

# XXVI Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

Самара, 2019 г.

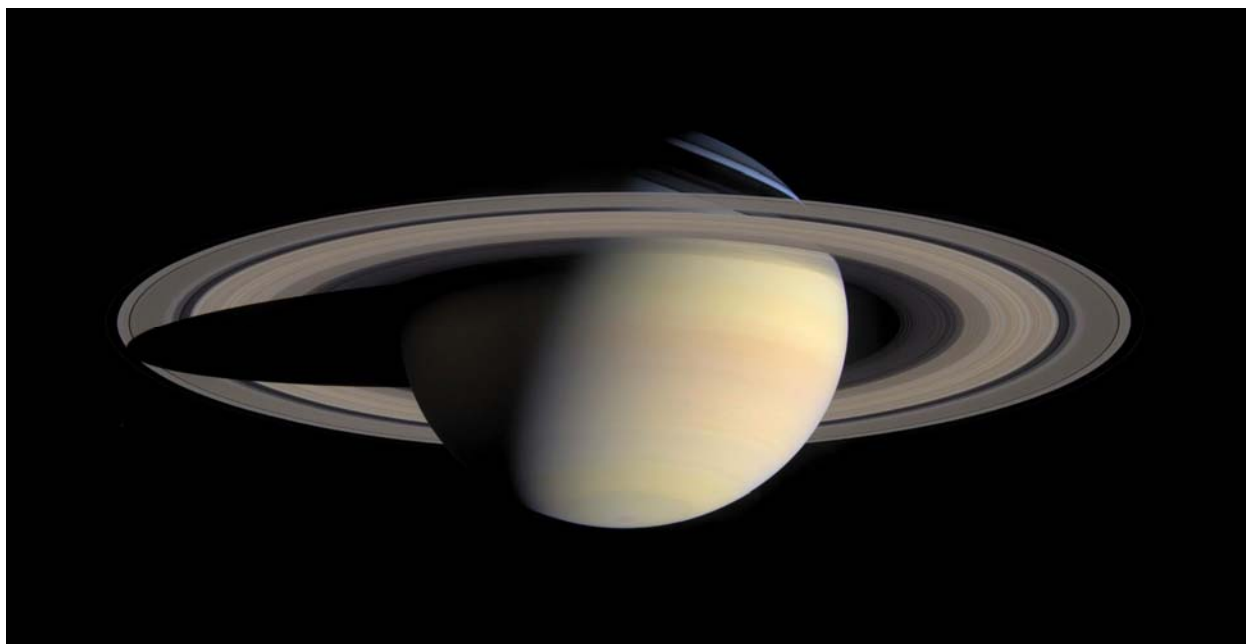
## Практический тур

### IX.7 КАБЫ НЕ БЫЛО ЗИМЫ

И.А. Утешев



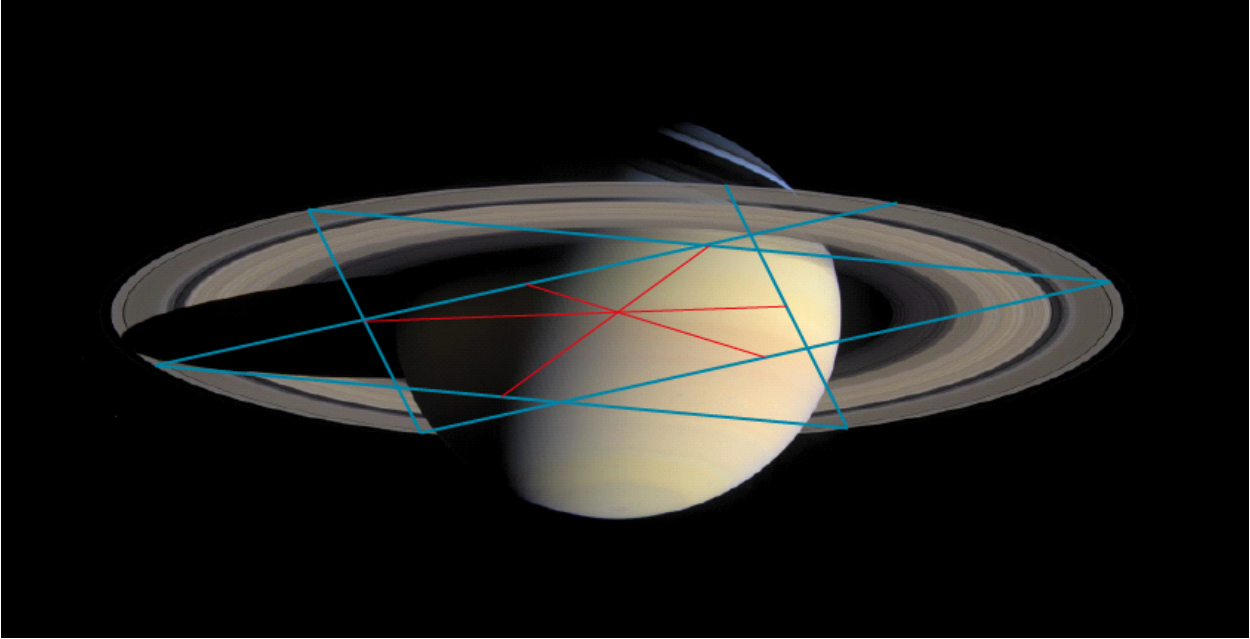
**7. Условие.** Перед Вами фотография Сатурна, сделанная межпланетной станцией «Кассини». В момент съемки в северном полушарии Сатурна уже наступила зима. Определите, через какое время после запечатленного момента там начнется астрономическое лето. Оцените погрешность полученного результата.



