11 класс

1. Условие. Два человека решили отправиться в кругосветное путешествие. Они начали его из одной точки на экваторе Земли. Первый путешественник отправился вдоль экватора, а второй вначале сместился вдоль меридиана до некоторой параллели с ненулевой широтой, сделал оборот вокруг Земли по ней и вернулся по тому же меридиану в начальную точку путешествия. Там он встретился с первым путешественником, завершившим свой один оборот в тот же момент. Определите широту, до которой сместился второй путешественник. Считайте, что скорость путешественников по поверхности Земли постоянна и одинакова, Землю считать сферической (*А.А. Автаева*).

1. Решение. Длина пути первого путешественника равна $2\pi R$, где R – радиус Земли. Длина пути второго путешественника есть

$$L = 2R\varphi + 2\pi R\cos\varphi.$$

Здесь φ – модуль широты, до которой сместился этот путешественник и по которой он сделал оборот по поверхности Земли, выраженный в радианах. Приравнивая длины путей и сокращая на $2R$, мы получаем уравнение:

$$\varphi + \pi\cos\varphi = \pi.$$

Это трансцендентное уравнение можно решить численным подбором, однако существует способ получить довольно точное решение аналитически. Можно видеть, что искомая широта не очень велика. Действительно, если бы второй путешественник сместился в область полюса Земли, его путь был бы вдвое короче пути первого путешественника. Запишем приближенное выражение для косинуса малого угла:

$$\cos\varphi \approx 1 - \varphi^2/2.$$

Тогда мы получаем уравнение для некоторого приближенного значения модуля широты φ_1:

$$\varphi_1 + \pi - \frac{\pi\varphi_1^2}{2} = \pi.$$

Мы знаем, что искомая широта не равна нулю, и получаем $\varphi_1 = 2/\pi = 0.637$ радиан или 36.5°. Это уже неплохое приближение, которое отличается от правильного ответа примерно на градус. Однако мы можем еще более уточнить его. Представим модуль широты φ как сумму приближенного значения φ_1 и некоторой малой добавки $\Delta\varphi$. Тогда из свойств приближенных вычислений мы имеем

$$\cos\varphi = \cos\varphi_1 - \Delta\varphi\sin\varphi_1.$$

Наше уравнение примет вид

$$\varphi_1 + \Delta\varphi + \pi\cos\varphi_1 - \pi\Delta\varphi\sin\varphi_1 = \pi.$$

Решая его, получаем

$$\Delta\varphi = \frac{\pi(1-\cos\varphi_1)-\varphi_1}{1-\pi\sin\varphi_1} = \frac{\pi(1-\cos(2/\pi))-(2/\pi)}{1-\pi\sin(2/\pi)} = 0.0244 \text{ рад}$$

или 1.4°. В итоге, искомая широта есть ±37.9°. Остается добавить, что точное значение модуля широты составляет 37.83°.

1. Система оценивания.

<u>1 этап – 3 балла.</u> Составление уравнения на величину модуля широты. Может быть сделано в явном виде или использоваться в ходе дальнейших вычислений.

<u>2 этап – 4 балла.</u> Нахождение величины модуля широты, точность 0.2°. Участник может решать уравнение численным подбором либо использовать формулы приближенных вычислений. Если в ходе решения делается первый этап приближения, в результате которого получается значение φ_1 = 36.5° (точность 0.2°), которое трактуется как окончательный ответ – за этап выставляется 3 балла.

<u>3 этап – 1 балл.</u> Окончательный ответ с учетом обеих полушарий. Балл выставляется, если в ответе указаны два значения широты.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

2. Условие. С Земли стартует космический аппарат (КА), который собирается изучить Венеру и Юпитер. Вначале КА отправляется к Венере по энергетически выгодной орбите, далее изучает ее минимум 2 земных года. После этого он должен отправиться к Юпитеру по энергетически выгодной орбите. На момент старта для наблюдателя с Земли Юпитер находится в соединении с Солнцем. Найдите:

1) Время, которое КА должен будет провести рядом с Венерой, прежде чем стартовать на Юпитер;
2) Через какое время после старта с Земли КА окажется на Юпитере.

Все орбиты планет считать круговыми и лежащими в одной плоскости (*А.А. Автаева*).

