Всероссийская олимпиада школьников по астрономии
Заключительный этап – 2023 год
Первый (теоретический) тур

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

9.1. СВИДАНИЕ С ВЕНЕРОЙ *(О.С. Угольников)*

Условие. Ближайшее нижнее соединение Венеры с Солнцем по эклиптической долготе произойдет 13 августа 2023 года в 11ч10м по Всемирному времени. Известно, что координаты Солнца в этот момент составят α = 09ч31.5м, δ = +14°40′, а Венера пройдет в 7°40′ южнее эклиптики. Определите координаты точки на поверхности Земли, из которой Венера будет лучше всего видна в этот момент. Считать, что Венера видна, если центр диска Солнца расположен не выше горизонта, а критерием качества видимости при этих условиях является высота Венеры над горизонтом. Атмосферной рефракцией и уравнением времени пренебречь.

Решение. По условию задачи, наилучшие условия для наблюдения Венеры наступают, если центр Солнца располагается не выше горизонта, а Венера при этом находится на наибольшей высоте. Угловое расстояние между Солнцем и Венерой в этот момент нам известно (7°40′), и оно невелико. Поэтому для наилучших условий Солнце должно располагаться на горизонте, а Венера – в точности над ним.

В момент соединения эклиптические долготы Солнца и Венеры совпадают. Линия «Солнце – Венера» перпендикулярна эклиптике, а точка пересечения с ней – Солнце – находится на горизонте. Коль скоро эта же линия перпендикулярна горизонту, мы делаем вывод, что горизонт и эклиптика в данный момент совпадают. Это может иметь место только на полярном круге. Поскольку Венера находится южнее эклиптики, ситуация имеет место на южном полярном круге, широта равна –66.6°. Мы нашли одну из координат точки Земли.

В зените в этот момент находится южный полюс эклиптики, прямое восхождение которого равно 6ч. Такое же значение имеет звездное время в момент наблюдения. Пренебрегая уравнением времени, определим звездное время в солнечную полночь 13 августа. Эта дата предшествует осеннему равноденствию на 41 день, и Солнцу в своем видимом движении осталось преодолеть 40° или 2ч40м до точки осеннего равноденствия, когда звездное время в полночь будет равно 0ч. Так как по условию задачи мы пренебрегаем уравнением времени, мы можем считать движение Солнца по прямому восхождению равномерным. Следовательно, сейчас звездное время в полночь составляет 21ч20м. Если же текущее звездное время равно 6ч, мы можем определить солнечное время:

$$T = 6\text{ч} – 21\text{ч}20\text{м} \ (+24\text{ч}) = 8\text{ч}40\text{м}.$$

При этом Всемирное время UT равно 11ч10м. Таким образом, долгота места есть

$$\lambda = T – \text{UT} = –2\text{ч}30\text{м} = –37.5°.$$

Искомая точка находится в южной зоне Атлантического океана, координаты λ = –37.5°, φ = –66.6°. В этот момент Солнце там восходит над горизонтом, Венера взошла до него и находится над ним на небе.

Система оценивания.

1 этап – 2 балла. Вывод о том, что в искомой точке эклиптика должна совпадать с горизонтом. Может быть сделан словами или графически. Основополагающим должен быть факт, что Венера располагается в точности над Солнцем, а Солнце – на горизонте. Данное указание является необходимым, но не достаточным для зачета данного этапа. К примеру, если из него делается вывод, что Венера располагается в точности в направлении к южному полюсу мира, и ситуация наблюдается в полярный полдень на широте –75°40′, то этап не засчитывается полностью (0 баллов).

Если вывод о совпадении эклиптики и горизонта делается без обоснования – этап засчитывается 1 баллом. Если он не делается вовсе, но присутствует в неявном виде в дальнейшем решении – этап не засчитывается. В обоих случаях последующие этапы оцениваются в полной мере.

2 этап – 2 балла. Определение широты места. Засчитывается только в случае правильного ответа (формулировка «Южный полярный круг» или широты от –66.5° до –67°). Если участник путает Южный полярный круг с северным, этап не засчитывается полностью, при этом ему может быть засчитан первый этап в случае правильного выполнения (горизонт совпадает с эклиптикой).

