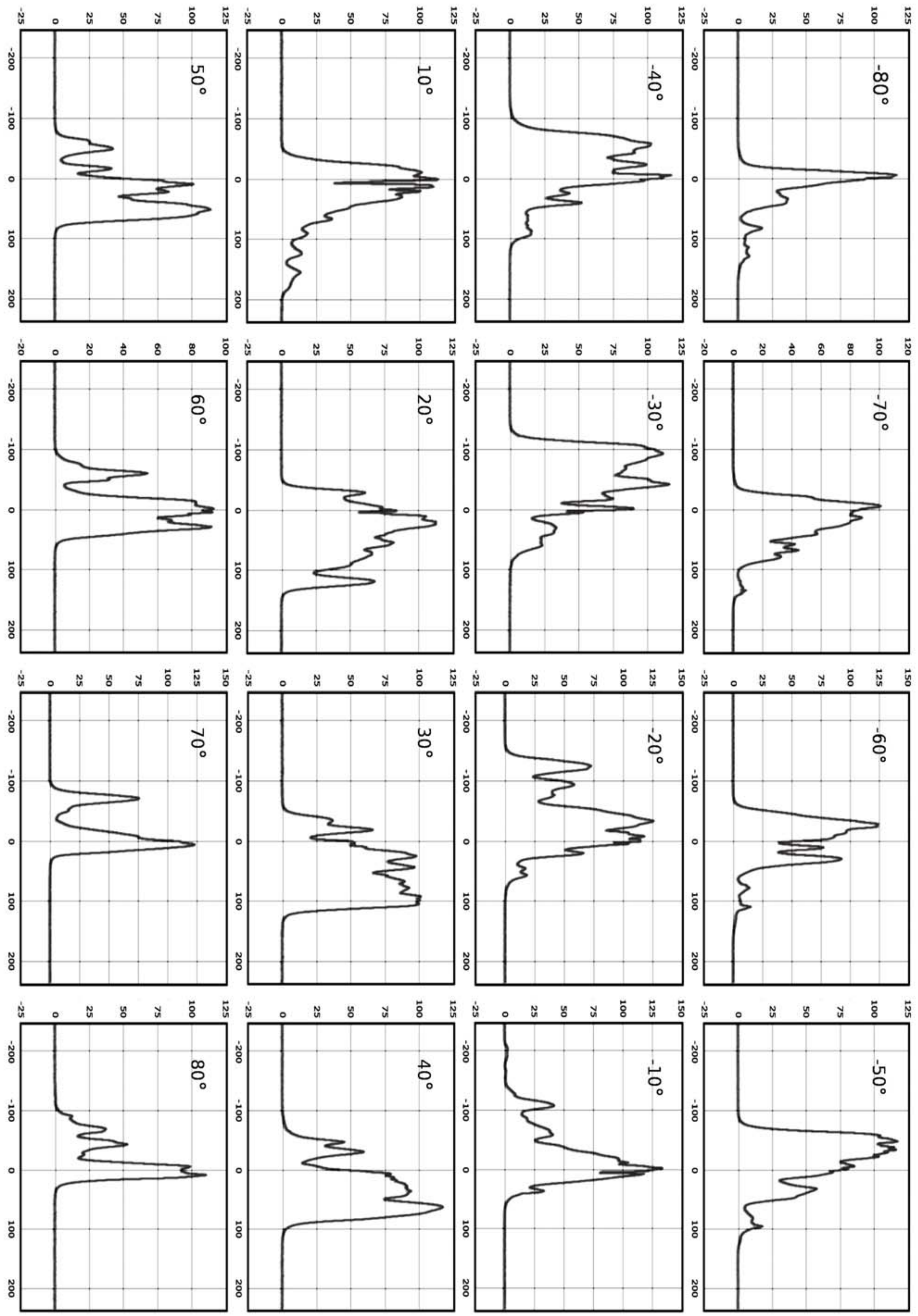
$$\sin l = \frac{D}{R_0}; \quad \sin\alpha = \frac{D}{R} = \sin l \cdot \frac{R_0}{R}.$$



Отсюда получаем, что лучевая скорость равна

$$V_R = V\frac{R_0}{R}\sin l - V_0 \sin l = \left(V\frac{R_0}{R} - V_0\right)\sin l.$$