2. Решение. КА полетит по гомановской орбите, как по самой энергетически выгодной. Значит в момент прилета КА в перигелии этой орбиты должна оказаться Венера. Найдем время движения по орбите (половина орбитального периода) в годах:

$$t_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{a_\mathrm{E} + a_\mathrm{V}}{2}\right)^{3/2}.$$

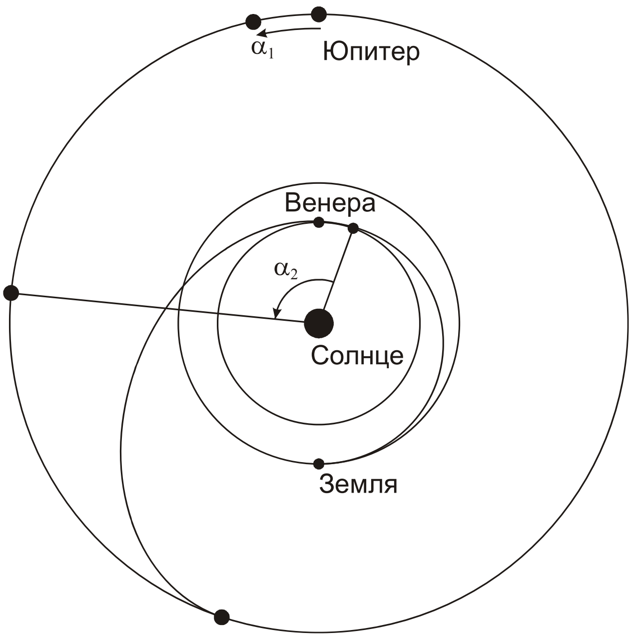
Здесь a_E и a_V – радиусы орбит Земли и Венеры в астрономических единицах. Мы получаем, что перелет длится 0.399 лет. К его окончанию Венера оказалась на той же долготе, что Юпитер в момент старта. Сам же Юпитер за это время сместился по орбите на угол

$$\alpha_1 = 360^\circ \cdot t_1/T_\mathrm{J} = 12.1^\circ.$$

Здесь T_J – орбитальный период Юпитера. Найдем, сколько времени КА должен лететь до Юпитера:

$$t_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{a_\mathrm{V} + a_\mathrm{J}}{2}\right)^{3/2}.$$

Мы получаем 2.550 лет. За это время Юпитер пройдет по своей орбите дугу $360^\circ \cdot t_3/T_\mathrm{J}$ = 77.4°. Таким образом, в момент старта с Венеры Юпитер должен опережать ее в движении по орбите на угол α_2 = 180° – 77.4° = 103.6°.



С ходом времени разница гелиоцентрических долгот Юпитера и Венеры уменьшается, завершая полный круг за один синодический период Юпитера на Венере, равный

$$S = \frac{T_V T_J}{T_J - T_V} = 0.648 \text{ лет}.$$

С момента прибытия на Венеру до отправления с нее должно пройти время

$$t_2 = S\frac{N \cdot 360^{O} + (\alpha_1 - \alpha_2)}{360^{O}}.$$

Здесь N – натуральное число. По условию задачи, промежуток t_2 должен быть не меньше 2 земных лет. Мы видим, что минимальное число N, удовлетворяющее этому условию, равно 4 (аппарат проведет на Венере неполных 4 синодических периодов Юпитера), и тогда величина t_2 равна 2.427 лет. Полное время миссии есть

$$T = t_1 + t_2 + t_3 = 5.376 \text{ года}.$$

2. Система оценивания.

<u>1 этап – 2 балла.</u> Расчет времени перелета с Земли к Венере (1 балл) и угла поворота Юпитера по орбите за это время (1 балл). Здесь и далее – точность угловых оценок – 1°, точность временных оценок – 0.01 года.

<u>2 этап – 4 балла.</u> Расчет разности долгот Юпитера и Венеры в момент старта корабля к Юпитеру (2 балла) и времени нахождения аппарата на Венере (2 балла).

<u>3 этап – 1 балл.</u> Расчет времени перелета от Венеры к Юпитеру.

<u>4 этап – 1 балл.</u> Окончательное вычисление полной продолжительности миссии.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

3. Условие. Планета обращается вокруг красного карлика класса M5 по круговой орбите. Осевое вращение планеты синхронизовано с ее орбитальным движением, ось вращения планеты перпендикулярна плоскости орбиты. У одного фермера на экваторе, где центральная звезда располагается в зените, есть прибор, состоящий из абсолютно черного шара с идеальной теплопроводностью и диаметром 2.5 метра, закопанного в землю наполовину, и градусника в шкале Цельсия, что измеряет температуру этого шара. Прибор нагревается от прямого излучения звезды и отдает тепловую энергию с подземной части шара в почву с мощностью 5.5 кВт, при этом показания градусника всегда одинаковы. Других источников нагрева шара, кроме излучения звезды, нет.