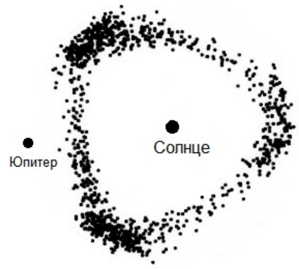
3 этап – 6 баллов. Определение долготы места, точность 5°. Этап может выполняться разными способами, при использовании подхода, описанного выше (четыре подэтапа: текущее звездное время – звездное время в солнечную полночь (или полдень) – солнечное время в пункте наблюдения) – долгота места оцениваются последовательно в 2-2-1-1 балл. При использовании иной схемы расчета можно провести аналогию с представленной выше и также выстроить систему оценивания. В случае ошибки на том или ином подэтапе он не засчитывается полностью вне зависимости от причины. Если при этом ошибка имела фактический характер (использование неверной формулы связи звездного и солнечного времени, солнечного времени и долготы, в том числе неверные знаки) – дополнительно вычитается 1 балл из общей оценки за этап, если она превышает 0.

Комментарий: при вычислении текущего прямого восхождения Солнца участники могут учесть наклон его видимого пути по эклиптике к экватору. В этом случае они получат 21ч30м вместо 21ч20м, что в конечном итоге уменьшит долготу на 2.5°, она составит –40°. В данном случае, это делать не обязательно, так как это один из факторов уравнения времени, которым по условию задачи можно пренебречь. Но это не может быть основанием для снижения оценки, так как в реальности получается более точный ответ.

Типичная ошибка при выполнении этапа: подстановка неверного значения звездного времени в полночь (в том числе, в результате неверного выполнения предыдущих этапов), указывается время 0, 12 или 18 часов вместо 6 часов. Если остальные расчеты верные, и ответ отличается от верного на 6 или 12 часов – не засчитывается первый подэтап, а также вычитается 1 балл, так как ошибка является фактической. Оценка за этап не превосходит 3 баллов.

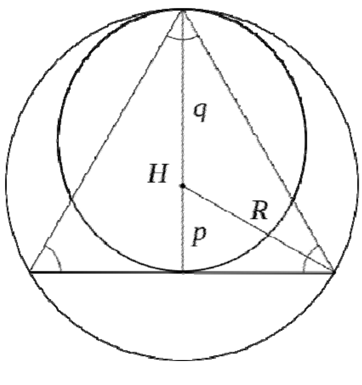
9.2. СЕМЕЙСТВО ХИЛЬДЫ *(М.И. Волобуева)*

Условие. Около орбиты Юпитера находится группа астероидов, образующих так называемое семейство Хильды. Эти астероиды примечательны тем, что в любой момент времени образуют правильный треугольник, вершины которого лежат вблизи орбиты Юпитера (см. рисунок). Этот треугольник поворачивается в пространстве синхронно с орбитальным движением Юпитера так, что Юпитер всегда равноудалён от двух ближайших к нему вершин. Определите большую полуось (с точностью лучше 1%) и эксцентриситет орбиты астероидов из семейства Хильды. Орбиту Юпитера считайте круговой, «толщиной линий» треугольника пренебрегите.



Решение. По рисунку может показаться, что астероиды двигаются вдоль сторон треугольника. Разумеется, этого не может быть, каждый астероид семейства Хильды движется по эллиптической орбите. Вращающийся треугольник – всего лишь иллюзия, вызванная синхронизацией орбитальных периодов Юпитера и астероидов. Такое явление называется орбитальным резонансом.

Вначале мы определим эксцентриситет орбиты астероидов. Так как «толщиной» треугольника мы по условию задания пренебрегаем, то наибольшее расстояние астероида от Солнца есть отрезок между центром и вершиной треугольника, а наименьшее – между центром и стороной. Как известно, центр равностороннего треугольника делит его медиану в соотношении 2:1. Отсюда:



$$e = (q - p) / (q + p) = 1/3.$$

Из условия следует, что расстояние между астероидами и Солнцем в афелии их орбит близко к радиусу орбиты Юпитера, то есть $q_0 = 5.203$ а.е. Мы можем вначале предположить вначале, что точки афелия находятся прямо на орбите Юпитера. Тогда из свойств равностороннего треугольника находим их перигелийное расстояние в этом приближении: $p_0 = q_0/2 = 2.602$ а.е., большая полуось есть $a_0 = 3q_0/4 = 3.902$ а.е. Однако, это не является точным решением. Действительно, в этом случае орбитальный период астероидов (в годах) составил бы

$$T_0 = a_0^{3/2} = \left(\frac{3q_0}{4}\right)^{3/2} = q_0^{3/2} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8} = T_J \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8} \approx T_J \cdot 0.65.$$

