XXV Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

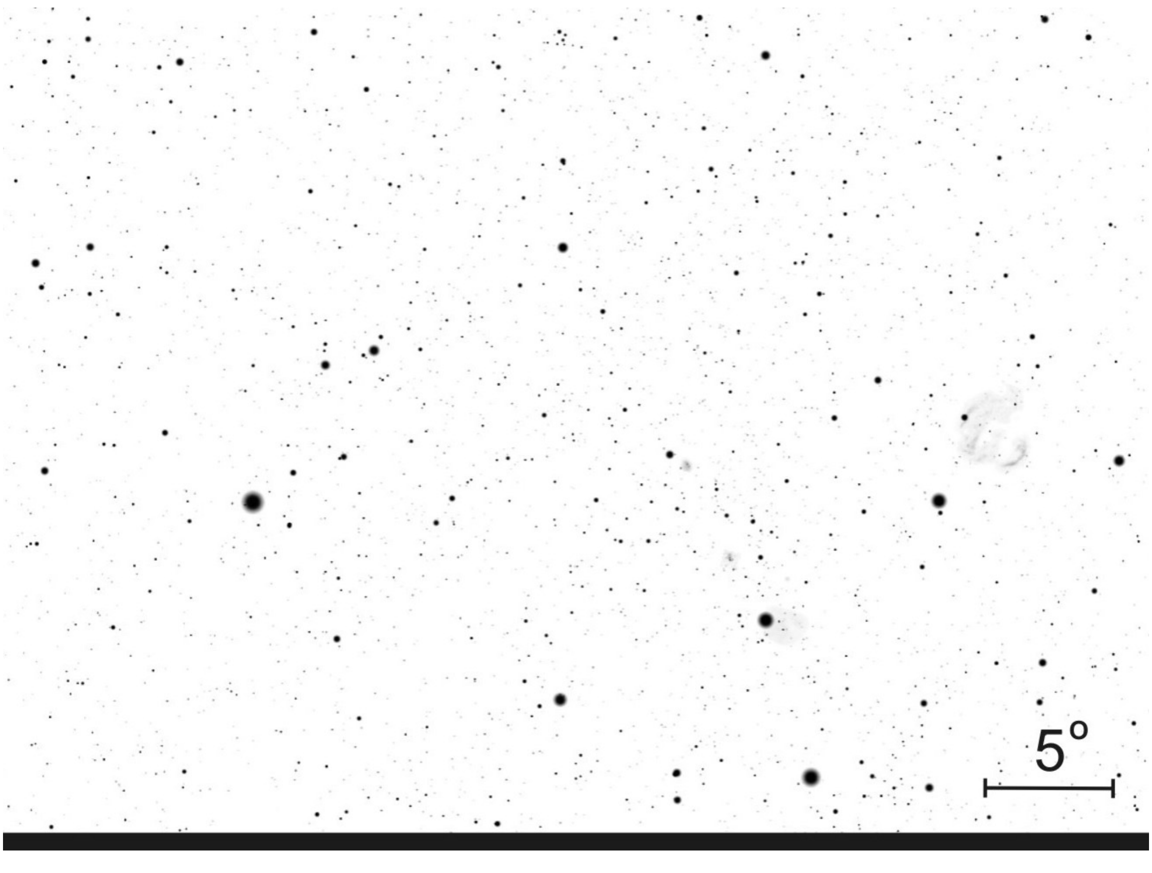
Волгоград, 2018 г.

Практический тур

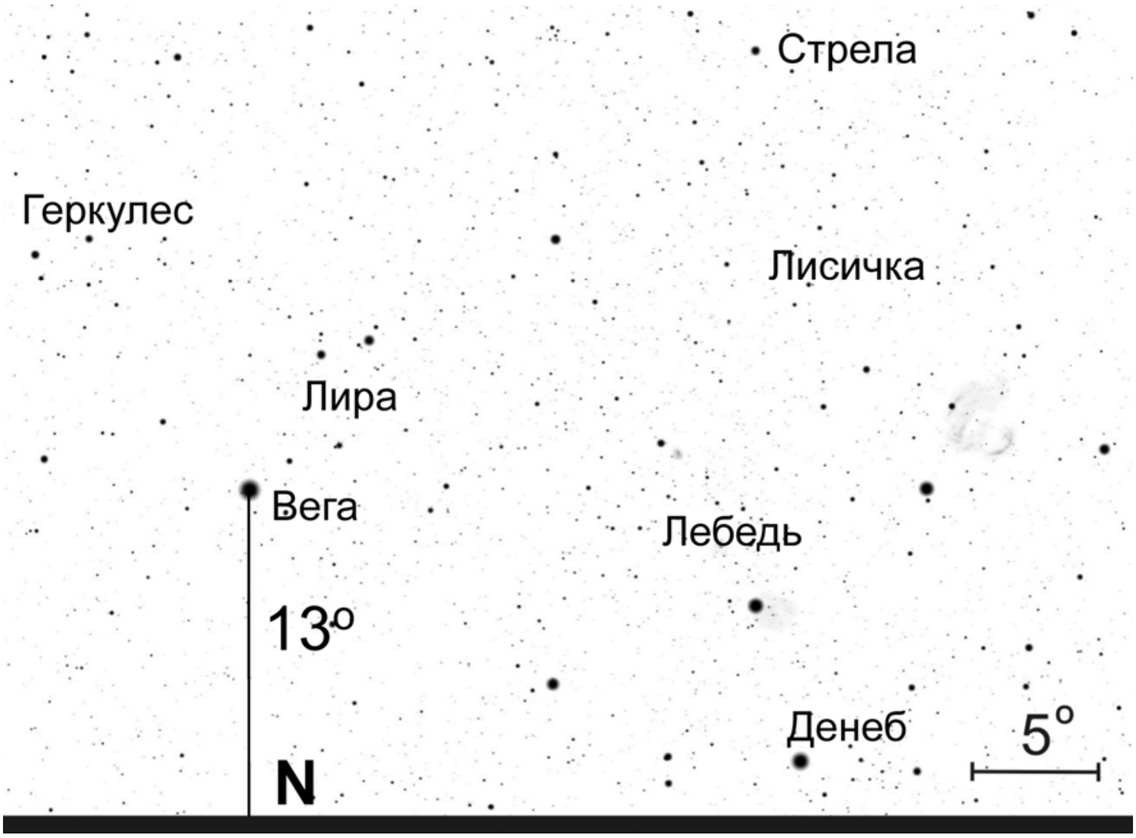
IX.7 ОКОЛО ВЕГИ

А.М. Татарников

Условие. На рисунке представлена область неба с окрестностями звезды Вега (α=18ч38м, δ=+38°48′) в момент ее верхней кульминации. Горизонт – тёмная полоса вдоль нижнего края рисунка. Подпишите названия известных вам созвездий и их главных звезд, укажите положение точек юга, севера, востока или запада на горизонте, если они попадают на рисунок. Определите широту места наблюдения.



Решение. На рисунке можно узнать созвездия Лиры со звездой Вега и Лебедя со звездой Денеб, но для нас, жителей северного полушария Земли, они выглядят перевернутыми. Учитывая, что картина наблюдается в момент верхней кульминации Веги, мы можем сделать вывод, что картина наблюдается в южном полушарии. Высоту Веги над горизонтом h можно определить по масштабу рисунка, она равна 13°. Очевидно, что кульминация происходит над точкой севера, которую можно обозначить на рисунке. Угловой размер рисунка существенно меньше 90°, и другие основные точки горизонта (восток, юг, запад) на него не попадают.



Для нахождения широты в южном полушарии мы можем воспользоваться обобщенной формулой для высоты светила в верхней кульминации:

$$h = 90° - |\varphi - \delta|;$$
$$|\varphi - \delta| = 77°.$$

Учитывая, что Вега имеет большое положительное склонение, а также то, что кульминация происходит на севере (что соответствует отрицательному знаку выражения под модулем), получаем широту места наблюдения:

$$\varphi = -77° + \delta = -90° + \delta + h = -38°.$$

На рисунке, кроме указанных выше созвездий, видны также части созвездий Геркулеса, Стрелы и Лисички.

Система оценивания (от одного члена жюри). Первая часть решения связана с определением широты места наблюдения. Для этого можно использовать формулу для высоты в верхней кульминации, справедливой для южного полушария, либо общую формулу, выделив в ней соответствующий случай. Формулу можно также вывести на основе рисунка. Этап оценивается в 6 баллов, которые не выставляются полностью (0 баллов), если эта широта оказывается положительной или если она вычисляется с помощью формул, применимых только для северного полушария, без опровержения этой формулы по ходу решения. Ошибки более чем в 1 градус, вызванные неточностью измерений на рисунке, приводят к уменьшению этой оценки на 2 балла.