1) Найдите показания градусника в шкале Цельсия.
2) Определите расстояние между звездой и планетой, если эффективная температура звезды 2800 K, а радиус звезды составляет 0.20 радиусов Солнца.

Поглощением и рассеянием энергии излучения в атмосфере планеты пренебречь, расстояние приведите в астрономических единицах (*А.А. Автаева*).

3. Решение. Заметим, что в этой системе движение синхронное, а экватор лежит в плоскости орбиты, следовательно, планета всегда повернута к звезде одной стороной, и поток звездного излучения в каждой ее точке постоянный. Тепловая энергия, вырабатываемая прибором, определяется излучением абсолютно черного тела. Так как показания термометра не меняются, ситуация стационарна, и вся энергия, собранная прибором, то есть ровно половина излучаемой шаром энергии, уходит в почву. Используя закон Стефана-Больцмана, определяем температуру:

$$T = \sqrt[4]{\frac{2P}{\sigma\pi d^2}} = 315 \text{ K}.$$

Здесь P – мощность, отдаваемая в почву, σ – постоянная Стефана-Больцмана, d – диаметр шара. Переводя температуру в шкалу Цельсия, получаем +42°C.

Определим теперь плотность потока излучения звезды. Уравнение теплового баланса для шара выглядит следующим образом:

$$\sigma T^4 \cdot \pi d^2 = \frac{\sigma T_0^4 \cdot 4\pi R_0^2}{4\pi a^2} \cdot \frac{\pi d^2}{4}.$$

Здесь R_0 и T_0 – радиус и температура звезды, a – расстояние от звезды до планеты. Упрощая это уравнение, получаем

$$T^4 = \frac{T_0^4 \cdot R_0^2}{4a^2}.$$

Из этого мы получаем ответ:

$$a = \frac{R_0}{2} \cdot \frac{T_0^2}{T^2} = 0.037 \text{ а.е.}$$

3. Система оценивания.

Этап 1 – 1 балл. Вывод о том, что планета всегда повернута к звезде одной стороной, и поток звездного излучения постоянный.

Этап 2 – 1 балл. Вывод о том, что тепловая энергия, вырабатываемая прибором, равна излучению абсолютно черного тела и применим закон Стефана-Больцмана (может быть сделано неявно, просто применением этой формулы) – 1 балл

Этап 3 – 2 балла. Определение температуры шара (1 балл) и ее перевод в шкалу Цельсия (1 балл), точность 2 градуса.

Этап 4 – 2 балла. Правильное уравнение теплового баланса для шара.

Этап 5 – 2 балла. Определение расстояния до звезды, точность 0.02 а.е.

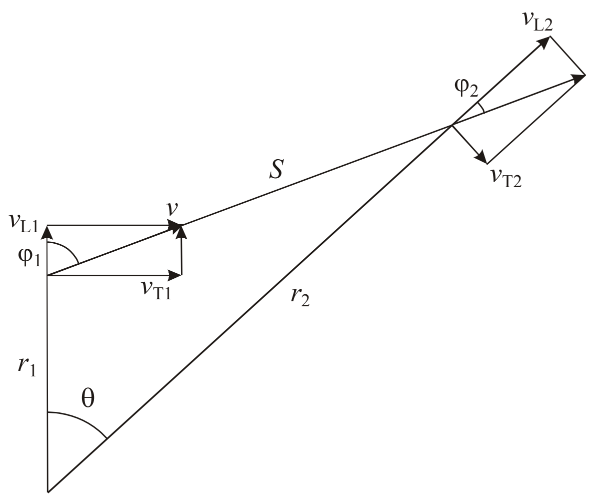
Возможные ошибки:

1) Ошибки в переводе единиц, за неправильные ответы ставится 0 баллов, правильные формулы оцениваются.
2) Перепутаны диаметр и радиус шара. Это влияет на выполнение этапов 3 и 4, оценка за каждый из которых уменьшается на 1 балл.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

4. Условие. В настоящее время некоторая звезда находится на расстоянии 5 пк от Солнца, постепенно удаляясь от него, а отношение величин тангенциальной и лучевой скорости равно 2.5. Чему будет равно аналогичное отношение в момент, когда расстояние между звездой и Солнцем окажется равным 7.5 пк? Какое расстояние успеет пройти звезда от настоящего времени к данному моменту? Движение звезды относительно Солнца считать прямолинейным и равномерным (*А.В. Веселова*).

