XXXI Всероссийская олимпиада школьников по астрономии, 2024 г.
Региональный этап. Задания и решения

9 класс

1. Условие. В одной из серий мультсериала «Футурама» главные герои во время визита на Луну попали в сложные обстоятельства. Оказавшись на дневной стороне Луны, они заметили стремительно приближающийся терминатор – линию раздела дня и ночи. Так как герои боялись, что на ночной стороне Луны они замерзнут, то им не оставалось ничего, как убегать от терминатора. Два путешественника, расположенные на одном меридиане Луны в 100 км друг от друга, бегут каждый вдоль своей параллели, все время оставаясь на терминаторе. При этом один из них бежит на 0.10 м/с быстрее, чем другой. Определите широты двух путешественников. Рельеф Луны не учитывать, Солнце находится в плоскости экватора Луны (*В.М. Бабин*).

1. Решение. Солнечные сутки на Луне равны синодическому периоду обращения Луны S = 29.53 суток. Поэтому скорость движения терминатора по поверхности Луны на широте φ выражается следующим образом:

$$v = \frac{2\pi R\cos\varphi}{S}.$$

Здесь R – радиус Луны. Пусть один путешественник находится в северном полушарии ближе к лунному экватору, на широте φ и движется со скоростью v. Второй находится на широте φ+Δφ. При этом мы знаем величину Δφ, она равна L/R (примерно 0.06 радиан или 3°, хотя это численное значение нам далее не понадобится). Здесь L – расстояние между путешественниками. Обратим внимание, что этот угол маленький, что дает нам возможность пользоваться столь простым соотношением. Скорость второго путешественника меньше на величину Δv, которая нам также известна. Тогда мы получаем

$$v - \Delta v = \frac{2\pi R\cos(\varphi + \Delta\varphi)}{S} = \frac{2\pi R\cos\varphi}{S} - \frac{2\pi R\sin\varphi\Delta\varphi}{S}.$$

Подставляя первую формулу решения во вторую, имеем

$$\Delta v = \frac{2\pi R\sin\varphi\Delta\varphi}{S}; \quad \varphi = \arcsin\frac{\Delta v \cdot S}{2\pi R\Delta\varphi} = \arcsin\frac{\Delta v \cdot S}{2\pi L} = 24^{\circ}.$$

Обратите внимание, что полученная широта оказалась независящей от радиуса Луны. Второй путешественник находится на широте 27°. Очевидно, у задачи есть второе решение с широтами –24° и –27°, которое также нужно назвать. Но вот в разных полушариях (один – в северном, один – в южном) путешественники быть не могут, так как тогда их широты будут не больше 3° по модулю, а разница скоростей не будет превосходить 0.01 м/с. Мы получили неплохое приближенное решение. Точные ответы, не требуемые от участников, составляют 22.3° и 25.6° по модулю широты. Скорости бега при этом составят 3.96 и 3.86 м/с соответственно.

1. Система оценивания.

1 этап – 4 балла. Выражение скорости движения терминатора по лунной поверхности в зависимости от широты.

Вероятная ошибка: в качестве периода смены длины и ночи на Луне берется ее орбитальный период, 27.32 дня. В этом случае оценка за этап уменьшается на 2 балла, однако все оставшиеся этапы оцениваются в полной мере.