Правильное указание точки севера оценивается в 2 балла, которые не выставляются, если на рисунке указаны какие-либо другие стороны горизонта.

Указание созвездий Лиры, Лебедя, Геркулеса, Стрелы и Лисички, а также звезд Вега и Денеб оцениваются по 0.5 балла за каждое. Указание других объектов не влияет на оценку в случае их правильности и уменьшает оценку на 0.5 балла в случае ошибки. Итоговая оценка за этот этап получается округлением вверх (максимум – 4 балла) и не может быть меньше нуля.

IX.8 ПОСТОЯННАЯ ХАББЛА

А.М. Татарников

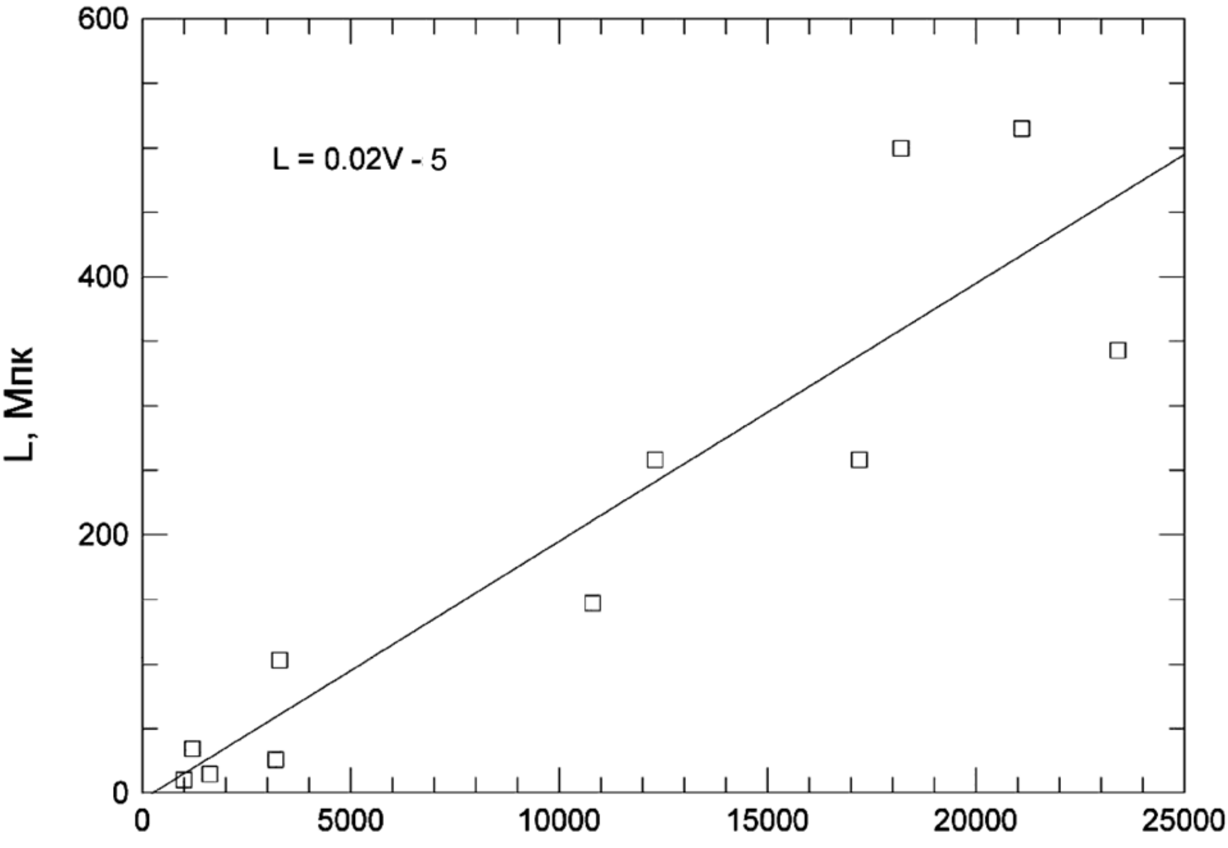
Условие. Некий любитель астрономии решил самостоятельно определить значение постоянной Хаббла H, связывающей скорость удаления далекой галактики v и расстояние до нее r ($v=H\cdot r$). Для этого он по разным каталогам и критериям отобрал спиральные галактики, относящиеся к типу SBbc – тому же, что и Галактика Млечный Путь. Вам дана составленная им таблица с лучевыми скоростями галактик и их угловыми размерами. Оцените значение постоянной Хаббла по этим данным. Проанализируйте полученный результат.

Название	**V, км/сек**	**Диаметр большой оси, ′**	**Диаметр малой оси, ′**
Млечный путь	---	---	---
Gal1	-20	15	7
Gal2	3290	1	0.4
Gal3	300	10	2
Gal4	1000	10	9
Gal5	50	22	15
Gal6	3200	4	4
Gal7	1620	7	6.5
Gal8	12300	0.4	0.2
Gal9	23400	0.3	0.3
Gal10	120	17	16
Gal11	10800	0.7	0.7
Gal12	17200	0.4	0.4
Gal13	1200	3	1
Gal14	21100	0.2	0.1
Gal15	18200	0.2	0.1

Решение. Наша Галактика Млечный Путь также относится к типу SBbc. Поэтому будем считать, что галактики из представленной таблицы имеют такие же линейные размеры, что и Млечный путь, т.е. R=15 кпк. Тогда представленные в таблице угловые размеры могут быть использованы для вычисления расстояния до галактик и построения стандартного графика «расстояние-скорость» для определения величины постоянной Хаббла H. Помня о том, что о диаметре диска галактики говорит размер большой оси изображения, построим таблицу:

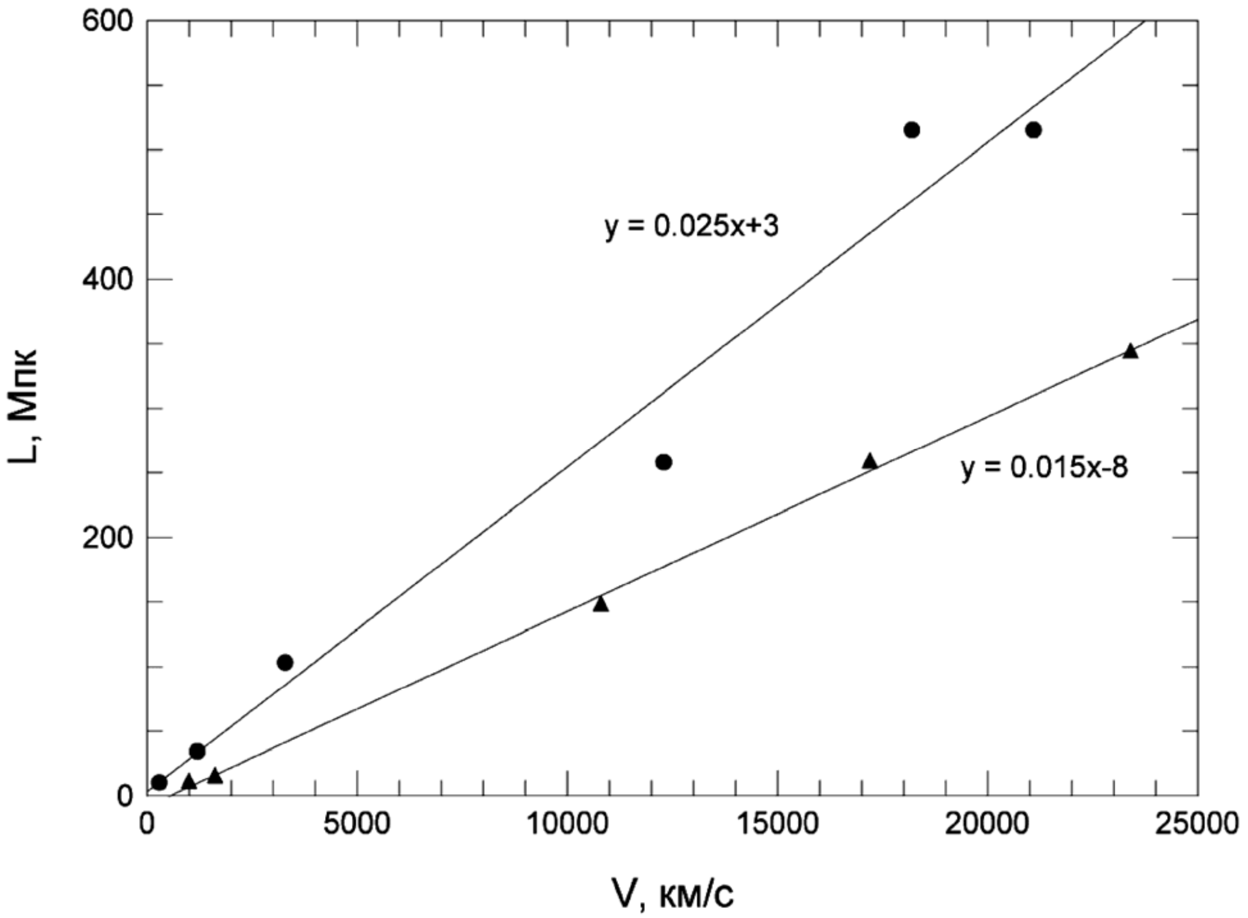
Название	V, км/сек	Диаметр большой оси, ′	Расстояние, Мпк
Млечный путь	---	---	---
Gal1	-20	15	7
Gal2	3290	1	103
Gal3	300	10	10.3
Gal4	1000	10	10.3
Gal5	50	22	4.7
Gal6	3200	4	25.8
Gal7	1620	7	14.7
Gal8	12300	0.4	258
Gal9	23400	0.3	343
Gal10	120	17	6
Gal11	10800	0.7	147
Gal12	17200	0.4	258
Gal13	1200	3	34.3
Gal14	21100	0.2	515
Gal15	18200	0.2	515