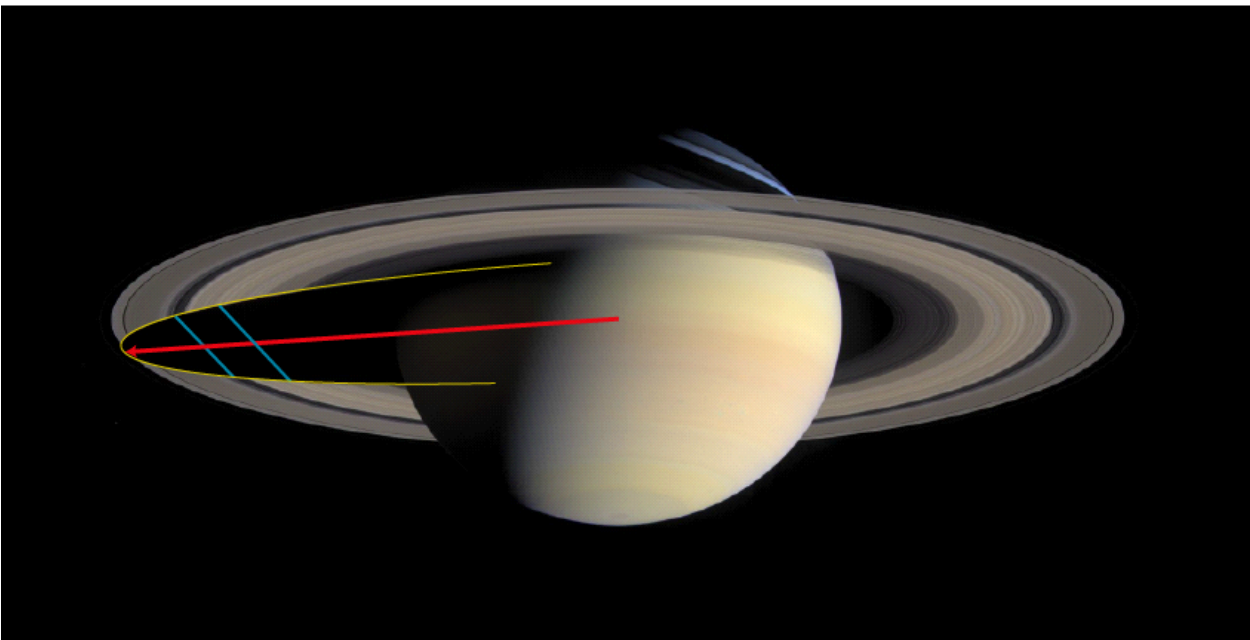
**7. Решение.** Как известно, кольца Сатурна расположены в его экваториальной плоскости. Для решения задачи нам нужно определить склонение Солнца в момент съемки. Это можно сделать посредством анализа тени от планеты, падающей на кольца. Для нее справедливо равенство:

