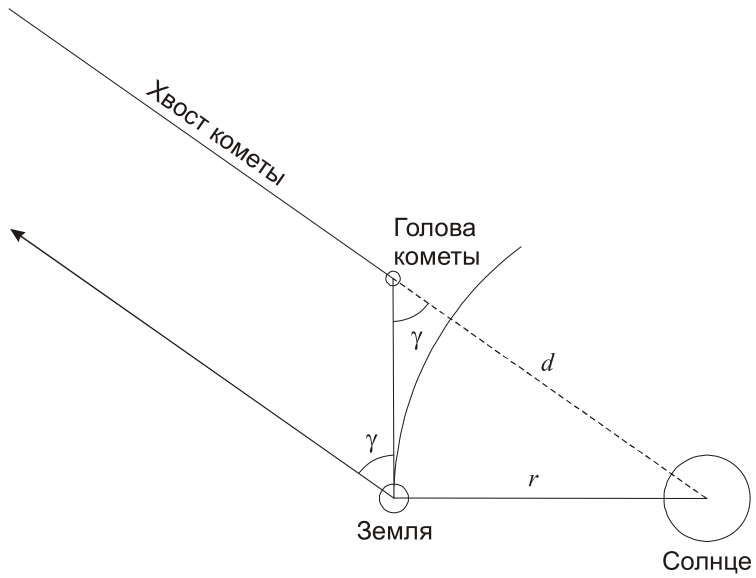
Всероссийская олимпиада школьников по астрономии
Заключительный этап – 2021 год
Первый (базовый) тур

БАЗОВЫЙ ТУР

9.1. НЕБЕСНАЯ ГОСТЬЯ

Условие. Яркая комета располагается в 1.20 а.е. от Солнца. У нее появился тонкий прямой газовый хвост, направленный в пространстве точно от Солнца. Найдите максимально возможную угловую длину хвоста этой кометы в небе Земли. Орбиту Земли считать круговой.

Решение. Изобразим на рисунке положение Солнца, Земли и ядра кометы в плоскости, проходящей через эти три объекта (она может не совпадать с плоскостями орбиты Земли или кометы).



Обозначим гелиоцентрические расстояния Земли и кометы как r и d, принимая во внимание, что $d>r$. Хвост кометы направлен в пространстве от Солнца, и в небе Земли он не может зайти дальше направления, показанного на рисунке стрелкой. Обозначим максимальную угловую длину хвоста кометы через γ. Из рисунка мы видим, что он будет равен элонгации Земли при наблюдении с кометы. Она достигает максимума, если угол «Солнце-Земля-ядро кометы» прямой, и направление от кометы к Земле касается окружности с радиусом r, содержащей Землю (еще раз подчеркнем, что это не обязательно орбита Земли, так как про плоскость орбиты кометы в условии ничего не сказано). В итоге, максимальная длина хвоста кометы в небе Земли составит

$$\gamma = \arcsin (r/d) = 56°.$$

Система оценивания, максимум – 10 баллов:

<u>1 этап – 6 баллов:</u> Графическое или текстовое указание, в каком случае будет достигаться максимальная угловая длина хвоста кометы в небе Земли – ее удаление на небе на 90° от Солнца (квадратура кометы). При иной формулировке условия она должна быть эквивалентна приведенной выше. Участник олимпиады может рассматривать картину только

в плоскости эклиптики, называя окружность, дуга которой приведена на рисунке, орбитой Земли. Это не сказывается на оценке при условии верного выполнения.

<u>2 этап – 4 балла:</u> определение численного значения угла γ. Требуемая точность – 2°. При правильной формуле и ошибке до 4° выставляется 3 балла, при ошибке до 6° – 2 балла. При неверной постановке условия на угол γ (неверно выполненном первом этапе) оценка за второй этап определяется точностью вычислений, исходя из формулы, полученной участником, но не превышает 2 баллов.

Вероятная ошибка участника – правильное представление положения кометы (первый этап), но вместо arcsin дается формула с arccos (ответ 34°), arctg (40°), arcctg (50°). В этом случае второй этап засчитывается не более, чем в 1 балл.

Возможная грубая ошибка участника – построение, при котором длина хвоста кометы, удаленной от Солнца более, чем на 1 а.е., может превысить 90°. Если подобный ответ получается как следствие неправильного построения – оценка за решение составляет 0 баллов.

9.2. РАЗЛИЧИТЬ НЕРАЗЛИЧИМОЕ

Условие. В Ваше распоряжение попал наземный телескоп со специальным прибором, позволяющим разрешать видимые диски далеких звезд, если их угловой диаметр не меньше 0.02″. Какими могут быть эффективные температуры звезд, диски которых Вы сможете различить? Атмосферные помехи и межзвездное поглощение не учитывать.