Так как величина постоянной Хаббла определяется крупномасштабным расширением Вселенной, то мы не можем при построении графика использовать близкие к нам галактики. Ограничимся при этом галактиками, имеющими скорости свыше 1000 км/с (допустимо использовать и галактику со скоростью 500 км/с – это не несет большой ошибки, но вот со скоростью 120 км/с – нет).



Нанесем на график V(R) данные из 1 и 3 столбцов таблицы и проведем через точки прямую линию. Коэффициент ее наклона равен 1/*H*. Отсюда мы получаем величину постоянной Хаббла: H=50 км/(с·Мпк).

Полученное нами значение не согласуется с современными данными. При построении графика мы руководствовались тем, что все галактики из списка имеют такой же тип, как и Млечный путь. Однако, при внимательном изучении таблицы мы можем увидеть, что часть галактик в ней наблюдаются под большим углом. При этом будет затруднительно (если вообще возможно) сделать вывод об их принадлежности именно к типу SBbc. Если мы построим отдельно соответствующие графики для галактик, наблюдаемых с ребра, и тех, что видны плашмя, то получим:



В этом случае для популяции галактик, наблюдающихся плашмя, H=67 км/(с·Мпк), а для второй популяции – H=40 км/(с·Мпк). Скорее всего, вторая группа представлена галактиками меньших размеров, чем Млечный Путь.

Система оценивания (от одного члена жюри). Первым этапом решения является оценка расстояний до галактик. При этом радиус нашей Галактики может приниматься от 12 до 20 кпк, что изменяет окончательный ответ, но не влияет на оценку. Данный этап решения оценивается в 3 балла. Последующее определение коэффициента пропорциональности между скоростью и расстоянием оценивается в 7 баллов при условии четкого математического исполнения методом наименьших квадратов или его упрощенным вариантом:

$$H = \frac{\sum v_i R_i}{\sum R_i^2}.$$

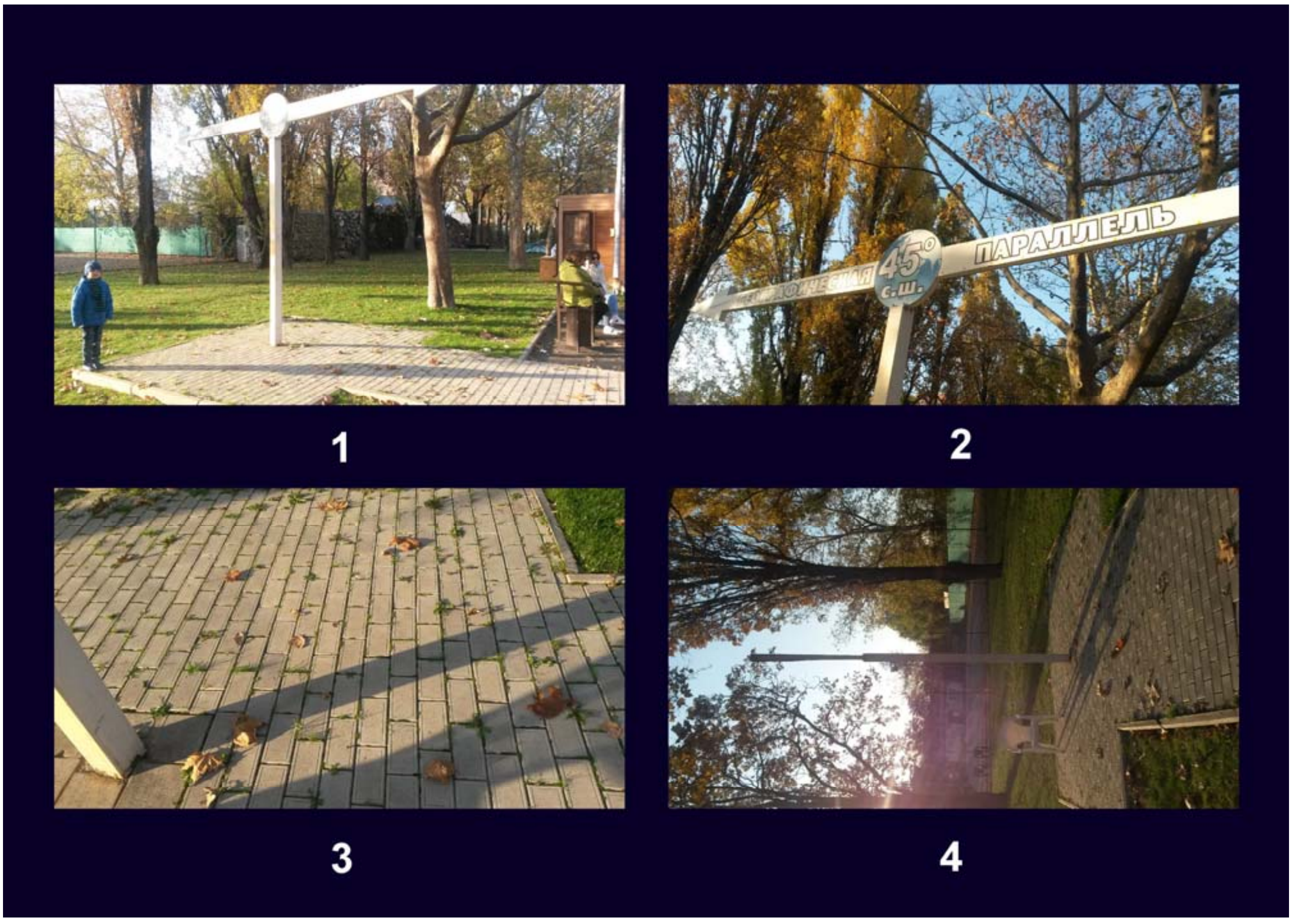
Это эквивалентно усреднению отношений (v/R) с весом R – учитываются, прежде всего, далекие галактики. Если вместо этого делается обычное усреднение отношений (v/R), оценка уменьшается на 4 балла. Еще 2 балла вычитается, если из анализа не исключаются близкие галактики. Если величина постоянной Хаббла определяется графически, оценка за второй этап уменьшается до 5 баллов. 2 балла выставляются за анализ полученного результата.

В случае записи величины постоянной Хаббла, близкой к справочному значению (68 км/с) без корректного анализа данных в условии задачи максимальная оценка за все решение не превышает 2 баллов.