$$\sin \delta = -\frac{R}{L},$$

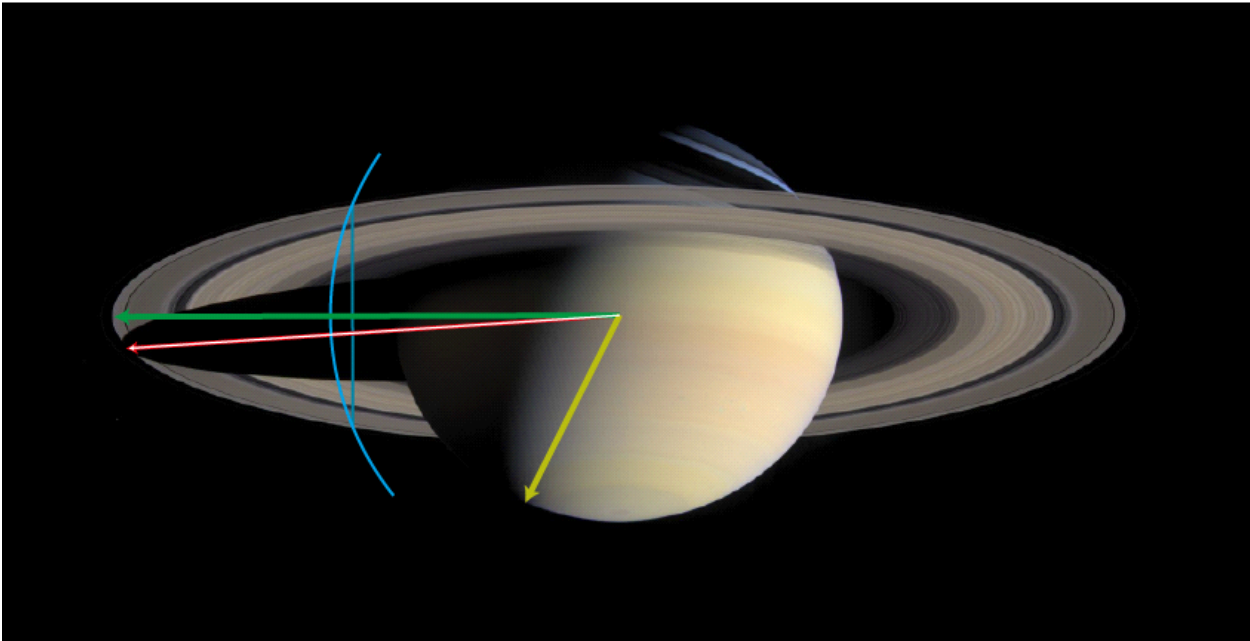
где  $R$  – радиус Сатурна,  $L$  – длина тени (от центра Сатурна до наиболее удаленного края тени) в плоскости колец. Однако сжатие Сатурна равно примерно 0.1, а диск освещен не полностью. Это несколько затрудняет поиск точки центра диска. Наиболее точный способ заключается в следующем. Будем пользоваться внешней границей видимых колец – эллипсом, центром которого является центр Сатурна, и вспомним, что линии, проведенные через середины параллельных хорд эллипса, пересекаются в его центре:



Схожим образом находится направление на наиболее удаленную точку тени, падающей на кольца (красная стрелка):



Чтобы найти оси эллипса, проведем окружность с центром в центре эллипса. Отрезок, соединяющий точки пересечения этой окружности и эллипса, параллелен оси эллипса. Зеленая стрелка – внешний радиус колец в картинной плоскости, белая стрелка, совпадающая по направлению с красной – внешний радиус колец в направлении к наиболее удаленной точке тени:



Длины стрелок: зеленой  $C=120.5$  мм; красной  $L'=118$  мм, белой  $C'=117$  мм, желтой  $R=49.5$  мм (*масштаб выданных фотографий может отличаться*). В последнем случае приблизили образующий радиус тени (по южной границе полярного дня) радиусом на краю диска (желтая стрелка) – в пределах приборной погрешности линейки это разумно. Тень в экваториальной плоскости немного выходит за пределы кольца (красная стрелка чуть длиннее белой), и для нахождения ее пространственной длины составляем пропорцию:

$$L = C \cdot \frac{L'}{C'} = 121.5 \text{ мм};$$

$$\delta = -\arcsin \frac{R}{L} = -24.0^\circ.$$

Для упрощения расчетов можно пренебречь отличием длин белой и красной стрелок, утверждая, что длина тени равна внешнему радиусу колец:

$$\delta \approx -\arcsin \frac{R}{C} = -24.3^\circ.$$

В действительности, фотография сделана 6 октября 2004 года, Наклон экватора Сатурна к плоскости его орбиты составляет  $\varepsilon=26.73^\circ$ . Аппроксимируем зависимость склонения Солнца от времени в следующем виде:

$$\delta = \varepsilon \cos \frac{2\pi t}{T},$$

где  $T$  – период орбитального движения, а  $t$  – время до ближайшего летнего солнцестояния. Теперь мы можем найти искомое время до начала астрономического лета в северном полушарии Сатурна:

$$t = \frac{T}{2\pi} \arccos \frac{\delta}{\varepsilon} = 12.5 \text{ лет.}$$

В реальности, точка летнего солнцестояния была пройдена Солнцем на Сатурне 25 мая 2017 года, через 12.6 лет после запечатленного на снимке момента.

Оценим погрешность результата. Для склонения мы имеем

$$\Delta\delta = |\delta| \sqrt{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2} \approx 0.5^\circ,$$

где погрешность вычисления арксинуса оценена как погрешность его аргумента, а затем раскрыта как погрешность частных физических величин. Погрешность измерения длин принимаем равной 1 мм. Непосредственные вычисления погрешности искомого времени по схеме Корнфельда (половина разности максимальной и минимальной величины) дают погрешность около 0.3 лет.

## 7. Система оценивания.

### Этап 1 - 2 балла. Поиск видимого центра Сатурна.

Этот этап оценивается в 2 балла при условии точного выполнения. Если центр находится более грубым способом, оценка за этап снижается в зависимости от степени приближения. Так, этап не засчитывается полностью (0 баллов), если точка центра выбрана без обоснований, и засчитывается 1 баллом при использовании примерных процедур поиска (описыванием прямоугольника около диска или кольца, соединением двух точек пересечения лимба и терминатора Сатурна, что неточно вследствие явления сумерек).