Решение. Пусть некоторая звезда имеет пространственный радиус R. Чтобы Вы смогли различить ее диск, она должна быть удалена от Земли на расстояние d, не превышающее $2R/\delta$. Здесь δ – предел разрешения прибора, выраженный в радианах (около 10^{-7}). Если эффективная температура звезды T, то ее светимость будет равна

$$B = B_0\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \cdot \left(\frac{T}{T_0}\right)^4. \tag{1}$$

Здесь R_0, T_0 и B_0 – радиус, эффективная температура и светимость Солнца. Соотношение плотностей потока энергии на Земле от этой звезды и от Солнца составит

$$\frac{J}{J_0} = \frac{B/4\pi d^2}{B_0/4\pi d_0^2} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \cdot \left(\frac{d_0}{d}\right)^2 \cdot \left(\frac{T}{T_0}\right)^4. \tag{2}$$

Здесь d_0 – расстояние от Земли до Солнца. Теперь обратим внимание, что за исключением двух звезд (Сириуса и Канопуса), которые будут рассмотрены отдельно, все далекие звезды на земном небе не превосходят в блеске 0^m. С учетом того, что Солнце в небе Земли имеет блеск -26.8^m, соотношение J/J_0 не выше $1/K$, где

$$K = 10^{0.4\cdot 26.8} = 5.2\cdot 10^{10}. \tag{3}$$

Из этого имеем:

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^4 \le \frac{1}{K}\cdot\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \cdot \left(\frac{d}{d_0}\right)^2 = \frac{\delta_0^2}{4K}\left(\frac{d}{R}\right)^2 \le \frac{\delta_0^2}{K\delta^2}. \tag{4}$$

Здесь δ_0 – угловой диаметр Солнца, равный $9.3\cdot 10^{-3}$ радиан. В итоге, отношение в правой части уравнения (4) оказывается равным 0.18. Температура звезд, у которых можно различить диски, не превысит $T_0\cdot 0.18^{1/4}$ = 3800 K. Список звезд с угловым диаметром более 0.02″ в небе Земли ограничивается лишь немногочисленными красными гигантами и сверхгигантами, самый известный из которых – Бетельгейзе – первая далекая звезда, для которой удалось построить изображение.

Возвращаясь к Сириусу и Канопусу, отметим, что обе эти звезды горячие, с температурой поверхности более 7500 K. Имей они угловой диаметр 0.02″, их видимая звездная величина была бы не слабее -3^m, что заведомо не соответствует действительности. Даже у звезд солнечного типа диск удалось бы различить при блеске ярче -1.8^m, таких звезд на ночном небе Земли нет.

Система оценивания, максимум – 10 баллов:

Выше приведен только один метод решения. Участники могут действовать по-другому, например, сразу использовать тот факт, что поверхностная яркость звезды определяется только ее температурой, будучи пропорциональной ее четвертой степени, это вполне допустимо. Далее они могут определять поверхностные яркости звезды 0^m с угловым диаметром $0.02''$ и сравнить ее с поверхностной яркостью Солнца. При использовании метода, описанного выше, решение разделяется на этапы:

<u>1 этап – 4 балла:</u> установление связи между видимой яркостью звезды, ее угловым диаметром и температурой (формула (2) в решении или эквивалентная запись). Из записи участника должна следовать пропорциональность квадрату углового радиуса (диаметра) и четвертой степени температуры. Запись может не делаться в явном виде, но быть фактически включенной в выкладки участника. Так же оценивается прямая связь поверхностной яркости и четвертой степени температуры. При качественно неверной зависимости (неправильные показатели степени) этап не засчитывается.

Вероятная ошибка в решении участника: ошибочные численные коэффициенты 2 или 4, вызванные путаницей между угловым или видимым радиусом и диаметром. Оценка за этап уменьшается на 2 балла, остальные оцениваются в полной мере.

<u>2 этап – 3 балла:</u> привлечение дополнительной информации о максимальной яркости звезд ночного неба. Оценивается полностью, если принимаются значения от -0.7^m (блеск Канопуса) до 0.5^m (максимальный блеск Бетельгейзе – известной участникам звезды с большим угловым диаметром). При дальнейших правильных вычислениях это даст граничные итоговые температуры 4400 и 3300 K соответственно. Таким образом, включение в список звезд – кандидатов на разрешение диска Канопуса не приводит к уменьшению оценки. Если в этом качестве берется блеск Сириуса (около -1.5^m, итоговая температура 5300 K), оценка снижается на 1 балл, так как участникам должно быть известно, что Сириус по крайней мере горячее Солнца, а холодных звезд с большими угловыми диаметрами и такой большой видимой яркостью на ночном небе нет. Если данная звездная величина берется в интервале от 0.5^m до 1.0^m – оценка также снижается на 1 балл, при больших отклонениях – этап не засчитывается, но дальнейшие этапы в этом случае оцениваются в полной мере, исходя из правильности их выполнения.

<u>3 этап – 3 балла:</u> вычисление максимальной эффективной температуры. Точность (без учета ошибок на предыдущих этапах) составляет 500K, при ошибках до 1000K оценка снижается на 1 балл, при ошибках до 1500K – на 2 балла.

9.3. МИГАЮЩИЙ ГЛАЗ МЕДУЗЫ

Условие. В местную полночь на 16 сентября на экваторе Земли астроном отметил, что затменная переменная звезда Алголь достигла своего главного минимума. Сколько еще главных минимумов Алголя сможет наблюдать этот астроном невооруженным глазом в этом пункте в последующие три недели? В какие дни (по местному времени) они произойдут? Координаты Алголя равны α = 3ч08м, δ = +41.0°, период – 2.867 суток. Считать, что Луна не мешает наблюдениям, а погода всегда безоблачная. Считать минимум звезды мгновенным событием.

Решение. Для начала выясним, сколько еще минимумов Алголя произойдет за оставшиеся три недели. Для этого 21 день разделим на период Алголя и отбросим остаток. Мы получаем число 7. Даты и время последующих минимумов занесем в таблицу (см. ниже, *t* – время от момента первого наблюдения).