IX/X.9 МЕЖДУ ЭКВАТОРОМ И ПОЛЮСОМ

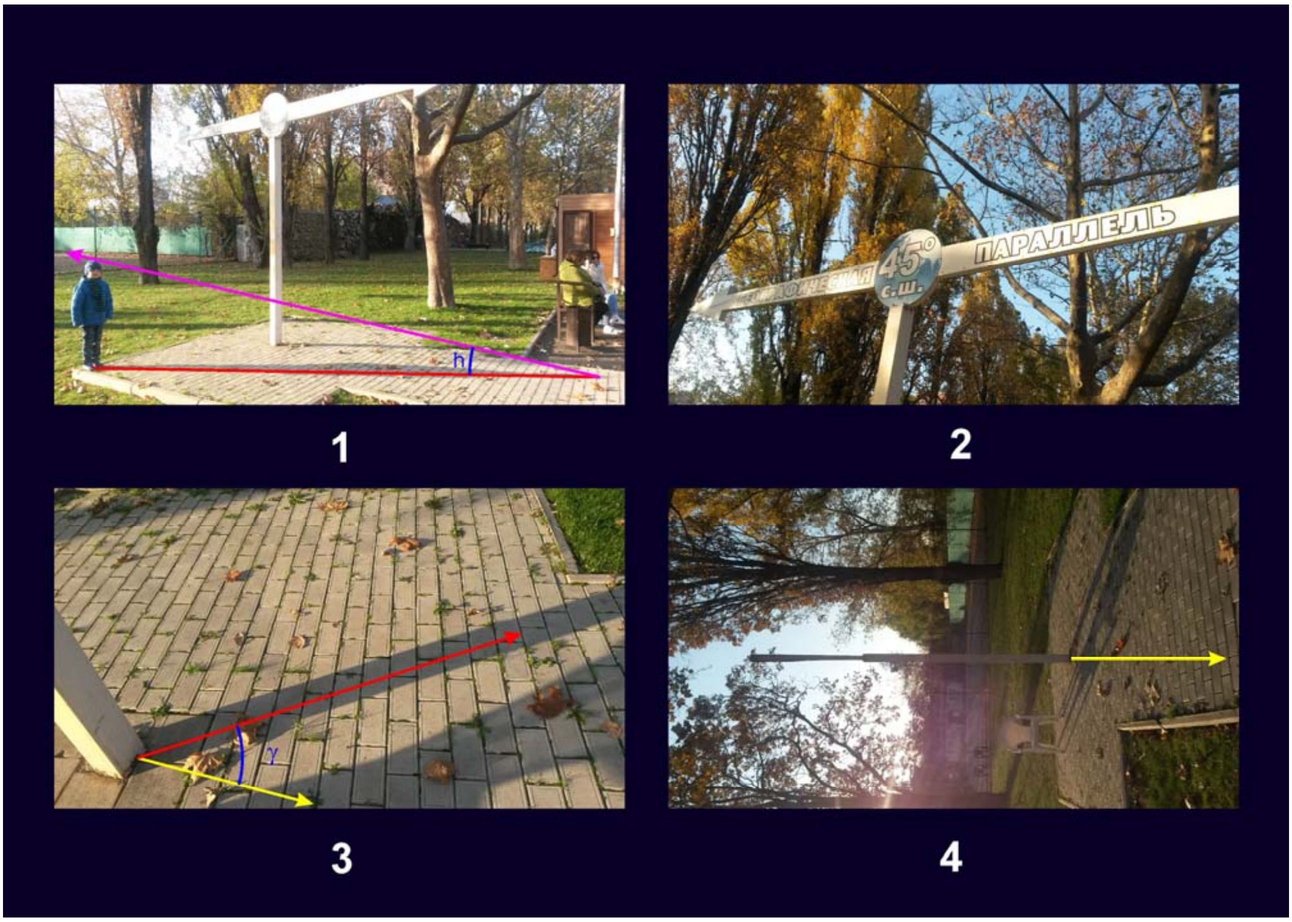
О.С. Угольников

Условие. Перед Вами фотографии, сделанные в некоторой точке Земли. Определите примерную дату и истинное солнечное время съемки. Считать, что все фото получены одновременно.



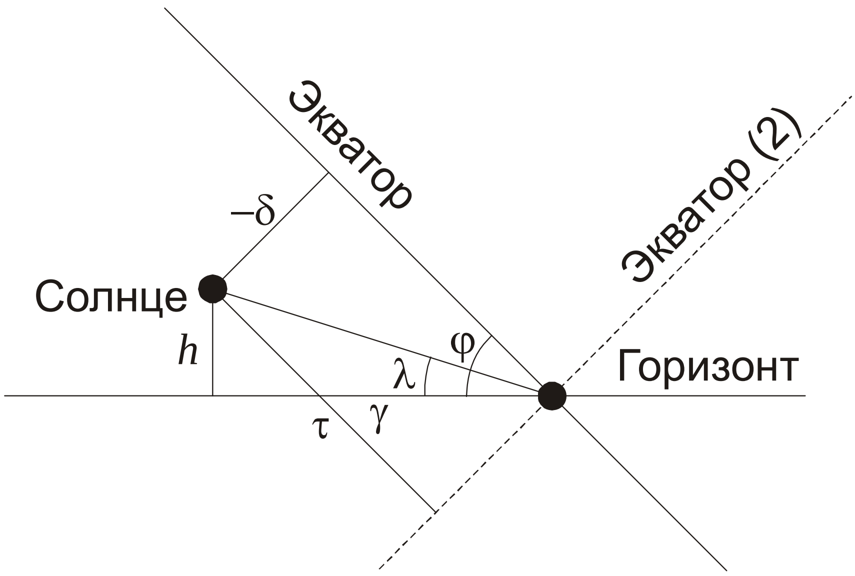
Решение. Приведенные фотографии дают возможность определить местоположение (широту) и горизонтальные координаты Солнца (азимут, высота). Вместе с дополнительной информацией, имеющейся на фото, это достаточно, чтобы понять, в какой сезон и время производилась съемка.

Фото 2 сразу дает нам значение широты места: +45°. Помимо этого, мы видим, что указатель содержит два длинных плеча, направленных вдоль линии «запад-восток». Эти плечи не видны на фото 4, так как сливаются с изображением самого столба. Следовательно, на фото 4 столб располагается точно к востоку или западу от фотокамеры. Проведем на этом фото линию, которая совпадет с направлением на запад или восток на поверхности Земли. Обратим внимание, что сама площадка и выложенная на ней плитка не ориентирована вдоль линии «запад-восток».



Самым сложным моментом анализа фото является перенос данной линии с фото 4 на фото 3, который можно сделать на основе изображений тротуарных плиток. Мы видим, что направление «запад-восток» образует достаточно большой угол γ с тенью столба. Этот угол равен 90°–A или –90°–A , где A – текущий азимут Солнца. Измерение этого угла напрямую по фото 3 дает значение 35°. Оговоримся, что здесь возможны погрешности, связанные с наклонной проекцией фото.

Высоту Солнца над горизонтом можно определить по фото 1, сравнивая рост ребенка и длину его тени: h=12°. Теперь нам надо найти склонение Солнца. Учитывая оценочный характер и не очень высокую точность всех углов, особенно γ, воспользуемся плоским представлением участка неба:



Предположим, что на фото 4 столб располагается к западу от наблюдателя, и Солнце уже клонится к заходу. Направление от точки запада к Солнцу образует угол λ с горизонтом:

$$\lambda = \operatorname{arctg}\frac{h}{\gamma} = 19^{O}.$$

Склонение Солнца отрицательно и составляет

$$\delta = -\frac{h}{\sin\lambda}\sin(\varphi-\lambda) = -16^{O}.$$

Мы можем также определить, какой угловой путь нужно пройти Солнцу до пересечения с линией, перпендикулярной экватору (дополнение часового угла до 6 часов):

$$\tau = \frac{h}{\sin\lambda}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\varphi+\lambda\right) = 33^{O}$$

или 2 часа 12 минут. Тогда истинное солнечное время есть 18ч – τ = 15ч48м. Проведенные расчеты позволяют нам сразу отбросить другой случай – если бы Солнце только взошло на северо-востоке (пунктирная линия экватора на рисунке). С учетом широты, равной 45°, мы бы получили значение склонения, равное τ или +33°, чего не может быть.

Итак, нам уже известно истинное солнечное время съемки (15ч48м) и склонение Солнца (–16°). Таким оно бывает в начале февраля и начале ноября. Широта, соответствующая южным районам России, и осенние листья на деревьях и земле позволяют выбрать один правильный ответ: первые дни ноября.

Интересно, что несмотря на существенные упрощения, мы получили ответ, весьма близкий к точному. Фото были сделаны 5 ноября в 15ч37м по истинному солнечному времени.

Система оценивания (от одного члена жюри). Для решения задания участники олимпиады должны определить по фотографиям горизонтальные координаты Солнца. Высота достаточно легко находится по фото 1, ее правильное определение оценивается в 2 балла, допустимая погрешность – 1°. При погрешности до 2° за этот этап выставляется половина баллов (1), дальнейшее решение оценивается в полной мере.