### Этап 2 - 3 балла. Вычисление склонения Солнца на Сатурне.

Этап оценивается в 3 балла при итоговом отличии склонения от правильного не более, чем на  $1.5^\circ$ , в 2 балла при погрешности до  $2.0^\circ$  и в 1 балл при погрешности до  $2.5^\circ$ . Если модуль склонения получается больше  $\varepsilon$  и при этом не делается вывод о противоречии и ошибочности решения, *полная оценка за решение задания* обнуляется.

Жюри необходимо принять во внимание, что склонение Солнца может определяться участниками и по-другому, в частности, как угол между большой осью тени планеты и линией тени от колец, видимой в верхней части фото. Этот способ не является точным, в этом случае первые два этапа вместе оцениваются в 2 балла вместо 5, дальнейшее решение оценивается полностью, исходя из его точности.

### Этап 3 - 5 баллов. Определение времени до ближайшего летнего солнцестояния.

На этом этапе 2 балла выставляется за разумную приближенную формулу, выражающую изменение склонения Солнца со временем и 3 балла за само вычисление. Необходимо учитывать, что вследствие близости модуля склонения к максимальному и возможных погрешностей при измерениях результат может отличаться от указанного выше. Если полученный ответ заведомо абсурден (время до солнцестояния меньше 0.25 или больше 0.75 от орбитального периода Сатурна), *полная оценка за решение задания* обнуляется.

### Этап 4 - 2 балла. Оценка точности полученных результатов.

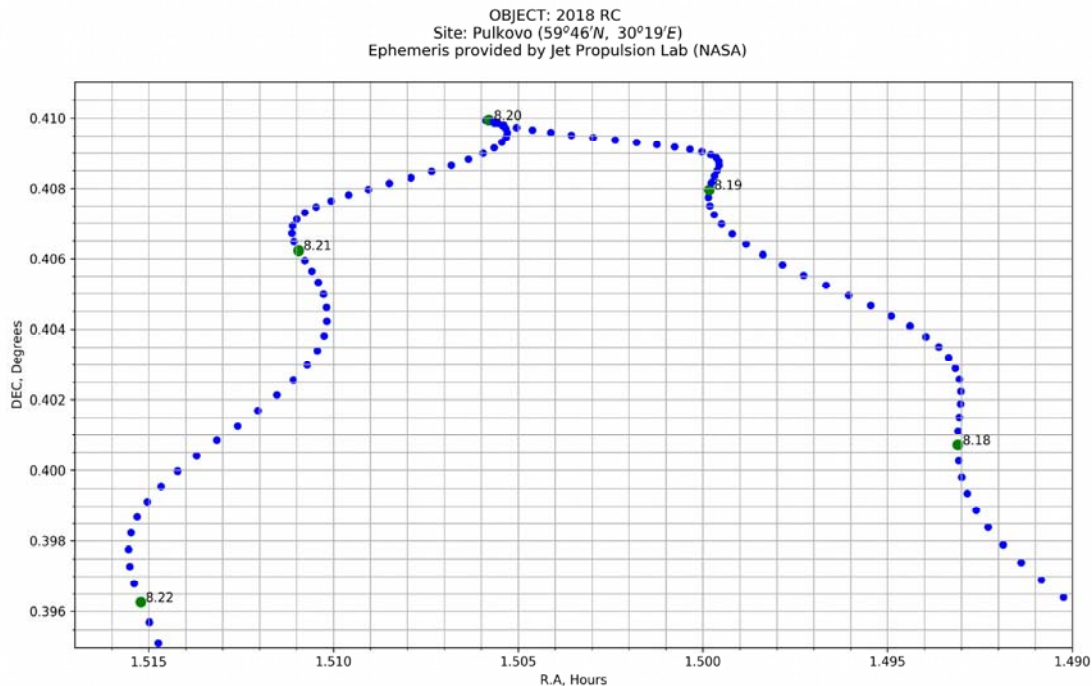
Участники не обязаны проводить ее точно так, как описано выше (в частности, считать, что вклад разных факторов складывается аналогично теореме Пифагора). Этап оценивается в 2 балла, из которых один выставляется за разумную методику оценивания погрешности и один балл – за корректную величину итоговой погрешности.