Препятствовать наблюдению может два фактора. Во-первых, днем наблюдения невооруженным глазом невозможны. Во-вторых, необходимо, чтобы Алголь находился над горизонтом. Поскольку наблюдения проводятся на экваторе, восход Солнца происходит примерно в 6 часов, а заход – в 18 часов по местному времени. Надо также учесть, что как минимум в светлые гражданские сумерки наблюдения также провести не удастся. Примем, что для начала наблюдений Солнце должно опуститься под горизонт на 6°, уравнением времени пренебрежем. В дальнейшем мы сможем понять, насколько эти наши предположения влияют на результат.

Наблюдения проходят вблизи дня равноденствия, следовательно, Солнце находится около небесного экватора. Для того, чтобы опуститься на 6° под горизонт, Солнцу требуется 24 минуты. Тогда наблюдения возможны с 18ч24м до 05ч36м по местному времени. Таким образом, можем сделать вывод, что минимумы со второго по пятый произойдут днем. Картина не меняется, если в качестве интервала наблюдений мы выберем навигационные сумерки (погружение Солнца под горизонт на 12°).

№	t, сут	Дата	Время, час:мин	Положение Солнца	Положение Алголя
1	2.867	18.09	20:49	Под горизонтом (-43°)	Под горизонтом
2	5.734	21.09	17:37	Над горизонтом	Под горизонтом
3	8.601	24.09	14:25	Над горизонтом	Под горизонтом
4	11.468	27.09	11:14	Над горизонтом	Под горизонтом
5	14.335	30.09	08:02	Над горизонтом	Над горизонтом
6	17.202	3.10	04:51	Под горизонтом (-15°)	Над горизонтом
7	20.069	6.10	01:39	Под горизонтом (-61°)	Над горизонтом

Определим положение Алголя относительно горизонта в первый, шестой и седьмой минимумы. Поскольку нам нужно определить это положение довольно приблизительно, то разумно предположить, что все наблюдения происходят в день осеннего равноденствия. Если мы получим положение Алголя близким к горизонту, то результат можно будет уточнить.

В день осеннего равноденствия звездное время равно солнечному. Известно, что звездное время равно прямому восхождению звезд, находящихся в верхней кульминации. Первый минимум произойдет в 20:49, а значит, над горизонтом окажутся звезды с прямым восхождением от 14ч49м до 2ч49м. Последняя величина близка к прямому восхождению Алголя, поэтому требуется уточнение.

Событие происходит вечером 18 сентября, т. е. примерно за 4 дня до равноденствия. В этот день прямое восхождение Солнца примерно на 4м×4 = 16 минут меньше, а значит в указанное время кульминируют звезды с прямым восхождением на 16 минут меньше. Таким образом, в 20:49 будет происходить верхняя кульминация звезд с прямым восхождением 20ч33м. Часовой угол Алголя составит −6ч35м, т. е. Алголь заведомо оказывается под горизонтом. Ни уравнение времени, не превосходящее по модулю 16 минут, ни атмосферная рефракция у горизонта, равная во временной мере 2 минутам, этот вывод не изменят.

Во время шестого и седьмого минимума Алголь будет располагаться высоко над горизонтом, так как звездное время будет отличаться от его прямого восхождения менее, чем на 2 часа, отличие даты от момента осеннего равноденствия здесь не играет роли. Итак, наблюдатель имеет возможность наблюдать только два главных минимума за оставшиеся 3 недели, они произойдут утром 3 и 6 октября.

Следует отметить, что во время пятого минимума Алголь также будет находиться над горизонтом. Но вместе с ним над горизонтом будет находиться Солнце. Ни один из описанных минимумов не приходится на сумерки, поэтому ответ в задании не зависит от точного выбора момента окончания светлых сумерек. Погружение Солнца под горизонт на 15° во время шестого минимума соответствует астрономическим сумеркам, когда на большой высоте над горизонтом видны даже слабые звезды.

Система оценивания, максимум – 10 баллов:

1 этап – 2 балла: определение моментов минимумов блеска Алголя. Для минимумов 2-5 требуется точность, достаточная для четкого дальнейшего указания, что эти минимумы попадут на дневное время. Для минимума 7 также достаточно точности около 1 часа для формулировки правильного вывода по этому минимуму. Для минимумов 1 и 6 нужна точность порядка 15 минут, так как при больших ошибках это может привести к неверному итоговому ответу. При больших ошибках оценка уменьшается на 1 балл за каждый из неверно определенных минимумов (однако, оценка за весь этап не может быть меньше 0 баллов). В случае, если количество последующих минимумов отличается от 7, этап не засчитывается полностью, но последующие оцениваются, исходя из точности их выполнения.

2 этап – 2 балла: анализ фактора дня и ночи для наблюдений Алголя. Для того, чтобы этап был засчитан, должно быть правильно сформулировано и использовано условие наступления дня. Учет фактора сумерек обязателен, при этом любое ограничение периода сумерек в интервале погружения Солнца от 6 до 12 градусов считается правильным. При этом фактор сумерек может оговариваться как на этом этапе, так и при анализе окончательных ответов, что тоже верно. При иных интервалах или игнорировании эффекта сумерек оценка снижается на 1 балл.