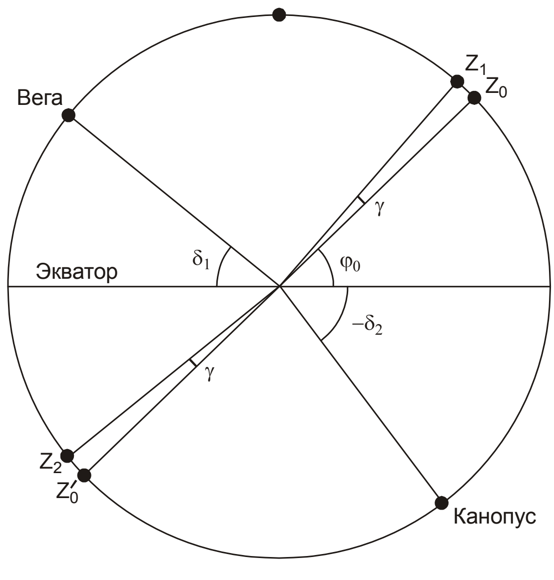
<u>2 этап – 4 балла.</u> Определение широт путешественников. Сами широты могут отличаться от указанных выше на 5°, но при этом их разница должна составлять 3° с погрешностью не более 1°. Участники могут выполнять решение разными способами: численным подбором или использованием формул приближенного вычисления. Нужно обратить внимание, что если участники примут за скорость v и широту φ характеристики не первого, а второго путешественника, то они получат широты 21° и 24°, что также считается правильным. Наиболее точным подходом является составление выражения для среднего значения между широтами и скоростями путешественников, они дадут правильный ответ с точностью до 0.1°. Все эти варианты в случае верного выполнения засчитываются полностью.

Примечание: При оценке работы жюри следует отдельно проверить, зависит ли полученный ответ от радиуса Луны (например, искусственно изменив радиус и проследив эффект от этого по решению участника). В реальности, радиус Луны влияет только на разницу между широтами путешественников, но практически не сказывается на самих широтах. Если широта существенно меняется – это указывает на неверный ход решения, а ответ, если он даже получился близким к правильному, может быть случайным или необоснованным.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

2. Условие. Звезда Вега (α = 18.5ч, δ = +39°) в некотором пункте в некоторый момент времени проходит кульминацию, при этом она оказывается на 10° выше, чем звезда Канопус (α = 6.5ч, δ = –53°), обе звезды расположены над горизонтом. Определите широту точки наблюдения. Рефракцию света не учитывать (*В.Б. Игнатьев*).

2. Решение. Мы видим, что прямые восхождения звезд отличаются на 12 часов (в реальности, разница прямых восхождений Веги и Канопуса чуть иная, но это фактически не меняет ответ на задачу). Мы можем их изобразить на большом круге небесной сферы, проходящем также через полюса мира (северный полюс обозначен буквой **N** на рисунке). В момент, описанный в условии, это будет плоскость небесного меридиана. Проведем биссектрису угла «Вега – наблюдатель – Канопус». Она образует с экватором угол φ_0, который мы можем определить из уравнения:



$$180° - \delta_1 - \varphi_0 = \varphi_0 - \delta_2.$$

Здесь δ_1 и δ_2 – склонения Веги и Канопуса. Отсюда получаем:

$$\varphi_0 = 90^{\circ} + \frac{\delta_2 - \delta_1}{2} = 44^{\circ}.$$

Если мы окажемся на широте $\pm\varphi_0$, то зенит окажется в точках $\mathbf{Z_0}$ или $\mathbf{Z_0'}$, равноудаленных на небе от Веги и Канопуса, что означает равенство их высот над горизонтом. Однако, по условию задачи Вега располагается на небе на Δh=10° выше Канопуса. Для выполнения этого условия зенит должен быть смещен в данной плоскости на угол $\gamma = \Delta h/2$ в сторону Веги. Таким образом, мы получаем искомые значения широт:

$$\varphi_1 = \varphi_0 + \Delta h/2 = +49°,$$
$$\varphi_2 = -\varphi_0 + \Delta h/2 = -39°.$$

В первом из этих случаев Вега располагается в нижней кульминации на высоте –2°, а Канопус – в верхней кульминации на высоте –12°. Во втором случае Вега в верхней кульминации на высоте +12°, Канопус в нижней кульминации на высоте +2°. Именно второй вариант удовлетворяет условию задачи.

2. Система оценивания. При проверке решения необходимо иметь ввиду, что многие участники будут выполнять его на основе стандартных формул для высот светила в верхней либо нижней кульминации. Этот подход оценивается полностью при условии его правильного и полного выполнения. Должны использоваться формулы, применимые для любой широты (в том числе южной) и склонения светила:

Верхняя кульминация: $h = 90° - |\varphi - \delta|$,
Нижняя кульминация: $h = -90° + |\varphi + \delta|$.