4. Решение. Поскольку звезда удаляется от Солнца, лучевая скорость положительна, а траектория движения задается с точностью до зеркального отражения. Запишем отношение компонент скорости в оба момента времени:



$$\frac{v_{T1}}{v_{L1}} = \frac{v \cdot \sin\varphi_1}{v \cdot \cos\varphi_1} = \tan\varphi_1 = 2.5,$$

отсюда $\varphi_1 = 68.2^{\circ}$. Для второго момента времени отношение окажется равным

$$\frac{v_{T2}}{v_{L2}} = \frac{v \cdot \sin\varphi_2}{v \cdot \cos\varphi_2} = \tan\varphi_2.$$

Пусть r_1 и r_2 – текущее и будущее расстояние до звезды. Из теоремы синусов следует, что

$$\frac{r_2}{\sin(180^\circ - \varphi_1)} = \frac{r_1}{\sin\varphi_2},$$

$$\sin\varphi_2 = \frac{r_1}{r_2}\sin(180^\circ - \varphi_1) = \frac{5}{7.5}\sin(180^\circ - 68.2^\circ) = 0.619.$$

Отсюда угол $\varphi_2 = 38.2^\circ$, мы выбираем именно острый угол, так как $\varphi_2 < \varphi_1$. Следовательно, отношение компонентов скорости окажется равным $\tan\varphi_2 = 0.79$. Мы получили ответ на один из вопросов задания.

Угол с вершиной в Солнце между направлениями на два положения звезды равен

$$\theta = 180^\circ - (180^\circ - \varphi_1) - \varphi_2 = 30.0^\circ.$$

Расстояние между двумя положениями звезды оценим по теореме косинусов:

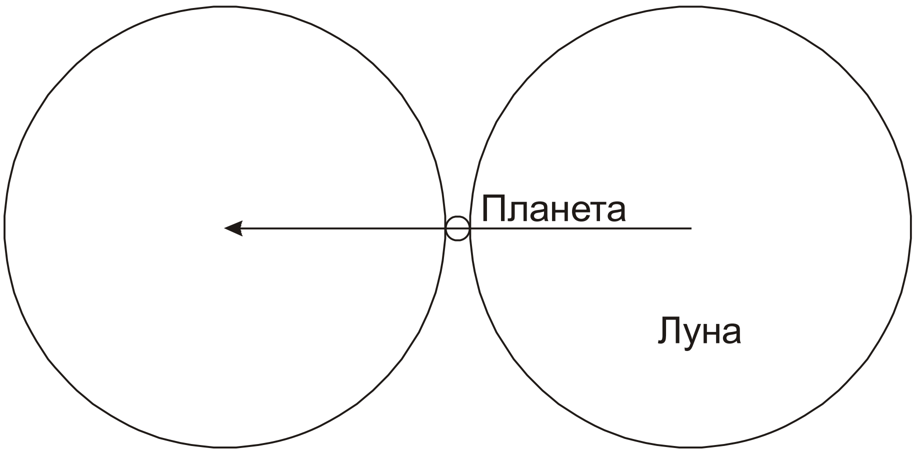
$$S = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\theta} = \sqrt{5^2 + 7.5^2 - 2\cdot 5\cdot 7.5\cdot \cos 30^\circ} = 4.0 \text{ пк.}$$

4. Система оценивания. Решение задания разделяется на две основные части, каждая из которых связана с ответом на один из двух вопросов, каждая часть оценивается в 4 балла. Требуемая точность определения отношения компонент скоростей составляет 0.02, точность определения пути, пройденного звездой – 0.1 пк. Оценка уменьшается на 1 балл за каждое кратное увеличение погрешности. Необходимо отметить, что способ решения участником может отличаться от приведенного выше. Например, путь, пройденный звездой, может быть найден решением квадратного уравнения, образованного теоремой косинусов для того же треугольника, но относительно другого угла.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

5. Условие. Определите максимальную продолжительность покрытия Луной планеты вместе с частными фазами при наблюдении с Земли. Для какой планеты и в какой конфигурации достигается этот максимум? Считать, что орбиты планет вокруг Солнца и Луны вокруг Земли лежат в одной плоскости. Помехи от Солнца при наблюдении не учитывать, орбиту Земли считать круговой (*О.С. Угольников*).