Отношение периодов обращения астероидов (T_0) и Юпитера (T_J) оказывается иррациональным числом. Мы же наблюдаем резонанс, при котором положения афелиев астероидов концентрируются к трем равноудаленным положениям вблизи орбиты Юпитера. Это может быть, если период обращения астероидов есть $n/3$ периодов обращения Юпитера, где n – целое число. Зная примерный период астероидов T_0, мы делаем вывод, что $n=2$. Тогда мы находим точную большую полуось орбит астероидов:

$$a = \left(\frac{2T_J}{3}\right)^{2/3} = T_J^{2/3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2/3} = q_0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2/3} = 3.97 \text{ а.е.}$$

Можно провести рассуждения и в обратном порядке: из условия резонанса мы знаем, что период обращения астероидов T есть $T_J \cdot n/3$, отсюда мы находим большую полуось их орбиты:

$$a = \left(\frac{nT_J}{3}\right)^{2/3} = T_J^{2/3} \cdot \left(\frac{n}{3}\right)^{2/3} = q_0 \cdot \left(\frac{n}{3}\right)^{2/3}.$$

Зная эксцентриситет, мы находим афелийное расстояние астероидов:

$$q = a(1+e) = \frac{4a}{3} = \frac{4q_0}{3^{5/3}} n^{2/3} \approx 0.641 q_0 n^{2/3}.$$

При этом мы знаем, что величина q должна быть близка к q_0, что приводит нас к $n=2$ и $a = 3.97$ а.е..

Система оценивания.

Этап 1 – 4 балла. Определение эксцентриситета орбиты. Так как по условию задачи треугольник считается правильным, а его толщина не учитывается, то эксцентриситет должен оказаться равным 1/3.

Этап 2 – 4 балла. Определение периода обращения астероидов, которое должно быть равно в точности 2/3 от орбитального периода Юпитера.

Этап 3 – 2 балла. Определение большой полуоси орбиты астероидов, точность 1%.

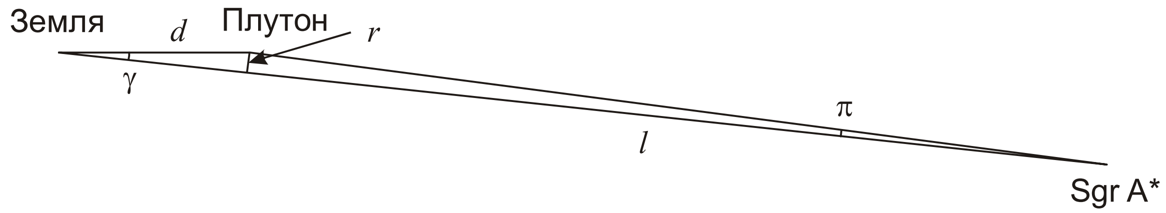
Возможное неточное решение: предположение, что афелий орбит астероидов лежит точно на орбите Юпитера, что дает значение большой полуоси 3.90 а.е., что выходит за рамки требуемой точности. В этом случае за 2 и 3 этапы вместе выставляется не более 2 баллов, суммарная оценка – не более 6 баллов.

9.3. ТРИАНГУЛЯЦИЯ БУДУЩЕГО *(О.С. Угольников)*

Условие. В ходе астрометрической миссии будущего (через 200 с небольшим лет) координаты центра сверхмассивной черной дыры (СМЧД) в центре нашей Галактики одновременно измеряются инфракрасными телескопами с околоземной орбиты и с поверхности Плутона (его координаты в небе Земли в этот момент α = 18ч, δ = –17°, гелиоцентрическое расстояние 32 а.е.). Обоими телескопами было сделано по одному измерению с точностью до 1 наносекунды дуги ($10^{-9}{}''$). С какой точностью можно определить расстояние до центра СМЧД в центре Галактики на основе этих измерений?

Решение. Гелиоцентрическое расстояние Плутона существенно больше гелиоцентрического расстояния Земли. Мы будем из естественных соображений предполагать, что измерения производились вблизи противостояния Плутона и находящегося на небе неподалеку центра галактики, и тогда расстояние между точками измерений составляет 31 а.е. При этом, ответ на задачу существенно не изменится, если мы будем считать его равным средней величине (32 а.е.).