Возможно также использование комбинации формул для разных случаев, фактически соответствующих разным знакам выражения под модулем. Если же используются только частные формулы, чаще всего применяющиеся в северном полушарии $h = 90° - \varphi + \delta$ для верхней кульминации и $h = -90° + \varphi + \delta$ для нижней кульминации, то правильный ответ в этом задании вообще не может быть получен. Вероятным итогом подобного решения может оказаться первый из вариантов (широта +49°), который не удовлетворяет условию положительной высоты звезд над горизонтом. Если решение ограничивается этим ответом и окончательным выводом, что ответов, удовлетворяющих условию, нет – общая оценка не может превышать 3 баллов. Участник может перенести ответ напрямую в южное полушарие, получив значение –49°. Этот ответ правильным не является и уменьшает оценку еще на 1 балл.

Вне зависимости от хода решения, участники должны получить два возможных значения широты, при которых Вега окажется на 10° выше Канопуса, каждый из которых оценивается в 3 балла. Окончательный вывод при условии его правильности оценивается еще в 2 балла.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

3. Условие. Вокруг звезды с радиусом 0.64 радиуса Солнца и температурой 3850 K по круговой орбите с радиусом 0.3 а.е. обращается кубический космический аппарат, одна грань которого представляет собой квадратную солнечную батарею с длиной стороны 40 см, ее КПД равен 15%. Аппарат должен был двигаться так, чтобы батарея всегда располагалась перпендикулярно направлению на звезду, обеспечивая максимальное энерговыделение. Однако в некоторый момент времени система ориентирования аппарата сбилась. При каком максимальном угле поворота оси батареи относительно правильного положения аппарат еще сможет функционировать, если для работы его приборов необходима мощность 20 Вт? (*А.В. Веселова*)

3. Решение. Определим, какая энергия падает ежесекундно на солнечную батарею. Для этого оценим освещенность на расстоянии 0.3 а.е. от звезды:

$$E = \frac{L}{4\pi r^2}.$$

При этом сначала необходимо определить светимость звезды. Воспользуемся законом Стефана–Больцмана:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 = 4\pi \cdot (0.64 \cdot 7 \cdot 10^8)^2 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 3850^4 = 3.1 \cdot 10^{25} \text{ Вт}.$$

Теперь оценим освещенность:

$$E = \frac{3.1 \cdot 10^{25}}{4\pi \cdot (0.3 \cdot 1.5 \cdot 10^{11})^2} = 1.2 \cdot 10^3 \text{ Вт / м}^2.$$

Если бы солнечная батарея была ориентирована перпендикулярно направлению на звезду, через нее за секунду проходила бы энергия, равная

$$Q = E \cdot S = E \cdot a^2 = 1.2 \cdot 10^3 \cdot 0.4^2 = 192 \text{ Дж}.$$

С учетом КПД, на функционирование аппаратуры оставалось бы 192·0.15=29 Дж. Таким образом, при правильной ориентации КА в пространстве его приборы получали бы P_0=29 Вт мощности и могли бы работать. Если ось аппарата отклонится на угол γ, мощность работы батареи уменьшится до $P=P_0 \cdot \cos\gamma$. Остается определить предельный угол γ, при которой мощность уменьшится до граничного значения 20 Вт:

$$\gamma = \arccos(20/29) \approx 45°.$$

3. Система оценивания.

<u>1 этап – 2 балла.</u> Определение светимости звезды, которая может быть выражена в ваттах и/или светимостях Солнца.

<u>2 этап – 2 балла.</u> Определение плотности потока энергии от звезды на требуемом расстоянии. Величина может быть также выражена в единицах солнечной постоянной на Земле.

<u>3 этап – 2 балла.</u> Вычисление мощности солнечной батареи при правильной ориентации аппарата, точность 2 Вт.