Определение азимута (точнее говоря, его отличия от направления на запад или восток) представляет собой более сложную задачу и оценивается в 3 балла. Допустимая точность составляет 5°. При погрешности до 7° оценка снижается до 2 баллов, при погрешности до 10° – до 1 балла, при условии, что методика определения азимута корректна. Участники олимпиады могут не делать примерную оценку по фото 3, а пытаться определить угол по плиточному узору на площадке, что при условии верного исполнения засчитывается полностью. Если же делается предположение, что площадка ориентирована вдоль линии «запад-восток», и не оценивается наклон желтой линии на фото 3, то вне зависимости от ответа весь этот этап решения задачи не засчитывается (0 баллов).

В случае существенных ошибок на этих этапах последующие этапы оцениваются наполовину (если полученные значения одной или двух горизонтальных координат Солнца отличаются от правильных более чем на 15°) или не оцениваются вовсе (отличие больше 30°).

При переходе от найденных углов к координатам Солнца необходимо рассмотреть разные случае. Предположение, что Солнце находится в восточной стороне неба и вывод о том, что такого не может быть (склонение Солнца слишком высоко) оценивается в 2 балла. Если этот случай не рассматривается, данные баллы не выставляется. Если этот случай оказывается возможным вследствие ошибок, допущенных на предыдущих этапах, то за этап выставляется либо 1 балл (указывается на несоответствие пейзажа эпохе летнего солнцестояния), либо 0 баллов (случай считается правильным).

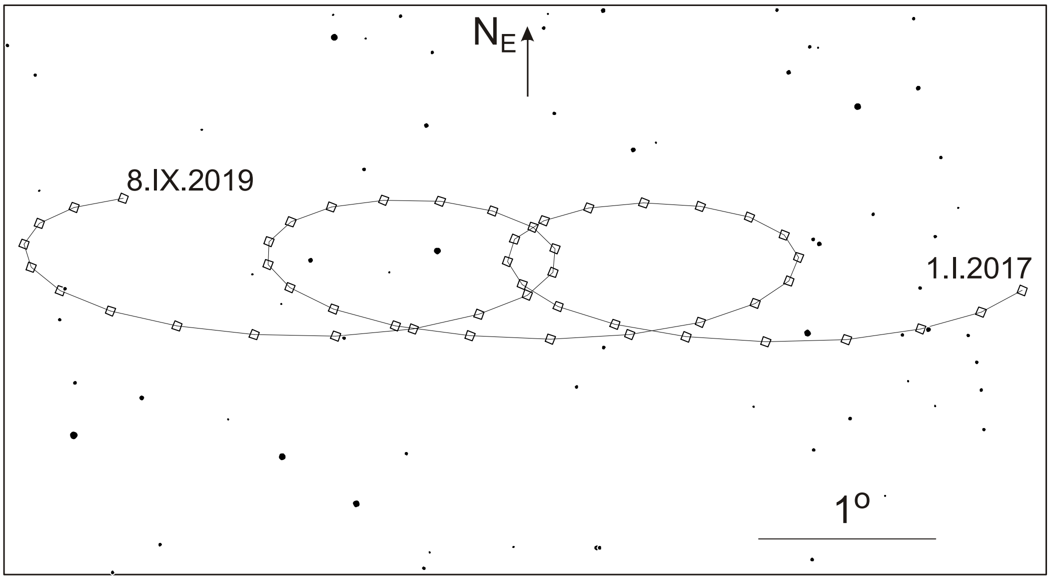
Вычисление склонения и часового угла Солнца оцениваются по 2 балла. Они могут производиться как с помощью формул сферической тригонометрии (с обязательным рассмотрением всех возможных случаев ориентации столба и наблюдателя – запад и восток), так и на основе приближенного анализа, приведенного выше. Наконец, 1 балл выставляется за правильную оценку даты. Если при этом не оговаривается второе решение (февраль), этот балл не выставляется.

X/XI.7 ДАЛЕКИЙ ОБЪЕКТ

О.С. Угольников

Условие. Вы видите карту видимого пути среди звезд объекта пояса Койпера вблизи его перигелия за несколько лет. Направление вверх соответствует направлению на северный полюс эклиптики, указан масштаб карты и даты начала и конца трека. Интервалы между соседними отметками на треке соответствуют 20 дням. Определите по этой карте:

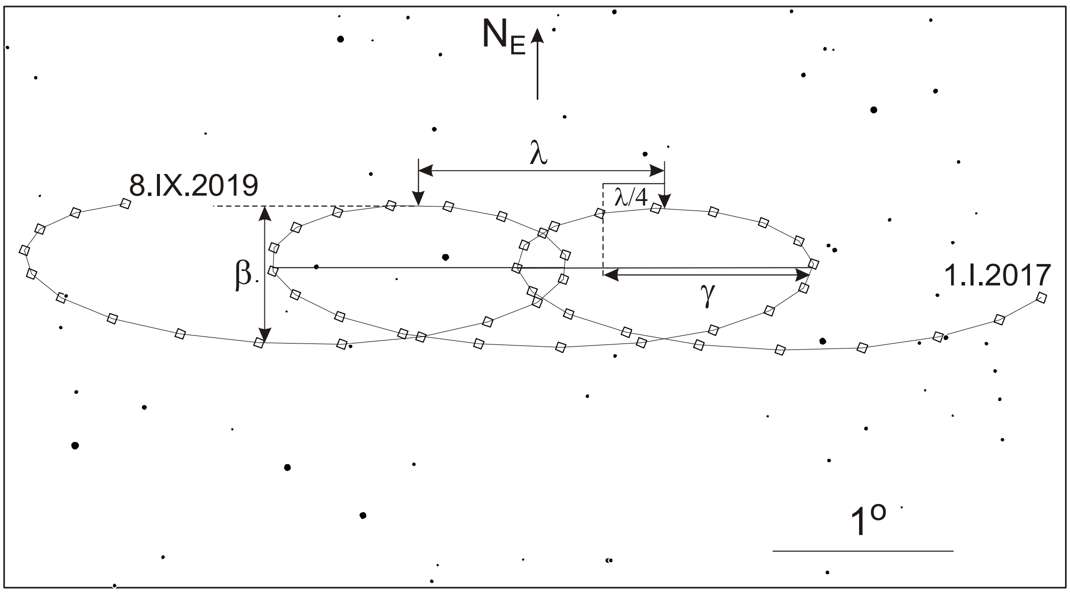
1) Расстояние объекта от Солнца;
2) Его орбитальный период;
3) Созвездие, в котором находится объект.



Решение. На звездной карте не указаны координаты, дан лишь масштаб. Однако мы можем отметить ряд обстоятельств, которые облегчают решение задачи. Среднее по времени движение объекта среди звезд направлено с запада на восток, с периодами попятного движения, как у внешних планет. Следовательно, объект движется вокруг Солнца в прямом направлении. Его петли симметричны относительно вертикальной оси, их положение соответствует одной и той же эклиптической широте (ординате на рисунке). Следовательно, гелиоцентрическая эклиптическая широта объекта в период наблюдений примерно постоянна.

Середина участка попятного движения соответствует противостоянию объекта. По отметкам мы можем установить, что оно происходит во второй половине сентября, вблизи осеннего равноденствия. Отметим положение объекта во время двух последовательных противостояний и найдем угловое расстояние между этими положениями:

$$\lambda = 1.37°.$$



Во время противостояний геоцентрическая и гелиоцентрическая эклиптическая долгота объекта совпадают. Если считать орбиту Земли круговой, то противостояния отстоят друг от друга на T=(361.4/360) или 1.004 года. Этот период можно считать равным одному году. Отсюда мы можем определить гелиоцентрическую угловую скорость объекта:

$$\omega = \lambda/T = 1.37^\circ\ /\text{год}.$$

Вычислить сразу расстояние объекта от Солнца по его синодическому периоду нельзя, так как мы не знаем эксцентриситет орбиты. Для вычисления расстояния определим его годовое параллактическое смещение во время квадратуры. Так как объект расположен значительно дальше от Солнца, чем Земля, квадратура наступает через четверть года после противостояния. Находим положение объекта в это время и отмечаем его гелиоцентрическое положение, смещенное на угол λ/4 к востоку по отношению к положению противостояния. Параллактический угол равен

$$\gamma = 1.15^\circ.$$

Отсюда мы вычисляем расстояние планеты от Солнца в астрономических единицах:

$$r = 1/\sin\gamma = 50\ \text{а.е.}$$

Объект находится вблизи перигелия, и мы можем найти эксцентриситет его орбиты:

$$e = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1 = 0.8.$$

Здесь ω_0=1.02°/год – угловая скорость кругового движения, соответствующего данному расстоянию от Солнца. Большая полуось орбиты объекта равна 250 а.е., а период обращения – примерно 4000 лет.