3 этап – 2 балла: анализ фактора нахождения Алголя над горизонтом. Аналогично предыдущему этапу, необходима формулировка условия (модуль часового угла или разницы звездного времени и прямого восхождения Алголя не менее 6 часов). Однако, если часовой угол получается близким по модулю к 6 часам (от 5ч30м до 6ч30м), необходим точный анализ с учетом даты минимума. При его отсутствии оценка снижается на 1 балл.

Учет факторов рефракции и уравнения времени не является обязательным. Его наличие не влияет на оценку, если он выполнен правильно.

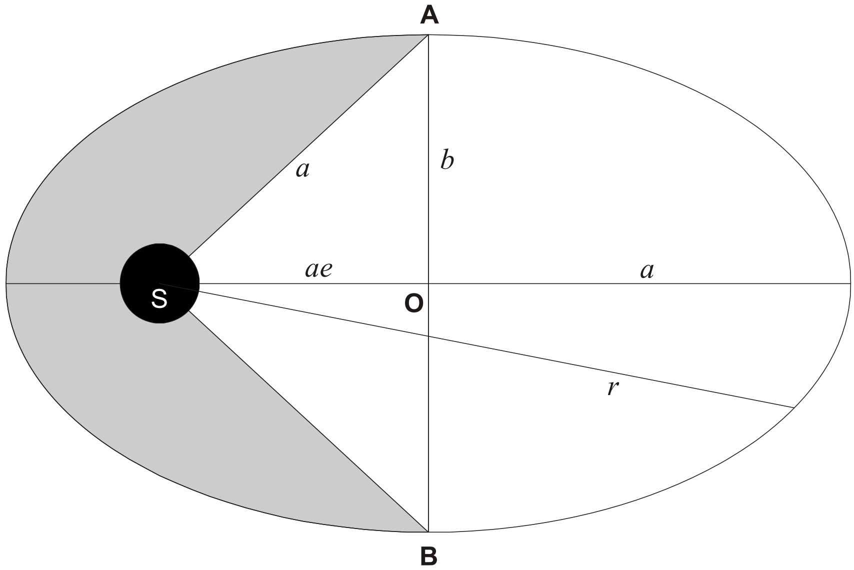
4 этап – 2 балла: указание количества минимумов, которые удастся зафиксировать. Засчитывается только при правильном ответе и правильно найденных наблюдаемых минимумах.

5 этап – 2 балла: указание дат минимумов (по одному баллу за каждый). Этап засчитывается, если указаны обе даты наблюдаемых минимумов, при этом оценка не снижается, если вместе с этими правильными датами указаны другие, не отфильтрованные на предыдущих этапах решения (в этом случае снижение оценки идет на предыдущих этапах).

9.4. ВЫЖИТЬ В КАТАСТРОФЕ

Условие. Звезда – красный гигант обладает системой из очень большого количества планет, движущихся по орбитам с одинаковыми эксцентриситетами. В один момент звезда быстро сбрасывает оболочку, уносящую ровно половину массы гиганта. Тем не менее, 70% планет в итоге остались в системе звезды. Определите эксцентриситет орбит планет до сброса оболочки. Считать, что оболочка рассеивается очень быстро, ее взаимодействие с планетами с момента сброса, а также взаимодействие планет между собой не учитывать. Все планеты несравнимо меньше звезды по массе.

Решение. Рассмотрим планету на орбите с эксцентриситетом e вокруг красного гиганта:



Как известно, скорость планеты на некотором расстоянии r от звезды равна

$$v = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}, \qquad (1)$$

где M – масса звезды, a – большая полуось орбиты. После быстрого сброса половины массы звезды планета останется на орбите около звезды, если ее скорость будет меньшей, чем вторая космическая скорость относительно тела с массой (M/2) на расстоянии r:

$$v = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)} < \sqrt{\frac{2G(M/2)}{r}}. \qquad (2)$$

Из этого мы получаем условие сохранения планеты в системе звезды: $r>a$, то есть планета в момент сброса должна находиться от звезды на большем расстоянии, чем большая полуось своей орбиты.

Проведем на эллипсе его большую и малую оси. Малая ось пересекает эллипс в точках **A** и **B**. Как следует из свойств эллипса, именно в этих точках расстояние от центра звезды (фокуса эллипса, точки **S**) равно a. Иными словами, если в момент сброса оболочки планета окажется в левой половине своей орбиты – она покинет систему, если в правой – останется в ней. Времена нахождения планеты в этих половинах отличается, в соответствии с II законом Кеплера, они относятся так же, как площади серой и белой частей эллипса на рисунке.

Длина малой полуоси эллипса есть

$$b = a\sqrt{1-e^2}. \tag{3}$$

Площадь всего эллипса S_0 есть πab, площадь треугольника **SOA** на рисунке, S_T, равна $abe/2$. Определим, какая часть площади эллипса приходится на его белую область на рисунке. Эта область состоит из правой половины эллипса и двух треугольников с площадью S_T каждый:

$$P = \frac{(S_0/2) + 2S_T}{S_0} = \frac{ab \cdot ((\pi/2) + e)}{\pi ab} = \frac{1}{2} + \frac{e}{\pi}. \tag{4}$$

Полученная величина есть вероятность планеты в момент сброса оболочки остаться на эллиптической орбите около звездного остатка. Она нам задана в условии и равна 0.7. Отсюда мы получаем эксцентриситет планетных орбит в системе до сброса оболочки:

$$e = \pi\,(P - 1/2) = 0.63. \tag{5}$$

Система оценивания, максимум – 10 баллов (очередность этапов в решении участника может отличаться):

<u>1 этап – 3 балла:</u> указание, из какой части орбиты планета может улететь из системы звезды при потере 50% ее массы, а в каком случае она останется в системе. Вывод может быть указан как известный без математических выкладок. Этап оценивается только в случае вывода о равных частях эллипса, иначе за этап выставляется 0 баллов.