<u>4 этап – 2 балла.</u> Вычисление максимального угла поворота оси батареи, точность 5°.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

4. Условие. Звезда 15^m обращается вокруг темного объекта значительно большей массы по круговой орбите. Гелиоцентрическое собственное движение звезды меняется циклически с периодом 60 лет, при этом его минимальное значение по модулю составляет от 0.030″/год, а максимальное 0.050″/год, направление гелиоцентрического собственного движения при этом остается постоянным. Гелиоцентрическая лучевая скорость колеблется от 10 км/с до 50 км/с тем же периодом, также не меняя направления. Найдите светимость звезды и массу темного объекта. Межзвездное поглощение света не учитывать (*О.С. Угольников*).

4. Решение. Собственное движение звезды меняется от 0.030″/год до 0.050″/год, сохраняя направление. Из этого мы можем сделать несколько выводов. С учетом круговых орбит мы получаем, что центр масс системы имеет собственное движение 0.040″/год, а орбитальное движение оптической звезды соответствует собственному движению 0.010″/год. Коль скоро собственное движение не меняет направления в ходе орбитального периода, плоскость орбиты звезды содержит как вектор скорости центра масс, так и луч зрения. Из последнего факта мы имеем, что амплитуда изменений лучевой скорости (±20 км/с) равна орбитальной скорости звезды. Лучевая скорость центра масс системы равна 30 км/с, хотя для дальнейшего решения это нам не потребуется.

Зная орбитальную скорость звезды v и период T, мы находим радиус орбиты:

$$R = \frac{vT}{2\pi} \approx 40 \text{ а.е.}$$

Массу центрального объекта (в массах Солнца) можно найти из III закона Кеплера

$$M(M_0) = \frac{R^3(\text{а.е.})}{T^2(\text{годы})} \approx 18.$$

Переводя орбитальную скорость звезды (20 км/с) в а.е. в год, мы получаем

$$20 \cdot (86400 \cdot 365.25 / 1.496 \cdot 10^8) = 20 / 4.74 = 4.2 \text{ а.е./год.}$$

Это движение в небе Земли происходит с угловой скоростью 0.010″/год. Таким образом, расстояние в 4.2 а.е. видно с Земли под углом 0.01″, и расстояние до звезды l составляет 420 пк. Теперь мы можем найти абсолютную звездную величину звезды

$$m_0 = m + 5 - 5\lg l = 6.9.$$

Она на 2.2^m больше, чем у Солнца, следовательно, светимость звезды есть $10^{-0.4\cdot 2.2} \sim 0.1$ светимости Солнца.

4. Система оценивания.

<u>Этап 1 – 2 балла.</u> Определение амплитуды величины собственного движения звезды, связанного с ее орбитальным движением. Засчитывается только в случае правильного ответа (0.010″/год).

<u>Этап 2 – 1 балла.</u> Определение амплитуды лучевой скорости звезды, связанной с ее орбитальным движением. Засчитывается только в случае правильного ответа (20 км/с).

Этап 3 – 1 балл. Вывод о том, что орбита лежит на луче зрения, и амплитуда лучевой скорости равна полной орбитальной скорости. Может быть сделан в явном виде или вытекать из рассуждений участника. Если данный факт принимается без обоснования по собственному движению – этап не засчитывается, остальные оцениваются, исходя из их выполнения.

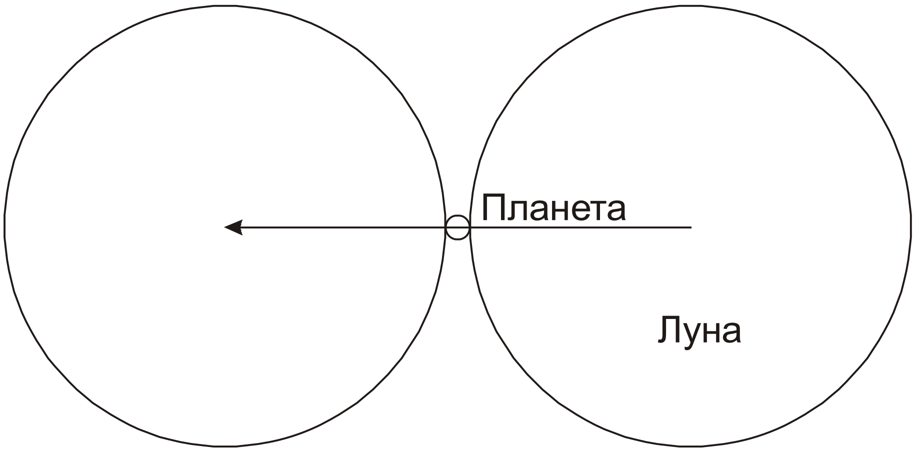
Этап 4 – 2 балла. Определение массы темной компоненты. Точность (без учета ошибок, вызванных неправильным выполнением этапов 1-2) – 10%, при ошибке до 20% выставляется 1 балл.