5. Решение. При наблюдении из некоторой точки Земли продолжительность покрытия Луной планеты определяется угловыми размерами Луны и планеты и угловыми скоростями их движения среди звезд по земному небу:



В течение центрального покрытия Луна в своем движении относительно планеты должна пройти угловой путь, равный сумме видимых диаметров Луны и планеты, D+d. Длительность покрытия с частными фазами составит:

$$T = \frac{D+d}{\Omega - \omega}.$$

Здесь Ω и ω – угловые скорости движения Луны и планеты. При этом надо учесть, что наблюдения проводятся с поверхности Земли, которая сама перемещается как вследствие орбитального движения, так и осевого вращения Земли. В случае планеты осевое вращение Земли дает малый эффект, так как создаваемая им скорость существенно меньше орбитальных скоростей Земли и планеты. Угловая скорость движения планеты по небу ω положительна при прямом движении и отрицательна при попятном (вблизи противостояния внешних планет и нижнего соединения для внутренних).

Чтобы найти максимальную длительность явления, рассмотрим, как на нее влияют факторы угловых размеров и движения планет. Угловой размер планеты увеличивает длительность явления, но даже для планет с самыми большими видимыми размерами (около 60″ для Венеры и 50″ для Юпитера) относительный эффект (d/D) составляет порядка 0.03. Обратим внимание, что такие большие размеры Венеры и Юпитера соответствуют их попятному движению, когда величина ω отрицательна и длительность покрытия уменьшается.

Эффект движения планеты может повлиять на длительность в существенно большей степени. Очевидно, нас интересует момент максимальной угловой скорости ω, который наступает в верхнем соединении планеты (помехи от Солнца мы по условию задачи не учитываем). Максимальная угловая скорость планеты достигается в ее перигелии и составляет

$$\omega = \frac{v_{\mathrm{P}} + v_0}{r_{\mathrm{P}} + a_0} = \omega_0 \frac{1 + \sqrt{a_0(1+e)/a(1-e)}}{1 + a(1-e)/a_0}.$$

Здесь v и v_0 – орбитальные скорости планеты и Земли, a и a_0 – радиусы их орбит, ω_0 – угловая скорость движения Земли по орбите (0.986°/сут). Максимальная угловая скорость будет у Меркурия (a/a_0 = 0.387, e = 0.206): ω = 2.28°/сут. Таким образом, этот фактор увеличивает длительность на (ω/Ω) ~ 19%, что значительно больше эффекта от видимых размеров планеты.

В случае Луны нам необходимо учитывать осевое вращение Земли, так как его скорость сравнима с орбитальной скоростью Земли. Угловая скорость движения Луны по небу равна

$$\Omega = \frac{\left|\vec{v}_{\mathrm{L}} - \vec{v}_{\mathrm{E}}\right|}{L_{\mathrm{R}}},$$

где v_{L} – орбитальная скорость Луны, v_{E} – скорость движения наблюдателя на поверхности Земли, L_{R} – расстояние от наблюдателя до Луны. Нас интересует наиболее длительное покрытие, соответствующее минимальной угловой скоростью Луны. Рассмотрим идеализированную ситуацию, при которой векторы v_{L} и v_{E} сонаправлены, а модуль скорости v_{E} имеет максимальное значение. Оговоримся, что из-за наклона лунной орбиты к экватору Земли такая ситуация не реализуется в точности, однако она может быть близка к ней, если покрытие происходит в тропической зоне Земли вблизи верхней кульминации Луны у зенита. В этом случае расстояние L_{R} есть разность геоцентрического расстояния Луны L и радиуса Земли R_{E}. Угловая скорость Луны в этом случае есть

$$\Omega = \frac{v_L - 2\pi R / T_E}{L - R_E}.$$

Здесь T_E – период осевого вращения Земли. В соответствии со II законом Кеплера в перигее и апогее орбиты линейная скорость Луны равна

$$v_{LP,LA} = \frac{2\pi L_0}{T_L}\sqrt{\frac{1 \pm e_L}{1 \mp e_L}} \approx \frac{2\pi L_0}{T_L}(1 \pm e_L).$$

Здесь T_L – период вращения Луны по орбите, L_0 – среднее расстояние от Луны до Земли, e_L – эксцентриситет орбиты Луны. Угловая скорость Луны равна

$$\Omega_{P,A} = \frac{2\pi L_0 (1 \pm e_L) / T_L - 2\pi R_E / T_E}{L_0 (1 \mp e_L) - R_E}.$$

Видимый диаметр Луны D равен

$$D_{P,A} = \frac{2R_L}{L(1 \mp e_L)},$$

где R_L – радиус Луны. Отсюда мы видим, что хотя в перигее видимый диаметр Луны больше, она будет быстрее проходить его по небу, и нам нужно рассматривать случай апогея Луны. Угловая скорость движения Луны в апогее в описанных выше условиях равна Ω_A = 6.22°/сут.