<u>2 этап – 5 баллов:</u> связь вероятности сохранения планеты в системе и изначального эксцентриситета орбиты.

При неточной связи члену жюри нужно проверить связь участника на осмысленность. Если вероятность, в соответствии с решением участника, равна 0.5 при $e=0$, далее возрастает с эксцентриситетом, но не превышает единицу при $e<1$, то эта неточная связь оценивается до 2 баллов с сохранением оценки за последующий этап. Если при этом отличие вероятности от верной не превышает 0.1 на всем интервале эксцентриситетов от 0 до 1, оценка за этап увеличивается до 3 баллов. При нарушении одного из двух указанных критериев ($P(0)=0.5$ и $P<1$) максимальная оценка за этап составляет 1 балл, при нарушении обоих критериев этап не засчитывается.

Вероятная ошибка при решении: указание, что вероятность равна 50%, так как соответствующие дуги эллипса одинаковые. Вывод противоречит условию и лишает смысла второй и третий этапы решения. Засчитан может быть только первый этап решения.

<u>3 этап – 2 балла:</u> вычисление эксцентриситета орбит планет. Ошибки на втором этапе не влияют на оценку за 3 этап, если в итоге 2 этапа была получена неабсурдная связь $P(e)$. Требуемая точность – 0.05 (ответ 0.6 при правильных выкладках считается верным).

Вероятное неверное решение участника: связь сохранения большинства планет с возможными резонансами и одновременном нахождении планет вблизи апоцентров орбит в момент сброса оболочки. Такое решение несостоятельно ввиду очень большого числа планет, что указано в условии. Вне зависимости от решения оценка не может превышать 2 баллов.

9.5. ГАЛАКТИЧЕСКИЙ ТАРАН

Условие. Шаровое звездное скопление состоит из 500 тысяч одинаковых звезд со светимостью, втрое меньшей солнечной. В небе Земли оно имеет звездную величину 6.0^m и угловой диаметр 30′. Через некоторое время шаровое скопление пролетит сквозь диск нашей Галактики под углом 20° к его плоскости. Оцените, сколько звезд солнечного типа в результате на какое-то время окажутся внутри скопления, если сейчас они расположены в диске однородно, а блеск соседней такой звезды (α Центавра) в нашем небе равен 0^m. Толщина диска составляет 300 пк, движением звезд диска, их гравитационным взаимодействием со скоплением и межзвездным поглощением света пренебречь.

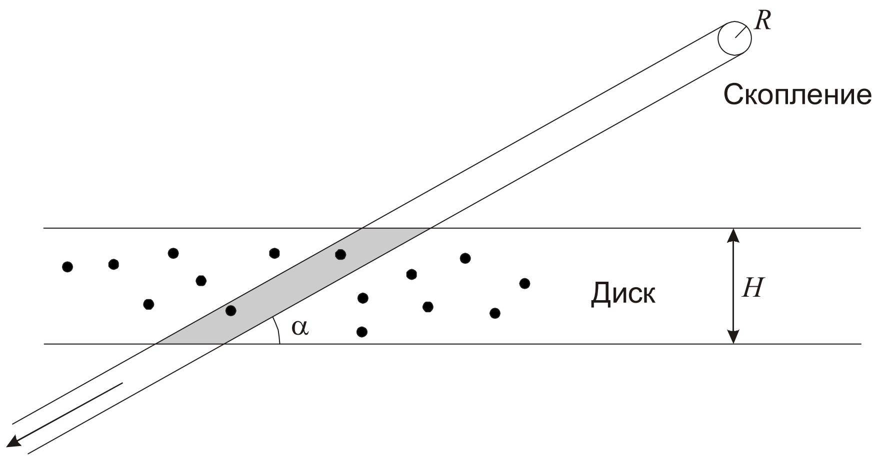
Решение. Шаровое скопление состоит из 500 000 звезд, каждая из которых светит втрое слабее Солнца. Отсюда мы можем определить абсолютную звездную величину скопления:

$$M_C = M_0 - 2.5\lg\frac{500000}{3} = -8.3. \qquad (1)$$

Здесь M_0 – абсолютная звездная величина Солнца. Нам известна видимая звездная величина скопления в небе m_C, при этом мы пренебрегаем межзвездным поглощением света. Тогда мы можем найти расстояние до скопления L:

$$\lg L = 1 + \frac{m_C - M_C}{5}; \quad L \approx 7000\,пк. \qquad (2)$$

Зная угловой диаметр скопления в небе δ и выражая его в радианах, мы определяем радиус скопления $R = L\delta/2 = 30$ пк. При пролете сквозь диск Галактики скопление вырежет в нем фигуру, по объему равную цилиндру с радиусом R и высотой $H/\sin\alpha \approx 900$ пк (см. рисунок):