# IX/X.8 ПОПУТЧИК ЗЕМЛИ

К.И. Васильев



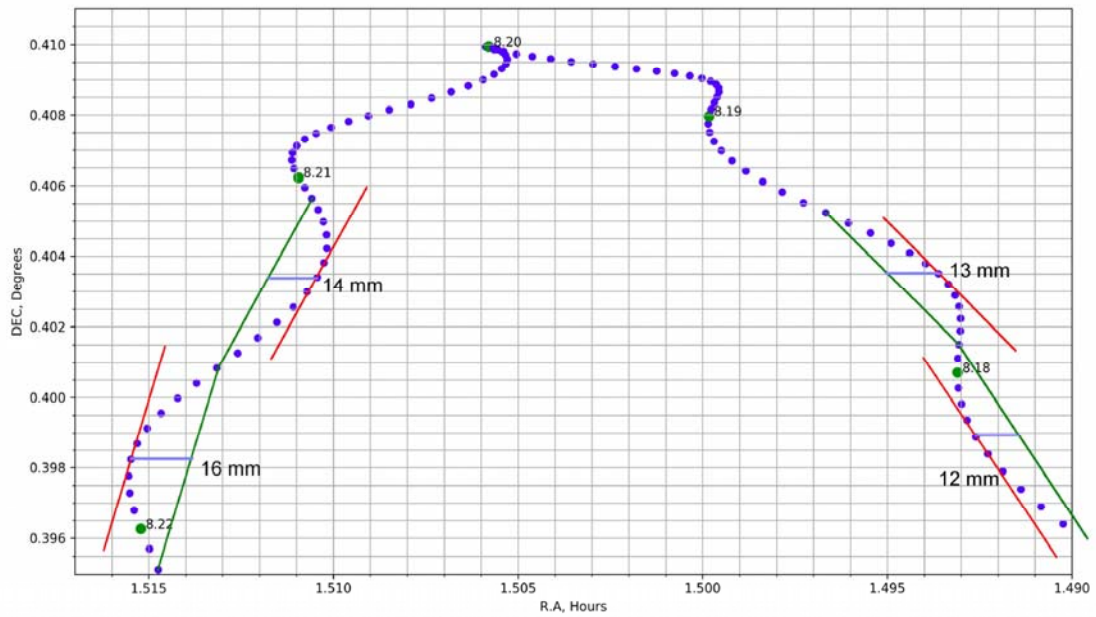
**8. Условие.** Перед Вами карта в экваториальных координатах, на которой указаны положения астероида 2018 RC. Масштаб карты по прямому восхождению и склонению неодинаков. Известно, что 9 сентября 2018 года этот астероид сблизился с Землей на минимальное расстояние в 220 тыс. км. Положения астероида на небе рассчитаны для Пулковской обсерватории и нанесены с шагом в 1 час; подписи соответствуют началу суток по Всемирному времени. Даты указаны в формате "месяц.день" (8.20 означает 20 августа). Определите, на каком расстоянии от Земли объект находился в полночь по Всемирному времени 20 августа.



**8. Решение.** По рисунку мы видим, что 20 августа астероид совершил поворот в своем пути по небу в геоцентрической системе координат. Но представленный путь – не геоцентрический, а рассчитанный для конкретного пункта наблюдения, траектория астероида искажена суточным параллаксом: на криволинейное движение наложены периодические колебания. Так как астероид располагается вблизи небесного экватора (это мы видим по величинам склонения), параллактическое смещение происходит по прямому восхождению, вдоль небесной параллели.

Измеряя суточный параллакс, можно определить расстояние до объекта. Для этого мысленно проведем неискаженную параллаксом траекторию и выберем наименее искривленные ее участки: вблизи 18 и 22 августа. Затем выберем на этих участках по пять точек, разделенных шестичасовыми интервалами, следующим образом: две точки, отстоящие друг от друга на 12 часов, должны соответствовать двум максимальным отклонениям от воображаемой средней кривой, а три другие точки, также разделенные 12 часами – лежать как можно ближе к ней.

OBJECT: 2018 RC  
 Site: Pulkovo (59°46'N, 30°19'E)  
 Ephemeris provided by Jet Propulsion Lab (NASA)



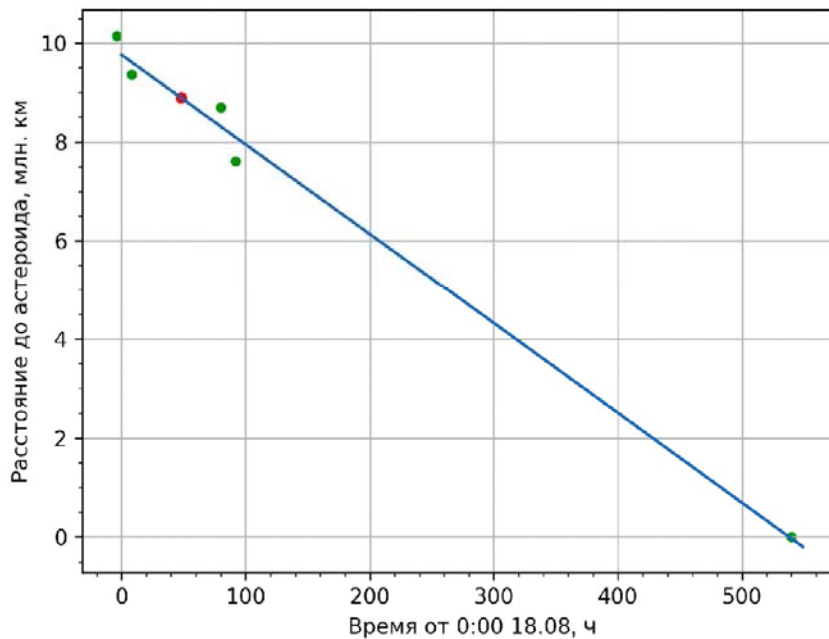
Далее для каждой даты проведем отрезки через средние точки (обозначены зеленым) и параллельные им отрезки через соответствующие крайние точки (обозначены красным). Затем измерим расстояния между отрезками (все измерения приведены для карты, напечатанной в формате A4) и, определив масштаб картинки по оси прямых восхождений ( $10^{-4}$  ч/мм или  $5.4''/\text{мм}$ ), переведем их в угловые величины, а затем и в расстояния до астероида.