Угловой диаметр Луны вблизи зенита для апогея равен 0.498°. В верхнем соединении угловой диаметр Меркурия составляет 5″, что учитывать необязательно. Продолжительность покрытия составляет около 3.0 часа.

Необходимо добавить, что в рамках условия задания такое покрытие произойдет в одной точке неба с Солнцем. Однако, продолжительность практически не изменится, если Луна и Меркурий чуть отступят на небе от Солнца, а фактор засветки по условию задания мы в расчет не принимаем. В реальности, Меркурий вблизи верхнего соединения имеет блеск до -2^m, есть примеры его обнаружения в телескоп в 3-5° от Солнца, так что покрытие, близкое к описанному, вполне может наблюдаться.

5. Система оценивания.

1 этап – 1 балл. Правильное выражение для длительности покрытия Луной планеты. Оно должно учитывать угловые скорости как Луны, так и планеты, а также их угловые размеры. Если в решении опускается фактор движения либо угловых размеров планеты – этап не засчитывается.

2 этап – 1 балл. Вывод о том, что основным фактором, влияющим на длительность покрытия, является угловая скорость планеты, а не ее угловой диаметр. Вывод может быть сделан в явном виде или на основе вычислений для разных планет с учетом обоих факторов.

3 этап – 1 балл. Указание планеты, покрытие которой будет наиболее длительным. Выставляется только при правильном ответе – Меркурий, во всех иных случаях этап не засчитывается.

4 этап – 2 балла. Указание правильной конфигурации планеты (верхнее соединение). Ответ «нижнее соединение» либо же просто «соединение», если речь идет о внутренней планете,

правильным не является, оба балла не выставляются. Если участник считает, что планета внешняя (то есть, неправильно выполняет третий этап), то за четвертый этап ему выставляется 1 балл, если указывается конфигурация «соединение».

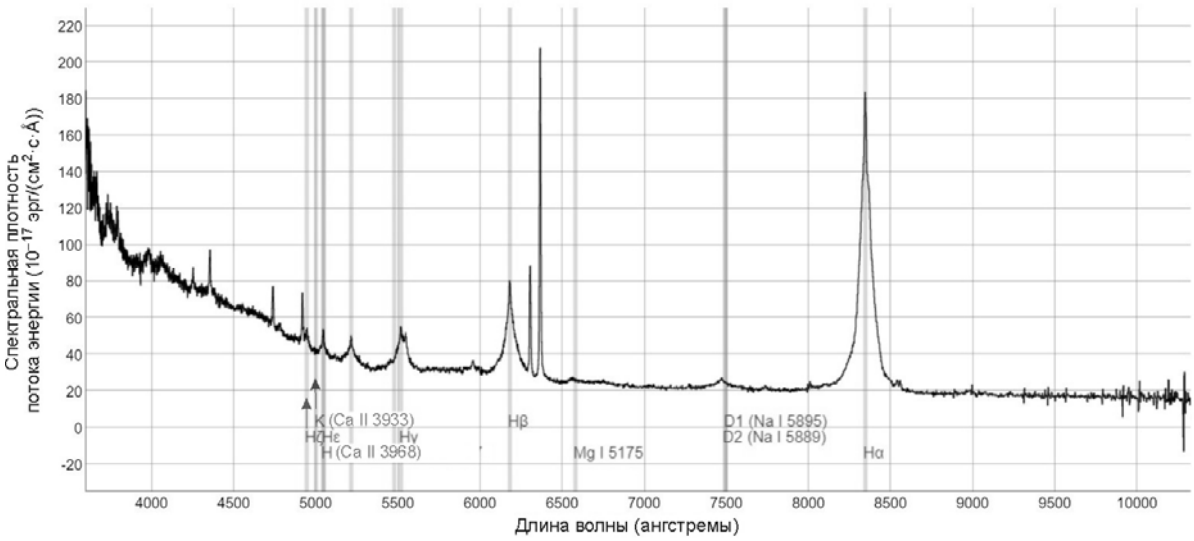
<u>5 этап – 3 балла.</u> Определение максимальной длительности покрытия, точность 0.3 часа. При ошибке до 0.5 часов за этап выставляется 2 балла, при ошибке до 1 часа – 1 балл.

Вероятная неточность при решении: неучет фактора осевого вращения Земли, то есть фактически решение данной задачи в варианте, предложенном 10 классу. В этом случае при правильном ответе (в варианте 10 класса, 1.24 часа) за последний этап выставляется 1 балл, максимальная оценка – 6 баллов.