Объем части диска, который попадет внутрь скопления за время его пролета, равен $V=\pi R^2 H/\sin\alpha = 2.5\cdot 10^6$ пк^3. Нам нужно определить, сколько звезд солнечного типа попадет в эту область. Для этого определим характерное расстояние между звездами в диске как расстояние между Солнцем и α Центавра:

$$\lg d = 1 + \frac{m_A - M_0}{5}; \quad d \approx 1.1\,пк. \qquad (3)$$

Мы получили несколько заниженную оценку расстояния до α Центавра, предположив, что ее абсолютная звездная величина совпадает с солнечной. Можно использовать и реальное расстояние до этой звезды (1.3 пк). Считая, что одна звезда содержится в диске в объеме d^3, оценим, сколько звезд попадет в скопление:

$$N \sim V/d^3 \sim (1\text{-}2)\cdot 10^6. \qquad (4)$$

Система оценивания, максимум – 10 баллов (очередность этапов в решении участника может отличаться):

<u>1 этап – 2 балла:</u> определение расстояния до скопления. Может выполняться через вычисление абсолютной звездной величины скопления, как сделано выше либо через вычисление видимой звездной величины одной звезды скопления в небе Земли. Этап предполагает применение формулы Погсона и связи расстояния, видимой и абсолютной звездной величины. Участник может пытаться учесть покраснение звезд скопления малой массы, что незначительно сказывается на их визуальной звездной величине. Требуемая точность – 1000 пк, при ошибке до 2000 пк оценка уменьшается на 1 балл. Если полученное расстояние не является абсурдным (попадает в интервал от 1000 до 30000 пк) – ошибка не влияет на оценивание последующих этапов, иначе они оцениваются только наполовину.

Вероятная ошибка: опускание фактора 1/3, связанного с низкой светимостью звезд скопления, с итоговой ошибкой порядка 1.7 раз. Оценка за этап не превышает 1 балл (0 баллов, если делаются иные ошибки).

<u>2 этап – 2 балла:</u> Определение радиуса (либо диаметра) скопления. Требуемая точность – 5 пк (для диаметра – 10 пк). Может выполняться численно либо в аналитическом виде для подстановки в формулы для последующих этапов.

<u>3 этап – 2 балла:</u> определение объема фигуры, которую вычертит скопление при пролете сквозь диск Галактики. Также может выполняться численно либо аналитически, при численном методе требуемая точность достаточна на уровне 30% ($\sim 10^6$ пк^3).

Вероятная ошибка: опускание эффекта $\sin\alpha$ – наклона пути скопления к галактическому диску, что приводит к трехкратному занижению объема. В этом случае весь третий этап не засчитывается, но последующие оцениваются в полной мере.

<u>4 этап – 2 балла:</u> определение расстояния до ближайшей звезды солнечного типа. Требуемая точность – 0.3 пк. Участники могут считать звезду α Центавра аналогом Солнца, могут использовать свои знания об ее характеристиках или даже использовать ее фактическое расстояние, что также считается правильным.

<u>5 этап – 2 балла:</u> оценка количества звезд, которые попадут внутрь скопления. Ввиду резкой зависимости от расстояния между звездами d, итог может быть определен с точностью до фактора 2.

Ошибки на каждом этапе не влияют на последующие этапы, если полученные значения не оказываются заведомо нехарактерными для шаровых скоплений или множества звезд в диске Галактики.

9/10.6. МАРАФОН МЕССЬЕ

Условие. «Марафоном Мессье» называется визуальное наблюдение в телескоп всех объектов каталога Мессье из одной точки Земли в течение одной ночи. Определите, на какой самой северной широте Земли можно провести этот марафон в ночь весеннего равноденствия. Считать, что любой объект каталога Мессье можно увидеть, если Солнце опустилось под горизонт хотя бы на 12 градусов, вне зависимости от характеристик объекта, если только он находится над горизонтом. Поглощение света и атмосферную рефракцию не учитывать.