Этап 5 – 2 балла. Определение светимости звезды. Точность (без учета ошибок, вызванных неправильным выполнением этапов 1-2) – 10%, при ошибке до 20% выставляется 1 балл.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

5. Условие. Определите максимальную продолжительность покрытия Луной планеты вместе с частными фазами при наблюдении у горизонта с полюса Земли. Для какой планеты и в какой конфигурации достигается этот максимум? Считать, что орбиты планет вокруг Солнца и Луны вокруг Земли круговые и все лежат в одной плоскости. Помехи от Солнца при наблюдении не учитывать (*О.С. Угольников*).

5. Решение. По условию задачи, наблюдения проводятся у горизонта с полюса Земли, поэтому движения наблюдателя за счет осевого вращения Земли нет, а расстояние от наблюдателя до Луны равно ее геоцентрическому расстоянию. В этом случае продолжительность покрытия определяется угловыми размерами Луны и планеты и угловыми скоростями их движения среди звезд по земному небу:



В течение центрального покрытия Луна в своем движении относительно планеты должна пройти угловой путь, равный сумме видимых диаметров Луны и планеты, D+d. Длительность покрытия с частными фазами составит:

$$T = \frac{D+d}{\Omega - \omega}.$$

Здесь Ω и ω – угловые скорости движения Луны и планеты. Так как орбита Луны считается круговой, ее угловая скорость положительна и постоянна, она равна $360°/T_L$ = 13.18°/сут (здесь T_L – период вращения Луны по орбите). Угловая скорость движения планеты по небу ω положительна при прямом движении и отрицательна при попятном (вблизи противостояния внешних планет и нижнего соединения для внутренних).

Чтобы найти максимальную длительность явления, рассмотрим, как на нее влияют факторы угловых размеров и движения планет. Угловой размер планеты увеличивает длительность явления, но даже для планет с самыми большими видимыми размерами (около 60″ для Венеры и 50″ для Юпитера) относительный эффект (d/D) составляет порядка 0.03. Обратим внимание, что такие большие размеры Венеры и Юпитера соответствуют их попятному движению, когда величина ω отрицательна и длительность покрытия уменьшается.

Эффект движения планеты может повлиять на длительность в существенно большей степени. Очевидно, нас интересует момент максимальной угловой скорости ω, который наступает в верхнем соединении планеты (помехи от Солнца мы по условию задачи не учитываем). Максимальная угловая скорость планеты составляет

$$\omega = \frac{v + v_0}{a + a_0} = \omega_0 \frac{1 + \sqrt{a_0 / a}}{1 + a / a_0}.$$

Здесь v и v_0 – орбитальные скорости планеты и Земли, a и a_0 – радиусы их орбит, ω_0 – угловая скорость движения Земли по орбите (0.986º/сут). Максимальная угловая скорость будет у Меркурия (a/a_0 = 0.387): ω = 1.85º/сут. Таким образом, этот фактор увеличивает длительность на (ω/Ω) ~ 14%, что значительно больше эффекта от видимых размеров планеты. Угловой диаметр Луны для круговой орбиты равен 0.518º. В верхнем соединении угловой диаметр Меркурия составляет 5″, что учитывать необязательно. Продолжительность покрытия составляет 1.10 часа.