Приведем пример расчетов: 17 августа параллактическое смещение составляет 12 мм на карте или  $64.8''$  на небе. В требуемый в условии задачи момент  $t_0$ , 20 августа, параллактическое смещение определить трудно, так как астероид разворачивался в своем пути среди звезд. Но мы можем заметить, что параллактическое смещение  $\pi$  составляло 13 мм в 8ч по Всемирному времени 18 августа и 14 мм в 8ч по Всемирному времени 21 августа ( $t_2$ ). Так как точность определения параллактического смещения не превосходит 1 мм, мы можем считать, что 20 августа в полночь оно составляло  $\pi_A = 13.5$  мм на карте и  $73''$  на небе.

Параллактическое смещение вызвано суточным движением Пулковской обсерватории, которое происходит по окружности радиусом  $R \cos \varphi = 3200$  км. Здесь  $R$  – радиус Земли, широта Пулковской обсерватории. Отсюда мы находим расстояние до астероида:

$$L = R \cos \varphi / \sin \pi_A = 9 \text{ млн км.}$$

Строго говоря, мы можем использовать все четыре значения параллакса, которые измеряются по карте, получить по ним величины расстояния, а также считать, что астероид приближается к Земле с постоянной скоростью в преддверии тесного сближения 9 сентября (расстояние при этом сближении можно считать нулевым). Хотя, сам факт неравномерного движения астероида по небу (без учета параллакса) уже указывает на неточность этой модели. Тогда мы можем построить график изменения расстояния до астероида со временем:



Этот график дает то же расстояние до астероида в искомый момент (строгий анализ по методу наименьших квадратов дает величину 8.9 млн км). Согласно эфемеридам, расстояние до астероида в требуемый момент (0ч UTC 20 августа) составляло 8.97 млн. км.

## 8. Система оценивания.

### Этап 1 - 6 баллов. Вычисление суточного параллакса.

Это должно быть сделано по крайней мере для двух моментов времени, до и после полуночи 20 августа. При этом точность измерений должна быть не хуже 1 мм (5" на небе). Если используется более двух отсчетов по времени с более сложной методикой интерполяции (например, по методу наименьших квадратов) - при правильном исполнении оценка не изменяется. Однако, в случае вычисления параллакса только для одного момента - оценка за этап понижается до 2 баллов, следующий оценивается в полной мере.

### Этап 2 - 6 баллов. Вычисление расстояния до астероида.

Оценка должна иметь погрешность не более 0.5 млн км. При ошибке от 0.5 до 1 млн км оценка уменьшается до 4 баллов. Если участник не учитывает эффект широты Пулковской обсерватории и в итоге завышает расстояние в два раза - за этап выставляется 2 балла.

### Вероятная ошибка при решении:

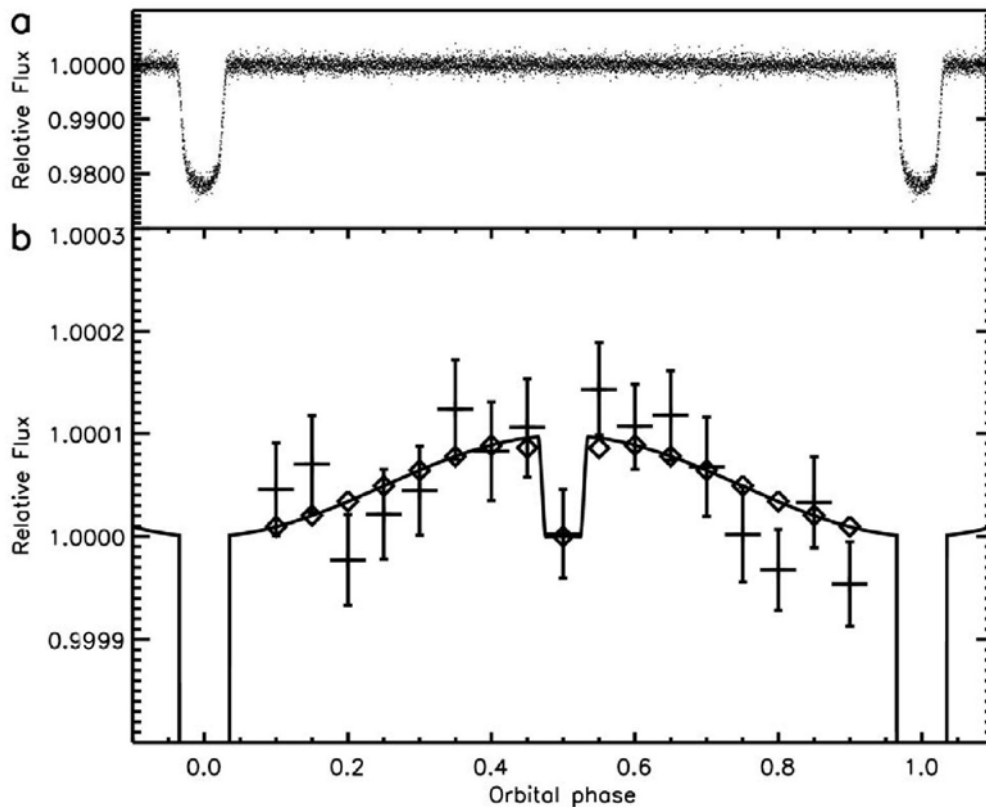
Петлеобразное движение астероида интерпретируется не как эффект суточного параллакса, а как-либо по-другому (например, притяжением невидимого спутника, атмосферной рефракцией). Общая оценка за все решение не может превышать 2 баллов.