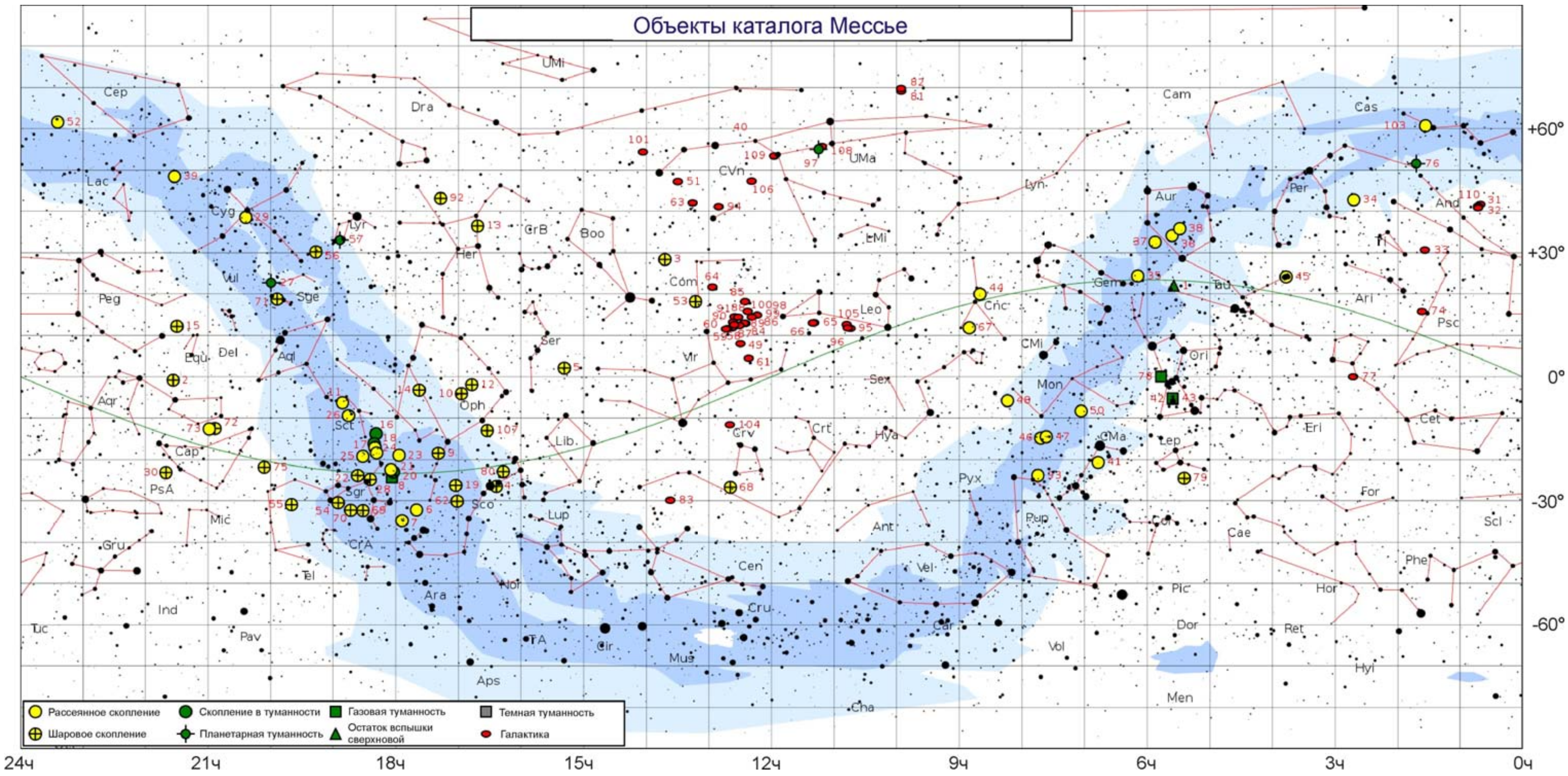
Вам выдана звездная карта с объектами каталога Мессье, указанными символами, описанными в левом нижнем углу рисунка. Около объектов указаны их номера по каталогу Мессье. Приведена также координатная сетка на эпоху 2000 года. Считайте, что наблюдения проводятся в ту же эпоху.

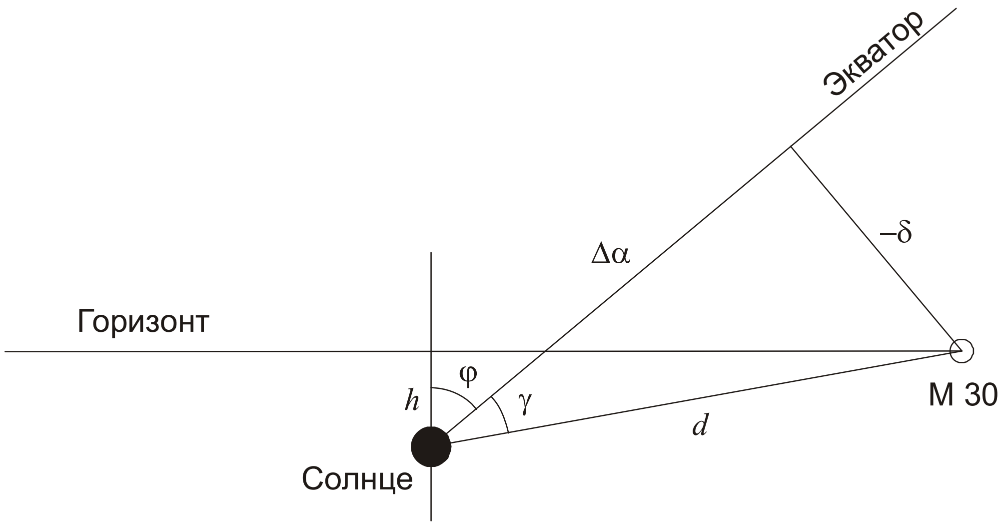
Решение. Первое ограничение на широту наблюдения всех объектов каталога Мессье, о котором можно подумать, связано с появлением над горизонтом южных объектов этого каталога. Самый южный объект – рассеянное скопление M7 – имеет склонение около −35° и восходит на широтах до +55°. Однако есть и другие, более сильные ограничения на широту места, связанные с расположением объектов на небе относительно Солнца.

Наблюдения происходят вблизи весеннего равноденствия, когда координаты Солнца составляют (0ч, 0°). Вечером, следом за Солнцем, заходят области неба с большим прямым восхождением, причем в северном полушарии объекты южного небесного полушария делают это раньше, а объекты северного небесного полушария – позже. В правой части карты мы видим, что объектов каталога Мессье южнее экватора там нет, галактика M77 находится на экваторе почти на 3ч восточнее Солнца, она будет достаточно хорошо видна вечером в северных умеренных широтах. Ближе всего к Солнцу располагается галактика M74, но и ее элонгация существенно больше 12°, а северное склонение дает возможность наблюдаться в северных широтах.