Необходимо добавить, что в рамках условия задания такое покрытие произойдет в одной точке неба с Солнцем. Однако, продолжительность практически не изменится, если Луна и Меркурий чуть отступят на небе от Солнца, а фактор засветки по условию задания мы в расчет не принимаем. В реальности, Меркурий вблизи верхнего соединения имеет блеск до -2^m, есть примеры его обнаружения в телескоп в 3-5° от Солнца, так что покрытие, близкое к описанному, вполне может наблюдаться.

5. Система оценивания.

1 этап – 1 балл. Правильное выражение для длительности покрытия Луной планеты. Оно должно учитывать угловые скорости как Луны, так и планеты, а также их угловые размеры. Если в решении опускается фактор движения либо угловых размеров планеты – этап не засчитывается.

2 этап – 1 балл. Вывод о том, что основным фактором, влияющим на длительность покрытия, является угловая скорость планеты, а не ее угловой диаметр. Вывод может быть сделан в явном виде или на основе вычислений для разных планет с учетом обоих факторов.

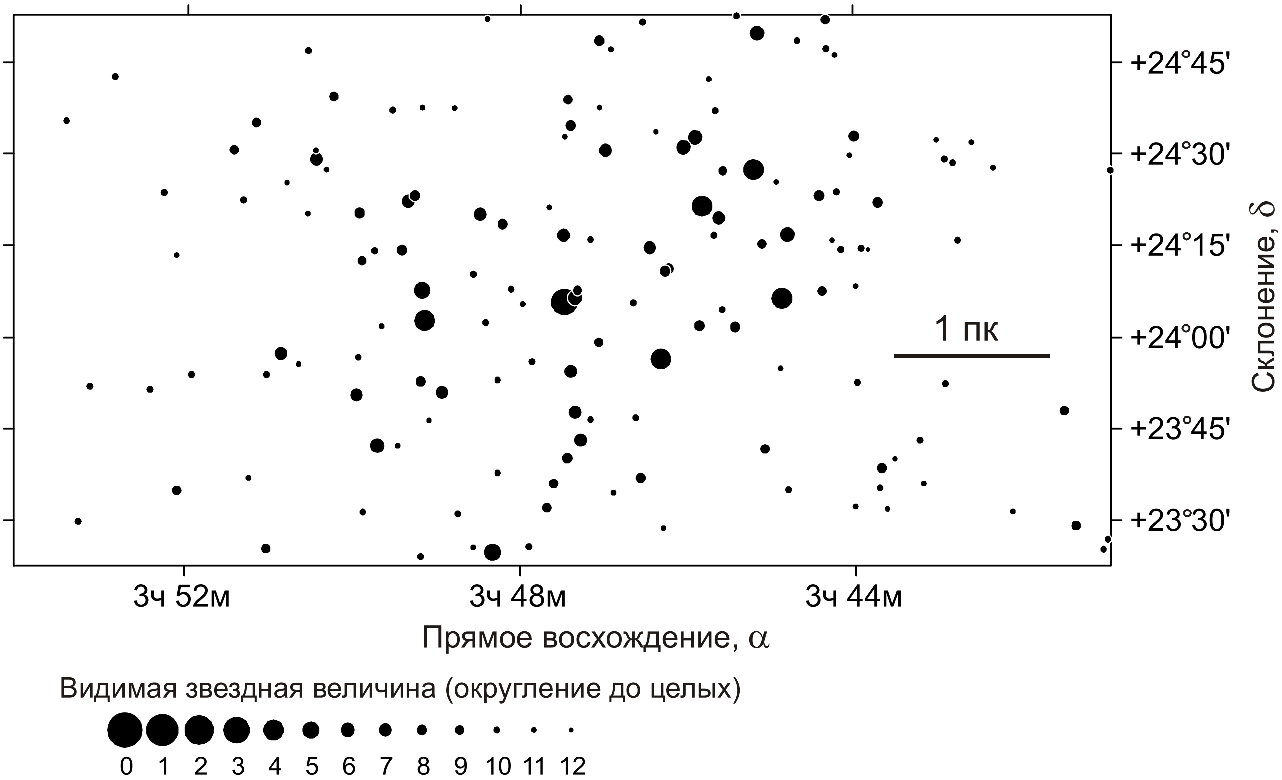
3 этап – 2 балла. Указание планеты, покрытие которой будет наиболее длительным. Выставляется только при правильном ответе – Меркурий, во всех иных случаях этап не засчитывается.