Фактор, который нужно принять во внимание – относительное расположение Плутона и центра Галактики в небе Земли во время эксперимента. Они находятся неподалеку друг от друга. Если знать точные координаты источника Стрелец А, связанного с СМЧД (17ч45м, –29°), то угловое расстояние между ними γ получается равным 13°, оно практически не изменяется, если мы учтем прецессионное смещение за 200 лет (12°).



Угол, под которым из центра Галактики будет видна линия «Земля – Плутон», равен

$$\pi = \frac{d \sin\gamma}{l}.$$

Этот параллактический угол есть разница координат СМЧД, измеренных с Земли и Плутона. Это соотношение есть основа для определения расстояния до источника Sgr A*. Пусть теперь в результате измерений угол π был измерен с ошибкой $\Delta\pi$. Тогда итоговое расстояние будет измерено с ошибкой Δl:

$$l + \Delta l = \frac{d \sin\gamma}{\pi + \Delta\pi} = \frac{d \sin\gamma}{\pi(1 + \Delta\pi / \pi)} \approx \frac{d \sin\gamma}{\pi}(1 - \Delta\pi / \pi).$$

Отсюда мы получаем выражение для модуля погрешности измерения расстояния:

$$|\Delta l| = \frac{d \sin\gamma |\Delta\pi|}{\pi^2} = \frac{l^2 |\Delta\pi|}{d \sin\gamma}.$$

По условию задачи, обе обсерватории имеют ошибку измерений координат $10^{-9}{''}$ или $5 \cdot 10^{-15}$ радиан. Поэтому результирующую ошибку правильней считать большей в $\sqrt{2}$ раза (хотя для оценки можно считать ее такой же или в 2 раза большей). Расстояние l есть 8.5 кпк или $1.8 \cdot 10^9$ а.е. В итоге, мы получаем оценку погрешности расстояния $\Delta l \sim 2000$ а.е.

Система оценивания.

Этап 1 – 4 балла. Учет фактора расположения линии «Земля – Плутон» во время измерений. Координаты центра Галактики в условии задачи в явном виде не заданы, поэтому от участников не предполагается высокой точности, необходим прежде всего сам учет. Участники могут предположить, что центр Галактики совпадает по положению с точкой зимнего солнцестояния, что даст угол γ 6.5° – вдвое меньше истинного и в итоге вдвое большую оценку погрешности определения расстояния. Подобное отклонение допустимо и оценивается полностью. При ошибке угла γ более 2 раз оценка снижается на 1 балл, более 3 раз – на 2 балла, более 4 раз – на 3 балла.

Если участник опускает данный фактор вообще – этап не засчитывается полностью. Остальные этапы при условии правильных вычислений (погрешность расстояния около 500 а.е.) оцениваются в полной мере.

Этап 2 – 2 балла. Соотношение между расстоянием до источника, параллактическим углом и расстоянием между Землей и Плутоном.

Этап 3 – 2 балла. Связь между погрешностью определения параллактического угла и погрешностью расстояния. Может выводиться с помощью формул для малых параметров, как сделано выше, или геометрически. Погрешность определения параллактического угла может быть принята равной 1, $\sqrt{2}$ и 2 погрешностям одного измерения с одной обсерватории, все эти варианты считаются верными.

Этап 4 – 2 балла. Значение погрешности определения расстояния. Расстояние до центра Галактики может быть принято равным от 8 до 9 кпк. Точность (без учета ошибок, описанных выше) – 10%. При ошибках до 20% оценка снижается на 1 балл.

9.4. УЛЕТАЮЩАЯ ЗВЕЗДА *(Ю.П. Филиппов)*

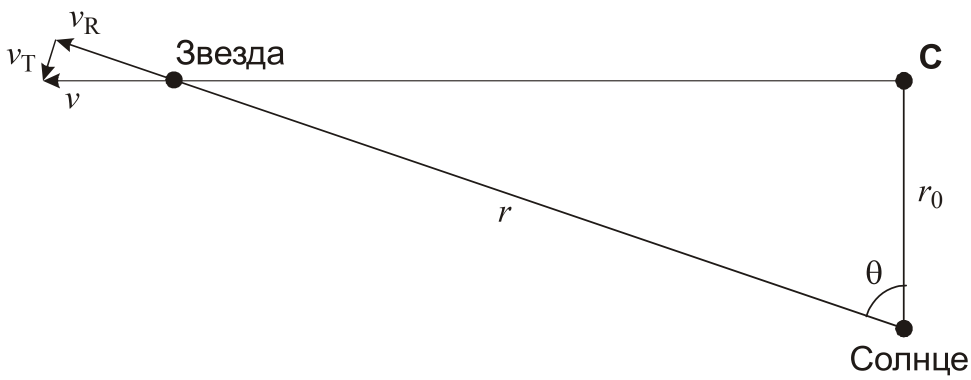
Условие. В 2014 году была открыта звезда WISE 0720-0846. Эта звезда интересна тем, что в прошлом она достаточно близко подлетела к Солнечной системе. Определите:

1. Минимальное гелиоцентрическое расстояние, на которое сближалась звезда с Солнцем.
2. Сколько лет назад это произошло?
3. Какова была при этом ее звездная величина?
4. Чему были равны ее полное собственное движение и радиальная скорость в этот момент?
5. Если полагать, что данная звезда породила возмущение в кометном облаке Оорта, то через какой минимальный промежуток времени следует ожидать приток комет в окрестностях Земли?

Современные характеристики звезды:

Видимая звездная величина	m	18.3
Лучевая скорость	v_R	+82.4 км/с
Параллакс	π	0.147″
Собственное движение вдоль экватора	μ_α	–0.0403″/год
Собственное движение к полюсу	μ_δ	+0.1148″/год

Решение. Рассмотрим рисунок, соответствующий условию задачи. Точка **С** – точка максимального сближения звезды с Солнцем. Вектор пространственной скорости звезды можно представить в виде:



$$v = \sqrt{v_R^2 + v_T^2},$$

где v_R – лучевая и v_T – трансверсальная скорость звезды. Определим v_T с использованием известной формулы:

$$v_T(км/с) = 4.74 \cdot \frac{\mu(''/год)}{\pi('')} = 4.74 \cdot \frac{\sqrt{\mu_\alpha^2 + \mu_\delta^2}(''/год)}{\pi('')} = 3.92\ км/с.$$

В итоге, мы получаем полную пространственную скорость звезды относительно Солнца: v = 82.5 км/с, она практически не отличается от лучевой.

Пусть r_0 – минимальное расстояние между звездой и Солнцем, θ – угол между направлениями на ближайшее и текущее положение звезды. Тогда:

$$\cos\theta = \frac{r_0}{r} = \frac{v_T}{v} = 0.0475.$$

Отсюда мы получаем выражение для минимального расстояния r_0:

$$r_0 = r\frac{v_T}{v} = \frac{1}{\pi('')}\frac{v_T}{v} = 0.323\ \textit{пк},$$

а также звездной величины в этот момент:

$$m_0 = m - 5\,lg\frac{r_0}{r} = m - 5\,lg\frac{v_T}{v} = 11.7.$$

Лучевая скорость звезды тогда была равна нулю, а собственное движение

$$\mu_0 = \frac{v(\textit{км/с})}{4.74\cdot r_0(\textit{пк})} = \frac{\mu}{cos^2\theta} = 53.9''/\textit{год},$$

что в 5 раз превышает современное собственное движение звезды Барнарда. Определим время, прошедшее с этого момента:

$$t = \frac{r\sin\theta}{v} = \frac{r\cdot v_R}{v^2} = 2.54\cdot 10^{12}\ c = 8.05\cdot 10^4\ \textit{лет}.$$

Предположим, что в момент наибольшего сближения с Солнцем звезда вызвала возмущение в облаке Оорта, в результате которого значительное число кометных ядер направились к Солнцу. Их движение можно представить себе как орбитальное с близким перигелием и афелием на расстоянии r_0 (0.323 пк или 66600 а.е.). Тогда большая полуось их орбит составит $r_0/2$, а время достижения перигелия – половина орбитального периода:

$$T = \frac{1}{2}\left(\frac{r_0}{2}\right)^{3/2} = 3.04\cdot 10^6\ \textit{лет}.$$

Можно учесть, что уже прошло время t с этого момента, хотя оно существенно меньше, и его учет необязателен. Тогда время, оставшееся до прилета комет к Солнцу, составит

$$T - t = 2.96\cdot 10^6 \text{ лет}.$$

Система оценивания

Этап 1 – 1 балл. Выражение или численное значение для трансверсальной скорости звезды в текущий момент. Выставляется только при правильном выражении для полного собственного движения (теорема Пифагора без фактора cos δ в собственном движении по α). При неверных формулах или численной ошибке более 10% этот балл не выставляется.