Приведенный выше способ определения расстояния объекта от Солнца и его периода обращения не является единственным. Можно также измерить угловые скорости перемещения объекта по небу во время соединения (середина длинной дуги видимого пути объекта) и противостояния (середина короткой дуги):

$$\omega_1 = 0.023^\circ\ /\text{день};\quad \omega_2 = -0.016^\circ\ /\text{день}.$$

Знак «–» соответствует попятному движению астероида. Будем считать, что наклон орбиты астероида к плоскости эклиптики небольшой (в этом мы убедимся далее), а его скорость на интервале двух лет вблизи перигелия постоянна. Орбиту Земли мы можем считать круговой. Тогда в соединении расстояние до астероида можно считать равным ($r + r_E$), где r_E – радиус орбиты Земли, а скорости астероида и Земли v и v_E противоположны. В противостоянии расстояние уменьшается до ($r - r_E$), а скорости сонаправлены. Запишем выражения для угловых скоростей:

$$\omega_1 = \frac{v + v_E}{r + r_E};\quad \omega_2 = \frac{v - v_E}{r - r_E}.$$

Решая эти уравнения, мы получаем выражение для расстояния астероида от Солнца:

$$r = \frac{2v_E - r_E(\omega_1 + \omega_2)}{\omega_1 - \omega_2} = r_E\,\frac{2\omega_E - \omega_1 - \omega_2}{\omega_1 - \omega_2}.$$

Здесь $\omega_E = v_E / r_E$ – угловая скорость орбитального движения Земли (0.986° /день). Мы получаем значение r, равное 50 а.е. Далее мы определяем линейную и угловую гелиоцентрическую скорость объекта:

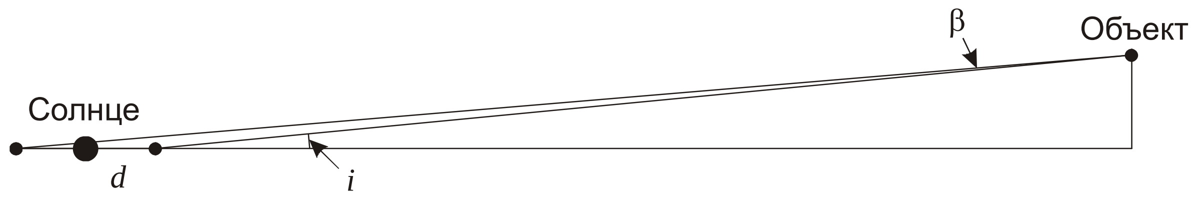
$$v = r_E \frac{\omega_E(\omega_1 + \omega_2) - 2\omega_1\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}; \quad \omega = \frac{v}{r} = \frac{\omega_E(\omega_1 + \omega_2) - 2\omega_1\omega_2}{2\omega_E - \omega_1 - \omega_2} \sim 1.4^{\circ} \text{ / год.}$$

Это близко к полученному выше значению, но имеет худшую точность, так как базируется на измерении более коротких отрезков на звездной карте.

Чтобы определить созвездие, нам нужно найти примерное значение угла наклона гелиоцентрического направления на объект к эклиптике. Для этого найдем вертикальный размер петли, описываемой объектом на небе:

$$\beta = 0.76^{\circ}.$$

В противостоянии объект пояса Койпера находится на 2 а.е. ближе к Земле, чем в соединении и за счет этого виден на большем угловом расстоянии к северу от эклиптики.



Так как нас интересует примерное значение угла i, мы можем учесть, что объект значительно дальше от Солнца, чем Земля. Угол составляет

$$i = \arcsin \frac{r \sin\beta}{2d} = 20^{\circ}.$$

Астероид вступает в противостояние вблизи осеннего равноденствия. Следовательно, он находится в 20° по направлению к северному полюсу эклиптики от точки весеннего равноденствия. Это соответствует созвездию Пегаса.

Система оценивания (от одного члена жюри). В задании нужно ответить на три вопроса, каждый из ответов оценивается по 4 балла. Первый вопрос связан с вычислением текущего расстояния от Солнца до объекта. Самым правильным способом является вычисление годового параллактического смещения объекта на небе вблизи его квадратуры. Вместо этого участник олимпиады может вычислить расстояние от Солнца до объекта по анализу угловых скоростей. Допускается неточность определения параллакса или расстояния в пределах 5%. Данный этап оценивается в 4 балла. Вероятными ошибками участников олимпиады могут быть:

1) Вычисление параллакса как полуширины петли видимого движения объекта (без слагаемого $\lambda/4$ в решении выше). Тогда параллакс получается равным 0.8°, расстояние – около 70 а.е. В этом случае за выполнение данного этапа выставляется 2 балла. Данная ошибка также приводит к неверному ответу на другие вопросы задания. В частности, эксцентриситет орбиты объекта превышает единицу (около 4), и орбитального периода не существует. Ввиду абсурдности ответа в этом случае за второй этап выставляется 0 баллов, он также не оценивается, если в нем получается другой ответ из-за ошибок при вычислениях. На ответ на третий вопрос данная неточность не влияет, и в случае верного выполнения он оценивается в полной мере.

2) Расстояние объекта может быть вычислено по III закону Кеплера на основе синодического периода объекта или его смещения по небу за год. Фактически это означает предположение круговой орбиты объекта. В этом случае орбитальный период составляет около 260 лет, расстояние от Солнца – около 40 а.е. При таком выполнении за оба первых этапа выставляется по 1 баллу, третий при условии правильного выполнения оценивается в полной мере. При получении других ответов (в том числе правильного – 50 а.е.) за первый этап при такой методике оценка ***не может*** быть увеличена.

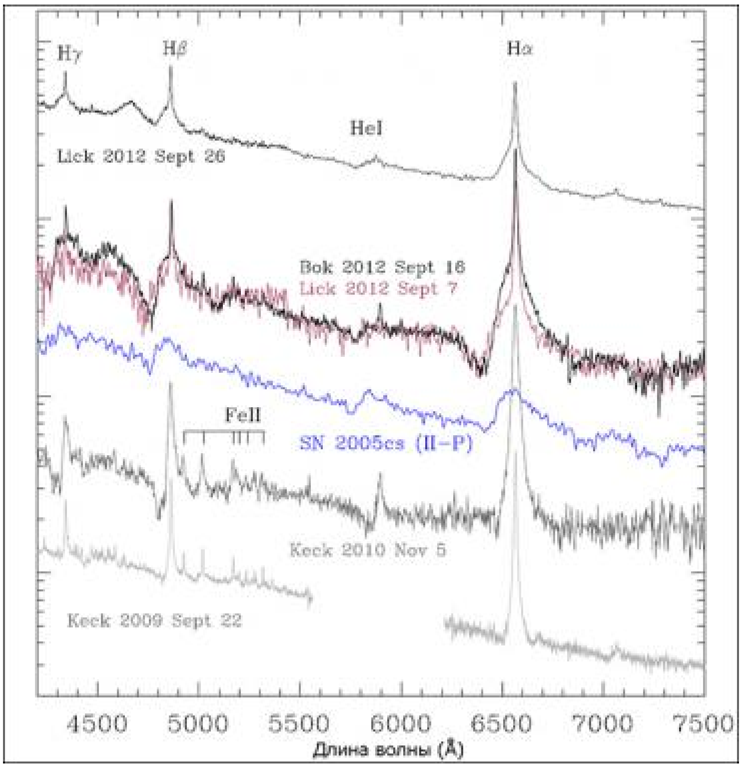
Второй этап состоит в вычислении орбитального периода объекта пояса Койпера и также оценивается в 4 балла. Для выполнения этого этапа необходимо определить эксцентриситет и большую полуось орбиты. Другой путь состоит в вычислении линейной скорости в перигелии. Если же орбита предполагается круговой, то оценка за весь второй этап не может превышать 1 балл. Оценка не снижается, если эксцентриситет попадает в интервал от 0.7 до 0.9, а орбитальный период – от 2200 до 11000 лет. При больших ошибках (эксцентриситет от 0.6 до 1.0) оценка за второй этап уменьшается на 2 балла, если это вызвано только ошибками измерений. При еще большей погрешности или при наличии физических ошибок или применений неверных формул (вне зависимости от ответа) оценка за весь этап не превосходит 1 балла.