Вероятная неточность при решении: неучет эллиптичности орбиты Луны либо же орбиты Меркурия. Вкупе с предыдущей ошибкой мы получаем решение данной задачи в варианте, предложенном 9 классу (ответ 1.10 часа). В этом случае последний этап решения не засчитывается, максимальная оценка составляет 5 баллов. Если же делается только вторая ошибка, то при верных расчетах и ответе порядка 2 часов за последний этап выставляется 1 балл, максимальная оценка – 6 баллов.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

6. Условие. При помощи некоторого крупного телескопа и спектрографа получен спектр одного астрофизического объекта (рисунок). Помогите исследователям определить: тип этого объекта, видимую звездную величину в фильтре V, а также расстояние до объекта. На спектре указаны лабораторные длины волн некоторых линий, а спектральная плотность потока задана в системе СГСЭ (1 эрг = 10^{-7} Дж). Считать, что диапазон V включает в себя всё излучение от объекта с длинами волн от 4600 до 6400 ангстрем, и для Солнца в этот диапазон попадает 23% энергии его излучения (*В.Б. Игнатьев*).



6. Решение. Вначале определим тип объекта, спектр которого получен телескопом. Сравнивая длины волн линий с лабораторными, мы видим, что спектр сильно смещенный в красную сторону. Это указывает на внегалактическую природу объекта. А широкое основание эмиссионных спектральных линий говорит нам о том, что перед нами спектр квазара. Определим красное смещение из спектра объекта. Сделаем это, например, по линиям D натрия, средняя длина волны которых λ_0 равна 5892 А. Наблюдаемая длина волны λ равна 7500 А. Отсюда

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = 0.27.$$

Тот же результат мы получим на основе анализа линии K ионизованного кальция, которая в спектре квазара имеет длину волны 5000 А. Воспользуемся законом Хаббла-Леметра, чтобы найти расстояние до квазара:

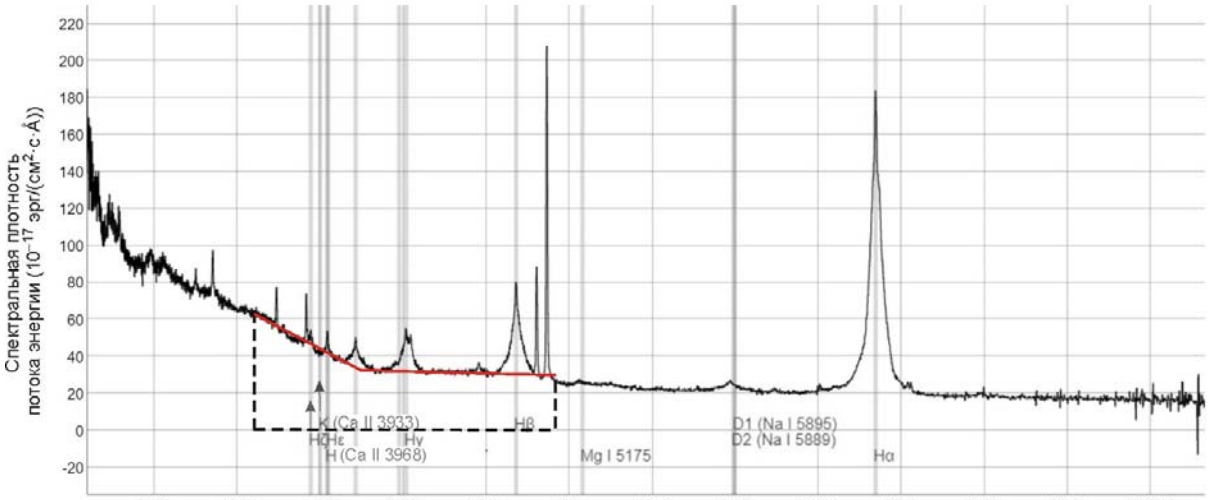
$$R = \frac{v}{H} = \frac{c \cdot z}{H} = 1.2 \text{ Гпк.}$$