Этап 2 – 2 балла. Определение минимального расстояния между Солнцем и звездой. Может быть вычислено через полную скорость звезды или через косинус угла θ. Требуемая точность – 10% без учета ошибок на других этапах (при ошибке до 20% оценка уменьшается на 1 балл).

Этап 3 – 1 балл. Определение звездной величины звезды в этот момент, точность 0.1^m без учета ошибок на других этапах.

Этап 4 – 2 балла. Определение времени, прошедшего с момента сближения звезды с Солнцем, точность 10% без учета ошибок на других этапах, при ошибке до 20% оценка снижается на 1 балл.

Этап 5 – 2 балла. Определение лучевой скорости (нулевая, 1 балл) и собственного движения звезды в тот момент времени (1 балл, точность 10%).

Этап 6 – 2 балла. Нахождение времени до вероятного прилета кометных ядер, точность 10%. Если участник олимпиады записывает в качестве этого времени полупериод узкой эллиптической орбиты и не делает никаких комментариев по поводу уже прошедшего с момента пролета времени – за этап выставляется 1 балл. Если при этом указывается, что время, прошедшее с пролета звезды и возмущения облака Оорта значительно меньше или это время вычитается – выставляются 2 балла при условии верного ответа.

9.5. ГОРЯЧЕЕ БУДУЩЕЕ *(А.Н. Акиньщиков)*

Условие. Согласно модели, используемой в статье K.P. Schröder, R.C. Smith (2008), через 12.17 млрд лет после своего образования Солнце достигнет наибольшего размера в течение своей эволюции. Радиус Солнца будет в 256 раз больше нынешнего, светимость станет в 2730 раз больше нынешней, а масса уменьшится на 33.2%. Считайте, что потеря массы Солнцем происходит медленно в течение всей стадии красного гиганта, а физические свойства других тел Солнечной системы при росте температуры не меняются.

Определите для момента времени, описанного выше:
1. Какие планеты Солнечной системы будут поглощены Солнцем?
2. Найдите среднюю температуру поверхности самой горячей планеты, которая не будет поглощена Солнцем.
3. Какие крупные тела Солнечной системы окажутся в зоне жизни (средняя температура от 250 до 300K без учета парникового эффекта в атмосфере)?

Решение. Если масса центрального тела меняется медленно, то круговые орбиты остаются таковыми. Пусть начальная масса Солнца равна M_0, масса в стадии красного гиганта – M. Аналогично определим старые и новые радиусы орбиты R_0 и R, периоды обращения t_0 и t. Запишем выражение обобщенного III закона Кеплера:

$$\frac{a_0^3}{t_0^2 M_0} = \frac{a^3}{t^2 M}.$$

Помимо этого, в системе не появляется нерадиальных сил, и поэтому действует закон сохранения момента импульса (v_0 и v – орбитальные скорости):

$$a_0 v_0 = av; \quad \frac{a_0^2}{t_0} = \frac{a^2}{t}.$$

Возводя второе уравнение в квадрат и деля его на первое уравнение, получаем $a_0 M_0 = aM$. Таким образом, если новая масса Солнца составляет (1 – 0.332) M_0 = 0.668 M_0, то радиусы орбит всех тел (кроме тех, что будут поглощены Солнцем) увеличатся в 1.497 раз. Новый радиус Солнца составит 256 его нынешних радиусов, что есть 179.2 млн км или 1.20 а.е. Солнце поглотит тела, находящиеся на меньших расстояниях, то есть те, которые сейчас удалены от него менее, чем на 1.20/1.497 = 0.80 а.е. Это Меркурий и Венера.

Чтобы ответить на другие вопросы, запишем уравнение теплового баланса для тела на расстоянии a от Солнца:

$$\frac{J \cdot (1-A) \cdot \pi r^2}{4\pi a^2} = 4\pi\sigma r^2 T^4; \quad T^4 = \frac{J \cdot (1-A)}{16\pi\sigma a^2} = \frac{J \cdot (1-A)}{16\pi\sigma a_0^2}\left(\frac{M}{M_0}\right)^2.$$

Здесь J – светимость Солнца на стадии красного гиганта ($1.06 \cdot 10^{30}$ Вт), A – альбедо тела. Так как Меркурий и Венера окажутся поглощенными Солнцем, самой горячей планетой окажется Земля. Марс хоть и имеет меньшее альбедо, но будет холодней. Она будет располагаться на расстоянии a = 1.497 а.е. от Солнца, и ее средняя температура составит

1470 K. Конечно, предположение о сохранении физических свойств Земли выглядит неразумным, тем не менее – это вполне адекватная оценка температуры Земли в этих условиях. Потеря атмосферы и воды уменьшит альбедо нашей планеты и усилит ее нагрев, но исчезнет и парниковый эффект.