Третий этап состоит в определении созвездия, в котором находился объект, и оценивается в 4 балла. Если при этом не производится правильных по методике вычислений видимой эклиптической широты объекта, то оценка составляет 1 балл в случае правильного ответа (Пегас) и 0 баллов во всех остальных случаях. Если широта вычисляется правильно, то оценка составляет не менее 2 баллов плюс еще 2 балла при правильно указанном созвездии. Ответ – созвездие Рыб, содержащее точку весеннего равноденствия – правильным не является.

X/XI.8 НЕОБЫЧНАЯ СВЕРХНОВАЯ

О.С. Угольников

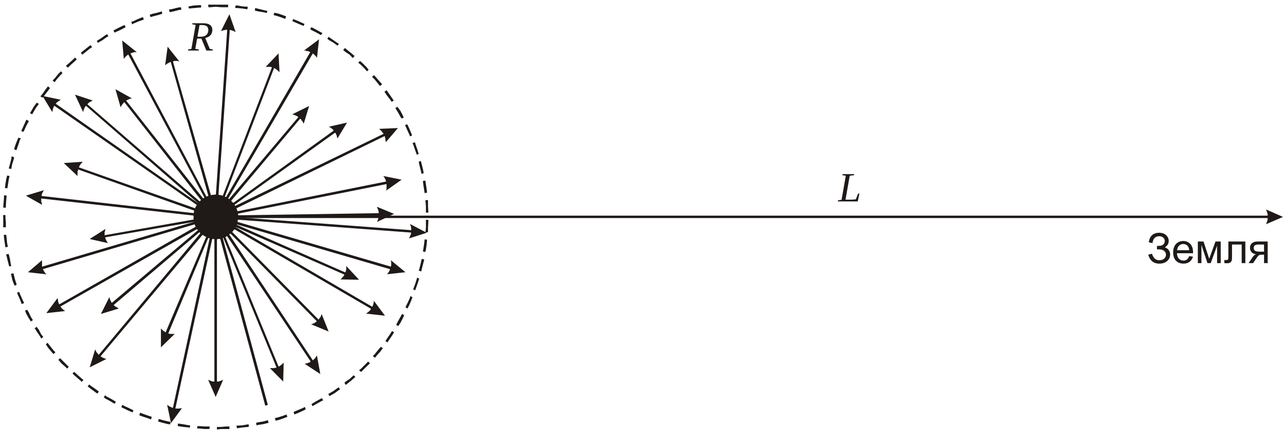
Условие. Перед Вами спектр интересной сверхновой звезды SN 2009ip (сливающиеся черная и красная линии с подписями Bok 2012 и Lick 2012). Основная вспышка этой звезды состоялась в сентябре 2012 года, после нескольких предварительных вспышек. Сверхновая располагается в галактике NGC 7259 (**10 класс**: расстояние 25 Мпк; **11 класс**: красное смещение z = 0.006). Оцените угловой диаметр туманности – остатка вспышки Сверхновой при наблюдении с Земли в марте 2018 года. Считать, что туманность появилась только после основной вспышки.



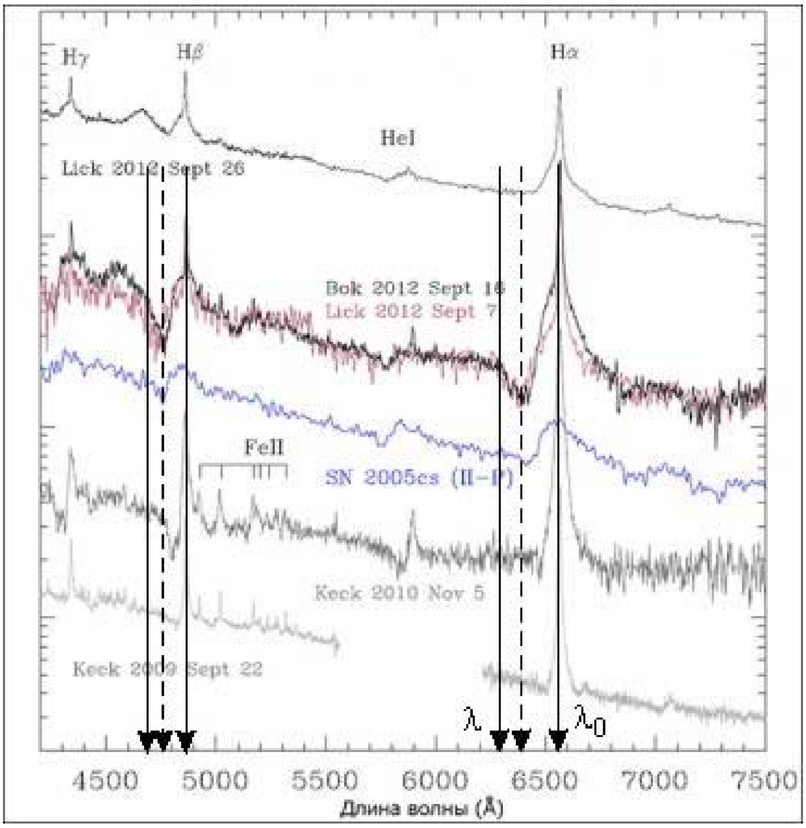
Решение. (**11 класс**). Из данных условия задачи мы сразу можем определить лучевую скорость галактики в целом: $v_G = c\ z = 1800$ км/с и расстояние до галактики по закону Хаббла:

$$L = \frac{v_G}{H} = \frac{c \cdot z}{H} \approx 25 \text{ Мпк.}$$

(**10-11 класс**). Теперь рассмотрим спектры сверхновой. В них присутствуют яркие эмиссионные линии атомарного водорода, самая заметная из которых – Hα с длиной волны около 6550 ангстрем. Однако левее этой линии, на чуть меньших длинах волн, видна достаточно четкая линия поглощения. Это не есть случайная близость двух линий, такая же компонента присутствует и у линии Hβ и, на самом краю рисунка, у линии Hγ. Эта линия – результат поглощения света быстро расширяющейся оболочкой взорвавшейся звезды. Ее разные участки имеют разные направления скорости, но с Земли сильнее всего проявляет себя часть оболочки, летящая по направлению к нам. За счет очень большой скорости линия поглощения смещена в фиолетовую сторону относительно линии излучения самой звезды. Эту скорость мы можем определить из спектра.



Необходимо учитывать, что разные молекулы газа имеют разные скорости, что приводит к значительной ширине линии поглощения. Так как нас интересуют размеры туманности или, строго говоря, угловое расстояние от ее видимого центра до края, мы будем рассматривать самые быстрые молекулы, создающие левый край спектральной линии. Из графика определим длину волны левого крыла линии поглощения и линии излучения Hα самой звезды:



λ = 6300 A; λ_0 = 6560 A.

Длина волны λ_0 близка к лабораторной длине волны Hα, однако на нее, вообще говоря, может влиять лучевая скорость самой сверхновой звезды и ее галактики в целом. Отсюда мы получаем лучевую скорость самых быстрых атомов:

$$v = c\frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0} = 12000 \text{ км/с}.$$

Примерно то же значение можно получить из анализа линии Hβ, однако там сложнее зафиксировать левый край линии поглощения. Полученная скорость очень велика, несопоставимо выше второй космической для окрестностей звезды, но все же заметно меньше скорости света. Поэтому для определения углового диаметра туманности при наблюдении в 2018 году достаточно определить ее линейный диаметр через время T (5.5 лет) после взрыва и поделить на расстояние:

$$\delta = \frac{2vT}{L} = \frac{28000 \text{ а.е.}}{25 \text{ Мпк}} \approx 0.001''.$$

Система оценивания (от одного члена жюри). (11 класс). Первым и самым простым этапом решения является определение расстояния до галактики, что оценивается в 3 балла. В случае неверного применения закона Хаббла либо использования каких-либо других методов поиска расстояния, неприменимых в этой задаче, данные 3 балла не выставляются, а оставшиеся части решения оцениваются в зависимости от полученного значения расстояния и его реалистичности.