4 этап – 2 балла. Указание правильной конфигурации планеты (верхнее соединение). Ответ «нижнее соединение» либо же просто «соединение», если речь идет о внутренней планете, правильным не является, оба балла не выставляются. Если участник считает, что планета внешняя (то есть, неправильно выполняет третий этап), то за четвертый этап ему выставляется 1 балл, если указывается конфигурация «соединение».

<u>5 этап – 2 балла.</u> Определение максимальной длительности покрытия, точность 0.1 часа. При ошибке до 0.2 часа за этап выставляется 1 балл.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

6. Условие. Перед Вами – звездная карта с рассеянным звездным скоплением Плеяды в созвездии Тельца. На карте также нанесен отрезок, соответствующий длине равно в 1 пк на расстоянии скопления (считаем, что все звезды скопления удалены от нас на одинаковое расстояние). Исходя из этого, определите, сколько звезд в Плеядах имеют светимость больше 550 солнечных. Считайте, что Плеядам принадлежат все звезды, попавшие на карту (*О.С. Угольников*).



6. Решение. Измерив длину отрезка, соответствующего 1 пк на карте и сравнив его с ценами деления по склонению (1° склонения всегда соответствует 1° углового расстояния, а вот для прямого восхождения это не так), мы получаем, что 1 пк на карте соответствует углу в 0.42° или примерно (1/135) радиан. Из этого следует, что расстояние до Плеяд r составляет 135 пк.

Если светимость какой-либо звезды составляет 550 солнечных, то ее абсолютная звездная величина есть

$$m_0 = 4.7 - 2.5 \lg 550 = -2.15.$$

Видимая звездная величина на расстоянии r будет равна

$$m = m_0 - 5 + 5 \lg r = +3.5.$$

Таким образом, нам надо пересчитать все звезды, которые на карте помечены как звезды 3-й величины или ярче. Такая звезда в Плеядах одна – Альциона, она расположена прямо в центре карты.

6. Система оценивания.

1 этап – 3 балла. Измерение углового расстояния, соответствующего 1 пк в Плеядах, по карте. Угловое расстояние может быть выражено в градусах или радианах, точность 0.02° или 0.0004 рад.

Возможная ошибка: определение масштаба карты по ценам деления по прямому восхождению, что приводит к погрешности около 10%. Данный этап не засчитывается, остальные оцениваются в полной мере.

2 этап – 1 балл. Определение расстояния до Плеяд. Засчитывается в том случае, если расстояние оказывается равным ($1/\gamma$), где γ – найденный участником перед этим угол, выраженный в радианах (при этом участник может выражать его только в градусах).

3 этап – 2 балла. Определение абсолютной звездной величины звезды в 550 светимостей Солнца либо определение видимой звездной величины Солнца на расстоянии скопления (10.3^m). Точность – 0.3^m без учета ошибок, сделанных на предыдущих этапах. При ошибке до 1^m этап оценивается в 1 балл.

4 этап – 2 балла. Предельная звездная величина для соответствия условию задачи на карте. Точность – 0.3^m без учета ошибок, сделанных на предыдущих этапах. При ошибке до 1^m этап оценивается в 1 балл.

5 этап – 2 балла. Количество звезд, удовлетворяющих условию задачи. Если предыдущие этапы выполнены верно, то последний этап засчитывается 2 баллами в случае правильного ответа (одна звезда). Если же предыдущие этапы привели к иному значению предельной звездной величины, то последний этап оценивается, исходя из расчета количества звезд до найденного предела, но только одним баллом.

Максимальная оценка за решение – 10 баллов.