Рассмотрим теперь вопрос о «зоне жизни». Если мы знаем среднюю температуру тела, то соответствующее расстояние от Солнца в виде красного гиганта есть

$$a = \frac{1}{4T^2}\sqrt{\frac{J\cdot(1-A)}{\pi\sigma}}; \quad a_0 = a\frac{M}{M_0}.$$

Рассчитаем границы «зон жизни» для светлых и темных тел с характерными альбедо 0.6 и 0.2 соответственно:

	Очень светлые (A=0.9)	Светлые (A=0.6)
T = 300 K	a = 14.3 а.е., a_0 = 9.6 а.е.	a = 28.6 а.е., a_0 = 19.1 а.е.
T = 250 K	a = 20.6 а.е., a_0 = 13.8 а.е.	a = 41.2 а.е., a_0 = 27.5 а.е.
	Средние (A=0.4)	Темные (A=0.2)
T = 300 K	a = 35.1 а.е., a_0 = 23.4 а.е.	a = 40.5 а.е., a_0 = 27.1 а.е.
T = 250 K	a = 50.5 а.е., a_0 = 33.7 а.е.	a = 58.3 а.е., a_0 = 39.0 а.е.

Мы можем не фиксировать определенные значения альбедо, а получить общую формулу для внутренней и внешней границы «зоны жизни»:

$$a_1 = 45.3\ а.е.\sqrt{1-A}; \quad a_{01} = 30.2\ а.е.\sqrt{1-A};$$
$$a_2 = 65.2\ а.е.\sqrt{1-A}; \quad a_{02} = 43.6\ а.е.\sqrt{1-A}.$$

Мы видим, что для самых светлых тел зона жизни затрагивает орбиту Сатурна, для светлых тел зона жизни оказывается между орбитами Урана и Нептуна, для темных тел она включает орбиты Нептуна и Плутона. Из больших тел, включенных в справочные данные, критериям «зоны жизни» отвечает только сам Нептун с альбедо 0.4 и – на теплой границе зоны – спутник Сатурна Тефия с альбедо 0.9. В качестве других тел, которые могут попасть в «зону жизни» можно, но не обязательно, указать Харон (спутник Плутона с более низким альбедо) и ряд других транснептуновых тел.

Система оценивания.

<u>Этап 1 – 3 балла.</u> Вычисление фактора увеличения радиусов орбит тел Солнечной системы. Этап засчитывается только при правильном соотношении $a{\sim}M^{-1}$, при другом характере зависимости эти 3 балла не выставляются, последующие этапы оцениваются, исходя из правильности их выполнения. При использовании этой зависимости без вывода за этап выставляется 1 балл.

<u>Этап 2 – 2 балла.</u> Указание небесных тел, которые будут поглощены Солнцем, при этом должны быть рассмотрены все тела, описанные в справочных данных. Если указаны все тела (при правильном выполнении этапа 1 – Меркурий и Венера) и не указаны лишние – выставляются 2 балла, если указана только их часть – 1 балл. Если указаны какие-либо лишние тела (например, Земля) – оценка уменьшается на 1 балл за каждое лишнее указание, при этом оценка за этап не может быть меньше нуля.

Примечание. В случае неверного выполнения первого этапа список тел, которые должны быть указаны, может измениться. Например, при предположении постоянства орбит небесных тел в список поглощенных тел должны быть добавлены Земля и Луна, а ответ «Меркурий и Венера» при этом оценивается только 1 баллом.

<u>Этап 3 – 2 балла.</u> Правильное соотношение для средней температуры поверхности небесного тела с учетом его альбедо (либо – правильное выражение для границ «зоны жизни» в зависимости от альбедо). Если участник не учитывает альбедо – этап полностью не засчитывается вне зависимости от результатов следующих этапов (он оцениваются).