Рассмотрим интервал положительных долгот l. Для них величина в скобках может быть как больше, так и меньше нуля. Отрицательным значениям V_R соответствуют достаточно большие величины R, которые из приведенных


-80°
-70°
-60°
-50°
-40°
-30°
-20°
-10°
10°
20°
30°
40°
50°
60°
70°
80°

данных определить не представляется возможным. Напротив, положительным значениям V_R соответствуют малые значения R. Максимальная лучевая скорость достигается при минимальном R, т.е. $R=D$. Тогда, измерив на графике эту лучевую скорость (правый пик для положительных долгот) можно предположить, что данное излучение пришло от ближайших к центру галактики областей, расположенных на расстоянии $R = R_0 \sin l$. Их полная скорость равна

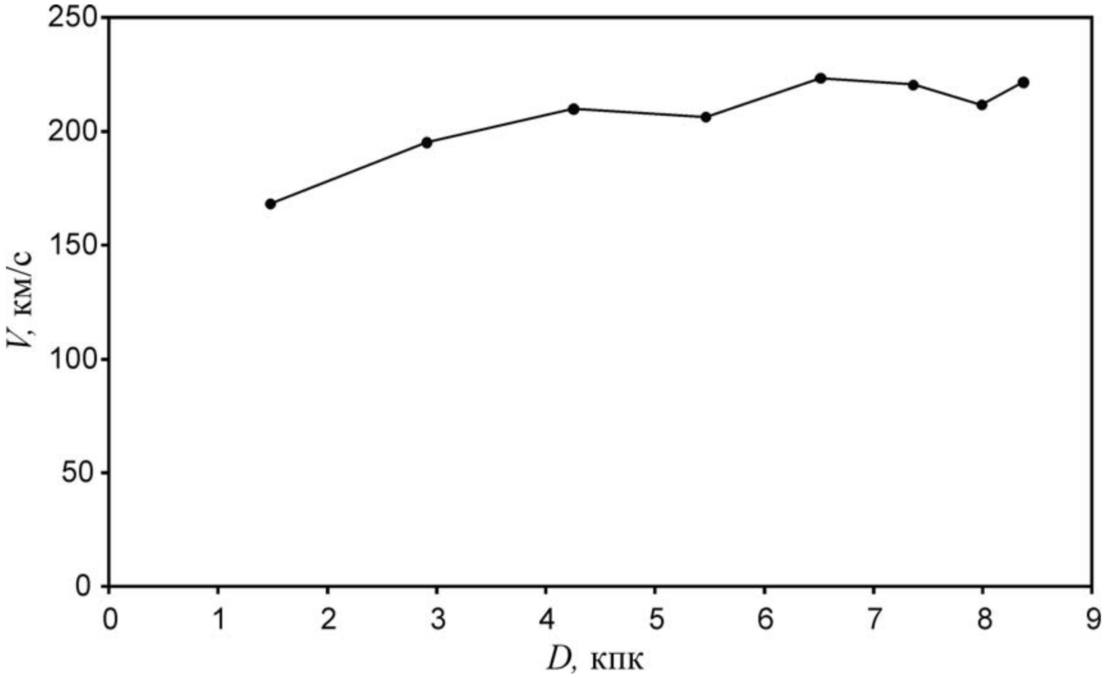
$$V = V_R + V_0 \sin l.$$

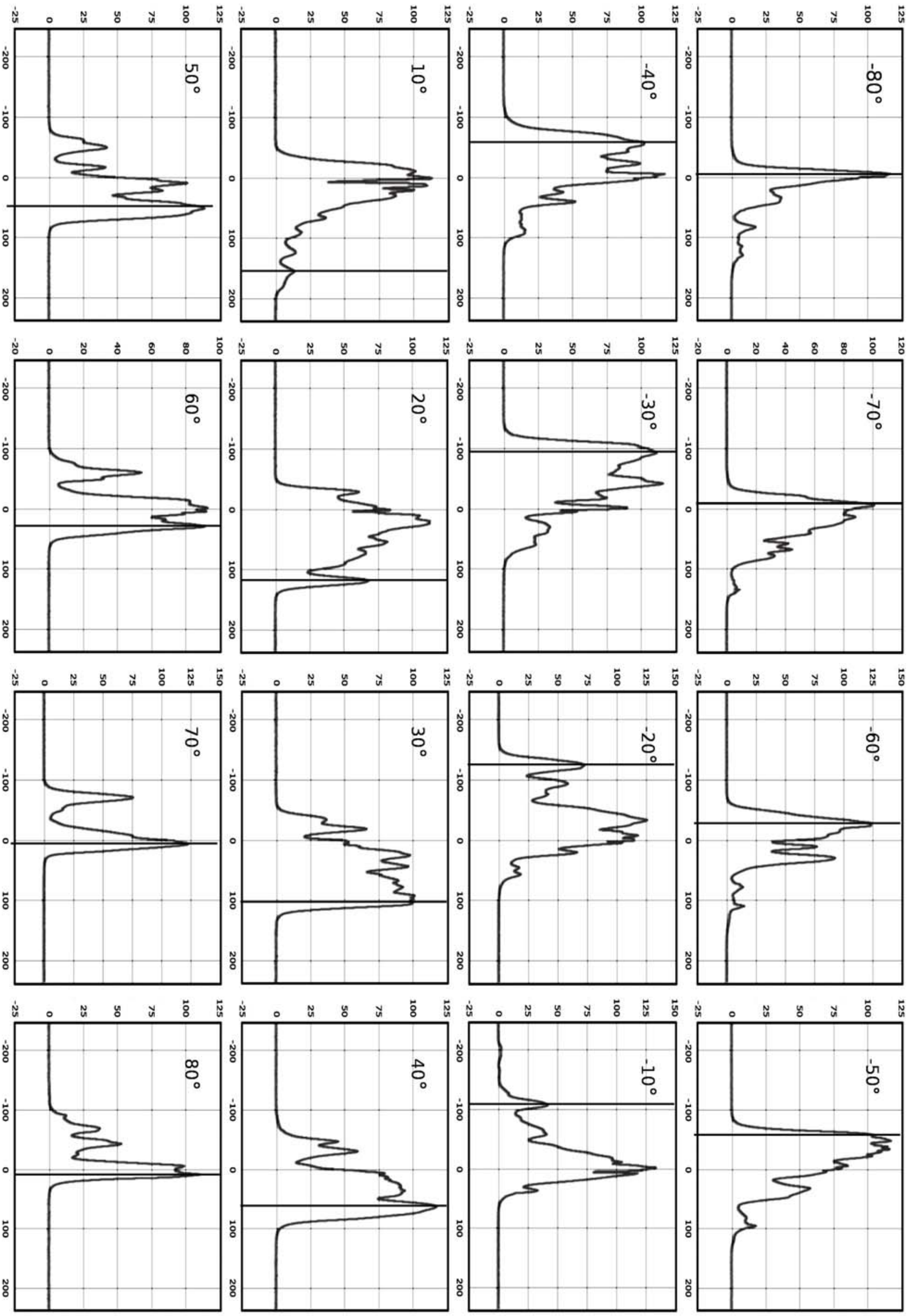
Эти рассуждения подходят только для галактических долгот от 0° до 90º. Нетрудно расширить их для галактических долгот от 0° до –90º. В этом случае ближайшее к центру Галактики облако, оказавшееся на луче зрения, будет иметь минимальную лучевую скорость.

Измерения для равных по модулю галактических долгот необходимо усреднить (взяв скорость для $l<0$ с противоположным знаком). Результаты измерений приведены в таблице.

$\|l\|$	V_R^+, км/с	$-V_R^-$, км/с	$<V_R>$, км/с	V, км/с	D, кпк
10°	150	110	130	168	1.5
20°	120	120	120	195	2.9
30°	100	100	100	210	4.3
40°	65	65	65	206	5.5
50°	50	60	55	224	6.5
60°	30	30	30	221	7.4
70°	5	5	5	212	8.0
80°	5	5	5	222	8.4

Здесь V_R^+ и V_R^- – лучевые скорости, измеренные для положительных и отрицательных долгот соответственно, а $<V_R>$ – соответствующие средние значения. Зависимость $V(D)$ приведена на графике. Как мы видим, кривая вращения Галактики внутри орбиты Солнца относительно "плоская": скорость практически постоянна, начиная с расстояния 1.5 кпк от центра.




-80°
-70°
-60°
-50°
-40°
-30°
-20°
-10°
10°
20°
30°
40°
50°
60°
70°
80°