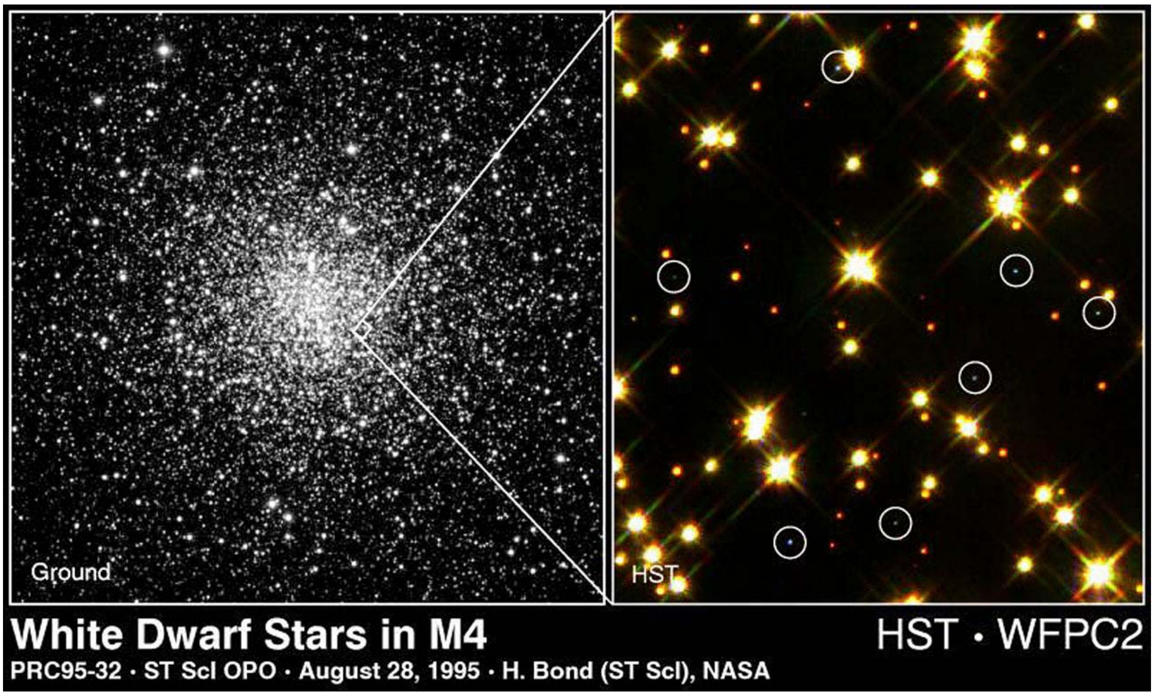
(**10-11 класс**). Вторая часть решения связана с вычислением скорости расширения туманности. Она оценивается только в том случае, если используется анализ линий поглощения слева от линий излучения водорода в спектре сверхновой. При любом другом способе за второй этап выставляется 0 баллов. Если лучевая скорость правильно определяется на основе сравнения левого края линии поглощения с центром линии излучения (Hα, Hβ или обеих сразу), то весь этап оценивается в 6 баллов (10 класс – 8 баллов). Если участник анализирует центр линии поглощения, что приводит к ответу, меньшему в 1.5-2 раза, весь этап оценивается в 4 балла (10 класс – 6 баллов), но дальнейшее решение оценивается в полной мере. Если в качестве длины волны λ_0 берется лабораторная величина для линии Hα или Hβ, оценка уменьшается на 1 балл (максимум за этап – 5 баллов в 11 классе и 7 баллов в 10 классе).

Наконец, вычисление видимого размера туманности оценивается в 3 балла (10 класс – 4 балла). Учет визуального ускорения расширения туманности в данном случае слаб, его учет не влияет на оценку при условии правильного выполнения. Если в качестве момента вспышки сверхновой берется 2009 год, что в полтора раза увеличивает время T – оценка за этап уменьшается на 1 балл.

XI.9 КАРЛИКИ В СКОПЛЕНИИ

О.С. Угольников

Условие. Перед Вами фото шарового звездного скопления M4 и его фрагмента, на котором Космическому телескопу им. Хаббла удалось запечатлеть белые карлики, обведенные на снимке кружками. Считая температуру поверхности белых карликов равной 12000 K, а размеры – аналогичными Земле, оцените начальную функцию масс скопления (распределение звезд по массам при их образовании). Найдите ее в виде $n(M) \sim M^{-N}$, где $n(M)$ – число звезд с массой больше M. Возраст скопления – 13 млрд лет.



Решение. Обозначив радиус белого карлика как R, а его температуру как T, найдем его светимость в единицах светимости Солнца:

$$\frac{L_W}{L_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^4 \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 = 1.3 \cdot 10^{-3}.$$

На правом снимке семь белых карликов видны на пределе чувствительности. Эти белые карлики – звезды, которые уже завершили свой эволюционный путь, пройдя стадии главной последовательности и красных гигантов. Возраст скопления (13 млрд лет) чуть больше времени жизни Солнца до стадии белого карлика τ_0 (12 млрд лет). Время жизни звезд с массой, близкой к солнечной, до превращения в белый карлик, равно

$$\tau = \tau_0 \left(\frac{M_0}{M}\right)^3.$$

Здесь M_0 – масса Солнца. Приравняв время τ и возраст скопления, получаем минимальную массу звезды, успевшей превратиться в белый карлик:

$$\frac{M_W}{M_0} = \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{1/3} \approx 1.$$

Получается, что в виде белых карликов мы наблюдаем практически все звезды с массой, большей массы Солнца, когда-то появившиеся в этом скоплении (разумеется, там были еще и более массивные звезды, закончившие свой жизненный путь в виде нейтронных звезд или черных дыр, но таких звезд было сравнительно мало).

Оценим теперь количество обычных звезд на этом же снимке, их около 100. Они удалены от нас на такое же расстояние, как белые карлики, и имеют светимость не меньше L. Это либо звезды главной последовательности с небольшой массой, либо красные гиганты, имеющие чуть большую массу и поэтому быстрее проходящие свой эволюционный путь. Самые слабые звезды, видимые на снимке, кроме белых карликов – это красные карлики, звезды главной последовательности с массой, меньшей, чем у Солнца. Для их светимости L_R и массы M_R справедливо соотношение $(L_R/L_0) \sim (M_R/M_0)^4$. Определим массу, при которой светимость L_R совпадет со светимостью белого карлика L_W:

$$\frac{M_R}{M_0} = \left(\frac{L_W}{L_0}\right)^{1/4} = \frac{T}{T_0}\sqrt{\frac{R}{R_0}} \approx 0.2.$$

Очевидно, что красные гиганты, попавшие в поле зрения, имеют большую массу, так как менее массивные звезды еще не могут сойти с главной последовательности. Итак, мы видим на снимке n_R=100 звезд с начальной массой от M_R до M_W и n_W=7 звезд, которые имели начальную массу больше M_W. Записав начальную функцию масс скопления в виде, данном в условии, имеем:

$$\frac{M_W^{-N}}{M_R^{-N} - M_W^{-N}} = \frac{n_W}{n_R} = 0.07.$$

В результате решения уравнения мы имеем:

$$N = -\frac{\ln(n_W / (n_R + n_W))}{\ln(M_W / M_R)} = 1.7.$$

Полученный показатель близок к показателю классической функции масс Салпитера (1.35). Разница обусловлена, прежде всего, тем, что в реальности белые карлики имеют разные температуры, некоторые, самые холодные, могли оказаться слабее порога чувствительности камеры.

Система оценивания (от одного члена жюри). При проверке решения необходимо уделять первостепенное внимание не на численные ответы, которые могут несколько отличаться вследствие оценочного характера решения, а на методологию его построения. Решение состоит из нескольких этапов, порядок которых может меняться. Первый этап состоит в вычислении светимости белого карлика, которое должно быть выполнено математически точно и оценивается в 1 балл. Второй этап заключается в подсчете соотношения количества белых карликов и других звезд в поле зрения, он также оценивается в 1 балл. Третий этап состоит в нахождении минимальной массы звезды главной последовательности, при которой она будет заметна на снимке. Этот этап оценивается в 4 балла. Если участник при этом выбирает другое соотношение «масса-светимость» для звезд главной последовательности (с показателем степени не менее 3), то оценка уменьшается на 1 балл, дальнейшее решение оценивается в полной мере. Определение минимальной начальной массы звезды, которая будет наблюдаться как белый карлик, также оценивается в 4 балла. При этом допускаются незначительные отклонения значения времени жизни Солнца до превращения в белый карлик (±1 млрд лет – без изменения оценки, (±2 млрд лет – уменьшение на 1 балл). Наконец, определение показателя степени N оценивается в 2 балла.

Если в качестве числа N участники приводят известную величину из функции Салпитера, не приводя при этом правильного решения, максимальная оценка за все решение не превышает 2 баллов.