# IX/X/XI.9 ЭКЗОАЛЬБЕДО

О.С. Угольников



**9. Условие.** На графике показано изменение видимой яркости затменной системы HD 189733 из звезды с планетой (статья Snellen I.A.G., de Mooij E.J.W., Albrecht S., Nature 459, 543, 2009) в двух масштабах. Виден как главный, так и вторичный минимум. Исходя из этого, оцените альbedo планеты и наклон ее орбиты к лучу зрения. Орбиту планеты считать круговой, потемнением звезды к краю пренебречь.



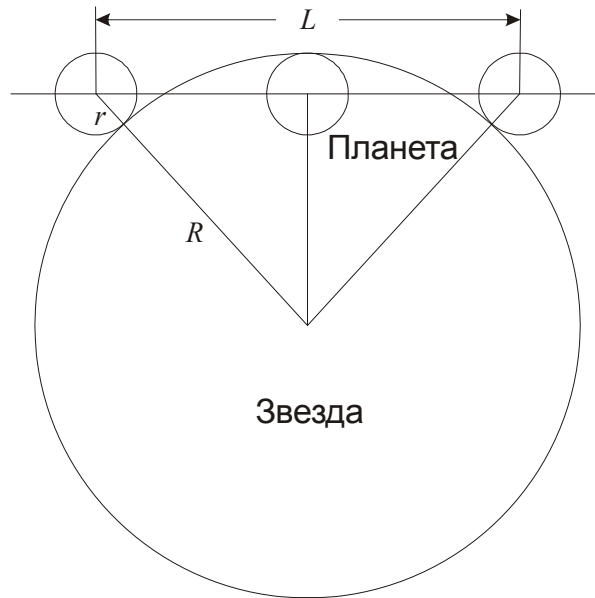
**9. Решение.** По нижнему графику мы видим, что в момент затмения звездой планеты (орбитальная фаза 0.5) общая звездная величина системы такая же, как перед началом или после окончания главного минимума, когда планета имеет малую фазу и не отражает свет звезды. Из этого мы можем сделать вывод, что затмения в системе полные или близки к полным. В то же время, основной минимум практически не имеет плато, характерное для полной фазы (особенно, центральной). Поэтому, учитывая оценочный характер задачи, мы можем считать, что затмения в системе полные и касательные, то есть диски планеты и звезды во время середины затмения касаются друг друга изнутри.

Обозначим радиусы звезды и планеты как  $R$  и  $r$ . По верхнему графику мы видим, что потемнение в главном минимуме  $\eta = \Delta J / J = 0.023$ . В пренебрежении потемнением диска звезды к краю имеем

$$\eta = \frac{r^2}{R^2}; \quad r = R\sqrt{\eta} = 0.15R.$$

Определим теперь, какой путь относительно звезды преодолевает планета во время основного затмения (с частными фазами). По рисунку мы видим, что этот путь составляет





$$L = 2\sqrt{(R+r)^2 - (R-r)^2} = 4\sqrt{Rr} = 4R\eta^{1/4} \approx 1.6R.$$

По графику мы видим, что затмение охватывает интервал орбитальных фаз  $\pm f$ , где  $f \approx 0.03$ . Отношение этого интервала к полному орбитальному циклу (единичный интервал фаз) есть отношение пути  $L$  к длине круговой орбиты планеты:

$$2f = \frac{L}{2\pi a}.$$

Здесь  $a$  – радиус орбиты планеты, который мы можем выразить следующим образом:

$$a = \frac{L}{4\pi f} = \frac{R\eta^{1/4}}{\pi f} \approx 4R.$$

Полученное соотношение позволяет ответить на вопросы условия задачи. Исходя из касательного затмения, получаем оценку угла наклона плоскости орбиты к лучу зрения:

$$i = \arcsin \frac{R-r}{a} = \arcsin \frac{(1-\sqrt{\eta})\pi f}{\eta^{1/4}} = 12^\circ.$$