<u>Этап 4 – 1 балл.</u> Определение средней температуры самой горячей планеты – Земли, точность 200 K. Участник может указать, что горячая Земля растеряет атмосферу, что скажется на ее альбедо. Это не соответствует условию задачи, в котором указано на постоянство свойств планеты. Тем не менее, даже предположение о нулевом альбедо увеличит температуру Земли до 1650 K, что не выходит за рамки требуемой точности, поэтому этап может быть засчитан. Этап может быть зачтен, если участник по невнимательности найдет температуру Луны вместо Земли (около 1600 K), если он сделает это без ошибок.

Примечание. Если в результате неверного выполнения первого этапа самой горячей планетой оказывается не Земля, этап также оценивается, и в этом случае требуется точный анализ для той планеты, которая будет самой горячей в решении участника.

<u>Этап 4 – 2 балла.</u> Указание небесных тел, которые окажутся в «зоне жизни». Необходимо рассмотрение всех тел, указанных в справочных данных, при этом участник может рассматривать и другие небесные тела (например, другие спутники планет). Указание Нептуна и Тефии оценивается по 1 баллу, при этом участник может сказать, что рассмотрение возможности жизни на газовом гиганте не имеет смысла (это не меняет оценку). Участник может также указать, что Тефия расположена на грани или чуть за гранью зоны жизни, что также считается правильным.

При неверном выполнении предыдущих этапов список тел может меняться. При неверном указании тел, входящих в справочные данные, оценка уменьшается на 1 балл за каждое тело, но при этом она не может быть меньше нуля. Рассмотрение тел, не входящих в справочные данные, не изменяет оценку, только если в ответ не попали заведомо не подходящие для «зоны жизни» тела (на орбите Юпитера или еще ближе к Солнцу).

Примечание. Расчет температурных условий для двух характерных значений альбедо (0.2, 0.4, 0.6, 0.9 или каких-то иных) не является обязательным, это лишь один из возможных способов сократить объем вычислений. Участники вправе использовать другие подходы.

9.6. ДАЛЕКАЯ ГАЛАКТИКА *(А.М. Татарников)*

Условие. Диск далекой спиральной галактики расположен «плашмя» по отношению к лучу зрения. Характерная величина поверхностной яркости диска спиральной галактики 20^m с квадратной секунды. Определите характерное количество звезд в 1 пк^3 диска. Межзвездным поглощением света пренебречь.

Решение. Пусть расстояние до галактики равно D. Выражая его в парсеках, находим абсолютную звездную величину звезд, находящихся в одной квадратной секунде на небе:

$$M = m + 5 - 5\lg D = 25 - 5\lg D.$$

Будем считать, что характерная звезда диска – это звезда со светимостью $J = kJ_0$, где J_0 – светимость звезды типа Солнца с $M_0 \approx 5$, а коэффициент k для спиральной галактики можно взять равным от 0.4 до 1.0 (каждое значение в этом интервале может считаться правильным). Таких звезд в одной квадратной секунде галактики будет

$$N = 10^{-0.4\,(25 - 5\lg D - 5 - 2.5\lg k)} = 10^{-0.4\,(20 - 5\lg D - 2.5\lg k)} = 10^{2\lg D}/10^8 k = D^2/10^8 k.$$

С расстояния D под углом в 1″ будет видна часть галактики размером $x = D/206265$. Площадь участка размером в одну квадратную секунду будет равна

$$S = x^2 = D^2/206265^2 \text{ пк}^2.$$

Отсюда поверхностная плотность звезд будет равна $n = N/S \approx 400/k$. Будем считать, что толщина диска галактики равна 300 пк, что характерно для спиральных галактик. Тогда концентрация звезд составляет порядка 1-1.5 на кубический парсек, если предположить $k = 1$, и около 3 на кубический парсек при $k = 0.4$.

Система оценивания.

Этап 1 – 2 балла. Выражение для «суммарной» абсолютной звездной величины всех звезд галактики, расположенной в 1 квадратной секунде неба.

Этап 2 – 3 балла. Выражение для количества звезд галактики, попадающих в данную угловую площадь. Участники могут принимать среднюю светимость звезды, равную от 0.4 до 1.0 светимости Солнца, что является правильным.

Этап 3 – 3 балла. Выражение для пространственных размеров области галактики, попадающей в данную угловую область неба.

Этап 4 – 2 балла. Определение концентрации звезд в галактике. Участники могут брать толщину диска галактики от 250 до 400 пк.