Теперь найдем видимую звездную величину квазара. Для этого нам необходимо просуммировать значения потока в спектре квазара в диапазоне длин волн видимого диапазона V от 4600 Å до 6400 Å, то есть найти площадь фигуры, ограниченной по вертикали графиком и линией нулевого потока F=0, а по горизонтали – данными длинами волн. Как видно из графика, хоть у квазара наблюдаются мощные эмиссионные линии, основной вклад в общую плотность потока энергии вносит континуум. В диапазоне V он достаточно четко разделяется на два интервала. В первом – от 4600 до 5250 Å – плотность потока энергии убывает почти линейно, а среднее значение составляет $F_1 = 48 \cdot 10^{-17}$ эрг/(см^2·с·Å). Вклад в общую плотность энергии от этого участка есть

$$J_1 = F_1 \cdot \Delta\lambda_1 = 48 \cdot 650 \cdot 10^{-17} \text{ эрг/(см}^2\cdot\text{с)} = 3.12 \cdot 10^{-13} \text{ эрг/(см}^2\cdot\text{с).}$$

На втором участке – от 5250 до 6400 Å – плотность потока энергии в континууме практически постоянна со средним значением $F_2 = 32 \cdot 10^{-17}$ эрг/(см^2·с·Å). Отсюда

$$J_2 = F_2 \cdot \Delta\lambda_2 = 32 \cdot 1150 \cdot 10^{-17} \text{ эрг/(см}^2\cdot\text{с)} = 3.68 \cdot 10^{-13} \text{ эрг/(см}^2\cdot\text{с).}$$



Мы можем также учесть вклад наиболее ярких линий. Линия Hδ с длиной волны в спектре квазара около 5200 Å имеет ширину около 100 Å и средний поток на этом интервале $10 \cdot 10^{-17}$ эрг/(см^2·с·Å). Линия Hγ при той же характерной ширине имеет средний поток $20 \cdot 10^{-17}$ эрг/(см^2·с·Å), линия Hβ – $30 \cdot 10^{-17}$ эрг/(см^2·с·Å). Наконец, на длинноволновом краю нашей полосы видны две сильные, но узкие линии со средними интенсивностями (половинами максимума) 30 и 90 единиц и ширинами, которые мы оценим в 20 Å. В итоге, мы имеем оценку общего вклада от ярких спектральных линий:

$$J_3 = ((10+20+30) \cdot 100 + (30+90) \cdot 20) \cdot 10^{-17} \text{ эрг/(см}^2\cdot\text{с)} = 8.4\cdot 10^{-14} \text{ эрг/(см}^2\cdot\text{с)}.$$

Таким образом, поток энергии в линиях составляет всего 12% от потока в континууме. Общая плотность потока энергии равна $J = J_1+J_2+J_3= 7.64\cdot 10^{-13}$ эрг/(см$^2\cdot$с). Учитывая, что 1 эрг есть 10^{-7} Дж, мы можем перевести эту величину в систему СИ: $7.64\cdot 10^{-16}$ Вт/м^2.

Нам остается найти звездную величину квазара, сравнив полученную плотность потока энергии с солнечной. Про последнюю (J_0) нам известно, что она составляет 23% от общей солнечной постоянной, то есть $3.13\cdot 10^2$ Вт/м^2. Видимая звездная величина Солнца (m_0 =–26.8) нам известна. Применяем формулу Погсона:

$$m = m_0 - 2.5 \lg (J/J_0) = 17.2.$$

Источник данных:
https://dr16.sdss.org/optical/spectrum/view?mjd=58074&fiberid=154&plateid=7746&zwarning=0&matches=any

6. Система оценивания.

1 этап – 2 балла. Определение типа объекта. Указание квазара оценивается в 1 балл, еще 1 балл ставится за наличие обоснований.

2 этап – 3 балла. Определение расстояния до квазара. Этап подразумевает нахождение красного смещения (достаточно одной линии, точность 0.02, 2 балла) и нахождение расстояния по закону Хаббла (1 балл).

3 этап – 3 балла. Определение полной плотности потока излучения от квазара в спектральном диапазоне V, точность 10%. Участник может производить прямое интегрирование или разбивать диапазон на характерные интервалы, как сделано выше. Если участник не рассматривает вклад спектральных линий, оценка уменьшается на 1 балл. При этом, вероятно, погрешность оказывается больше 10%, но второй балл при этом не снимается.

Возможная неточность при выполнении задания: весь спектральный интервал рассматривается в линейном приближении с расчетом одного среднего или двух крайних значений плотности потока. Этап оценивается не выше 1 балла.

4 этап – 2 балла. Определение звездной величины квазара, точность 0.2^m.

Возможная ошибка участника: использование полной солнечной постоянной либо солнечной постоянной в видимом диапазоне, приведенной в справочных данных. Необходимо понимать, что весь видимый диапазон шире полосы V. Оценка снижается на 1 балл.

Максимальная оценка за решение задания – 10 баллов.