Иная ситуация складывается на предрассветном небе. В каталоге Мессье есть объекты с прямым восхождением 21-22ч и южным склонением. В северном полушарии Земли они могут восходить в утренние сумерки и уже не быть видимыми. Сложнее всего на рассвете наблюдать шаровое скопление M30 в созвездии Козерога, именно им и определяется возможность совершить полный "марафон Мессье" в северных широтах. Нам нужно определить широту φ, на которой в момент восхода скопления Солнце окажется на глубине h=12° под горизонтом.

Можно решить задачу аналитическим способом. По карте определяем координаты скопления M30: α=21ч40м, δ=−23°. Разница прямых восхождений Солнца и скопления есть 2ч20м или 35°. Скопление находится не очень далеко от Солнца, и можно рассматривать часть небесной сферы как плоскость.


Объекты каталога Мессье
Рассеянное скопление
Шаровое скопление
Скопление в туманности
Планетарная туманность
Газовая туманность
Остаток вспышки сверхновой
Темная туманность
Галактика
24ч
21ч
18ч
15ч
12ч
9ч
6ч
3ч
0ч
+60°
+30°
0°
-30°
-60°



Угол между небесным экватором и направлением от Солнца к скоплению равен

$$\gamma = \arctan\frac{|\delta|}{\Delta\alpha} = 33^\circ. \tag{1}$$

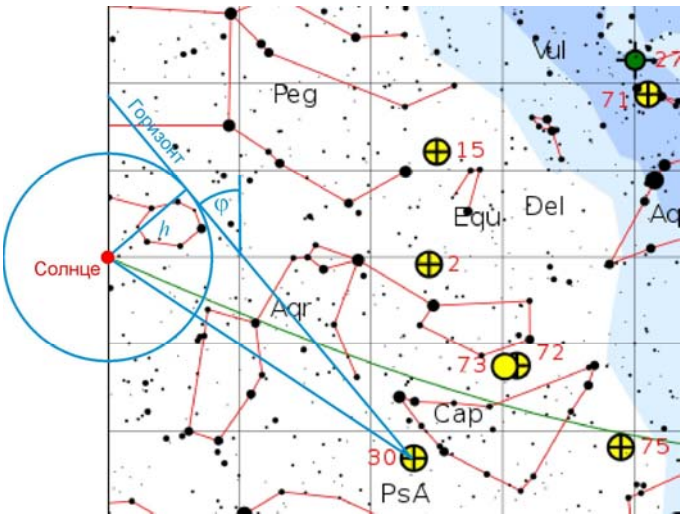
Угловое расстояние между скоплением и Солнцем есть

$$d = \sqrt{\Delta\alpha^2 + \delta^2} = 42^\circ. \tag{2}$$

Отсюда мы получаем широту места как угол между экватором и направлением на зенит:

$$\varphi = \arccos\frac{h}{d} - \gamma = 40^\circ. \tag{3}$$

Учитывая практический характер задачи и неточность определения координат скопления по карте, задачу можно решить и графически. Для этого пометим на карте положение Солнца, нарисуем окружность радиусом h и центром в Солнце. Это несложно сделать, так как на карте проведены координатные линии:



Горизонт в этом случае есть линия, касающаяся этой окружности. Нас интересует случай, когда горизонт проходит через скопление M30. Построив данную линию, мы можем найти широту как угол между ней и вертикальной линией карты (направлением на полюс). При аккуратных построениях мы получаем то же значение широты $\varphi = +40°$.

В действительности, наблюдать шаровое скопление у горизонта во время навигационных сумерек весьма затруднительно, поэтому считается, что полный "марафон Мессье" можно совершить южнее широты +35°.

Система оценивания, максимум – 10 баллов (очередность этапов в решении участника может отличаться):

1 этап – 4 балла: формулировка предельного условия для широты, при котором "марафон Мессье" может быть совершен полностью. Правильный ответ может быть связан только с шаровым скоплением M30.

Возможная ошибка участника: поиск предельной широты, исходя из координат самого южного объекта каталога Мессье, и запись ответа φ=+55° с возможной погрешностью в несколько градусов. Если этот вывод формулируется как частное условие с дальнейшим продолжением решения, то оценка определяется правильностью этого решения. Если же данный ответ считается окончательным, оценка за всю задачу не превосходит 2 баллов и снижается в случае ошибок в поиске южного объекта и вычислении широты.

Возможная ошибка участника: указание иного объекта, определяющего верхнюю границу широтного интервала. В этом случае этап оценивается в 2 балла, последующие оцениваются в том случае, если методика оценки широты соответствует описанным выше, но для иного объекта.

2 этап – 6 баллов: определение широты. Численный и графический способ являются одинаково верными и оцениваются полностью. При условии правильного метода требуемая точность определения широты – 4°, далее оценка снижается на 1 балл за каждые 2° дополнительной погрешности (при этом, очевидно, оценка за этап не может быть меньше 0 баллов). Участники могут не пользоваться плоским приближением и идти методом сферической тригонометрии, что значительно усложняет выкладки. Данный способ засчитывается, если произведен правильно и дает правильный ответ (38°) с требуемой точностью.

При использовании качественно неверной методики определения широты или неверного задания условия для ее поиска, вне зависимости от ответа, этап не засчитывается.