Обозначив светимость звезды через  $B$ , а сферическое альbedo планеты через  $A$ , запишем выражение для светимости планеты:

$$b = \frac{B}{4\pi a^2} \cdot A \cdot \pi r^2.$$

Для наибольшего правдоподобия будем считать, что планета отражает свет неравномерно, и в направлении звезды отражается вдвое больше света, чем в среднем по небесной сфере. Тогда видимая яркость звезды и планеты на Земле (на расстоянии  $D$ ) будут равны

$$J = \frac{B}{4\pi D^2}; \quad j = \frac{b}{2\pi D^2} = B \frac{Ar^2}{2a^2}.$$

По графику мы видим, что отношение  $k=j/J$  составляет  $10^{-4}$ . Мы получаем оценку альбедо планеты:

$$A = \frac{2ka^2}{r^2} = \frac{2k}{\pi^2 f^2 \sqrt{\eta}} = 0.15.$$

Предположение равномерного отражения света планетой во все стороны приведет нас к вдвое большему значению альбедо - около 0.3.

Отметим, что реальное альбедо планеты, в соответствии с данными упомянутой в условии статьи, составляет 0.20 или менее. Также звезда характеризуется заметным потемнением диска к краю, которое замыкает эффект плато на кривой блеска, возникающее при полном вступлении планеты на диск звезды. В решении задачи мы это не учитывали, поэтому получили несколько больший угол наклона орбиты к лучу зрения ( $12^\circ$ ), чем на самом деле (около  $5^\circ$ ).

## 9. Система оценивания.

### Этап 1 - 4 балла: Обоснованный вывод о характере затмений.

Участники олимпиады должны установить, что затмения в системе полные и касательные (точнее говоря, близки к таковым с учетом точности предоставленных данных). Однако сам по себе такой вывод без обоснований оценивается только в 1 балл. Для получения полной оценки участники должны указать два экспериментальных факта - отсутствие "плато" у главного минимума и сходство блеска при вторичном затмении и вблизи первичного минимума. Если из этих двух фактов указан только один (любой), то оценка за первый этап составляет 2 балла.

В случае вывода о полном затмении (без указания на касание) первый этап не засчитывается (0 баллов). Если же делается вывод о том, что затмение близко к касательному, но может быть как полным, так и частным (вследствие низкой точности измерения вторичного минимума), то при наличии обоснований и двух экспериментальных фактов этап засчитывается полностью.

### Этап 2 - 1 балл. Определение соотношения радиусов планеты и звезды.

Этап засчитывается при значениях отношения радиусов от 0.14 до 0.16. Участник может считать, что затмение могло быть частным (с большой фазой), и тогда полученное значение есть оценка снизу. Это соответствует действительности, и в таком случае этап также засчитывается.

### Этап 3 - 2 балла. Определение соотношения размеров звезды (или планеты) и радиуса орбиты планеты.

Правильными могут считаться величины от  $a=3.5R$  до  $a=4.5R$ . Опять же, это может быть указано, как оценка снизу. Если при этом делается предположение, что затмения центральные, то участник получает  $L=2R$  и далее  $a \sim 5R$ . В этом случае этап также засчитывается.

### Этап 4 - 2 балла. Вычисление наклона орбиты.

Ответ ( $i=0$ ), соответствующий центральным затмениям, не оценивается. Также не оцениваются ответы с углами наклона орбиты к лучу зрения, больше  $20^\circ$ , так как в этом случае затмения бы не наблюдались. 2 балла выставляется при диапазоне углов от  $10^\circ$  до  $15^\circ$ , при условии правильного построения метода и учета касательного характера затмений. Жюри необходимо обратить внимание, что вместо угла наклона к лучу зрения участники могут определять угол наклона к картинной плоскости (дополнение до  $90^\circ$ ), что также оценивается.

### **Этап 5 - 3 балла. Вычисление альbedo планеты.**

При вычислении альbedo участник может предполагать как равномерное, так и неравномерное отражение света планетой во все стороны. Ошибка, связанная с неправильным учетом касательного характера затмения, на оценку за определение альbedo не влияет.

**Возможное неверное решение:** альbedo планеты находится как отношение ее видимой яркости (0.0001 от яркости звезды) и закрытого участка звезды во время прохождения планеты (0.023 от яркости звезды). В этом случае альbedo получается равным около 0.5%. Эта величина может быть еще умножена на  $2\pi$  или  $4\pi$ , что не меняет оценку. Оценка составляет 0 баллов за все решение, если нет корректного вычисления угла наклона орбиты. Если же он найден, то оценка определяется степенью выполнения первых четырех этапов решения.