

## Содержание

|                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| 11.7. Галактическая клякса.....   | 2 |
| 11.8. Пасхальная задача.....      | 4 |
| 11.9. Бегущий в спектрографе..... | 8 |

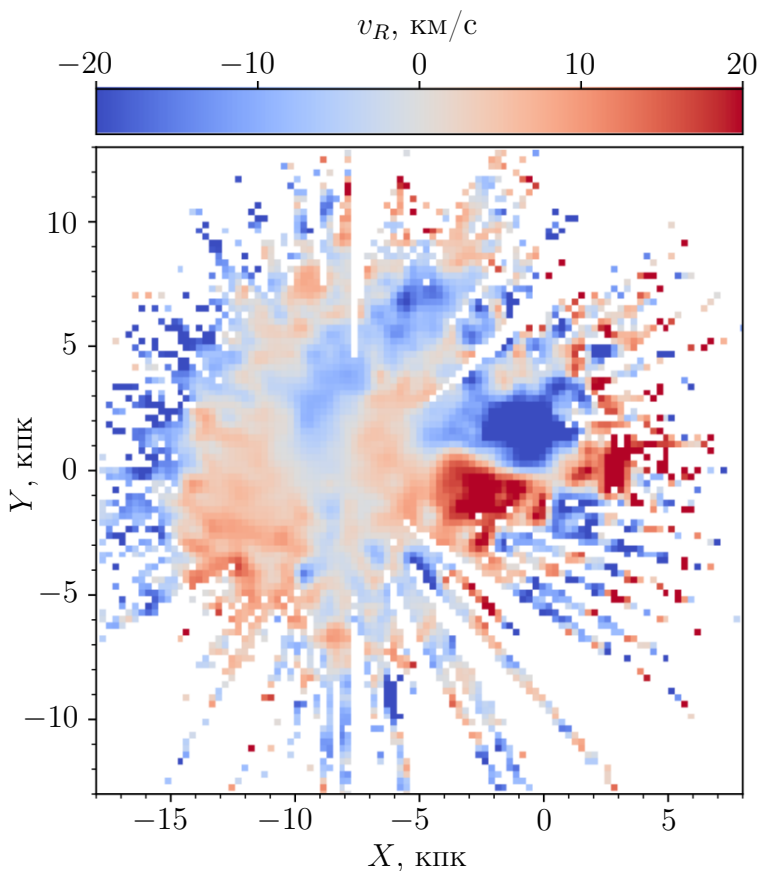
## 11.7. Галактическая клякса

*В.Д.Зозуля*

Вам дана карта распределения радиальной компоненты скорости звезд в плоскости диска Галактики относительно ее центра, полученная по данным каталогов GAIA DR2 (параллаксы и угловые скорости) и APOGEE (лучевые скорости и спектры звезд). Исходя из этой карты:

- Оцените расстояние от Солнца до центра Галактики.
- Объясните, почему в центральной области наблюдается такая картина распределения радиальной скорости. Оцените размер большой оси бара и угол его поворота относительно луча «Солнце – центр Галактики».
- В рамках современных представлений считается, что бар не может выходить за пределы радиуса коротации, на котором угловая скорость вращения звезд оказывается равной угловой скорости бара. Исходя из этого, получите верхнюю оценку угловой скорости бара в км/с/кпк.

Мы «смотрим» на плоскость диска Галактики с ее северного полюса, положительные значения радиальной компоненты скорости соответствуют удалению от центра Галактики. Напомним также, что бар — перемычка в центральной области галактики, состоящая из звезд, движущихся по орбитам, вытянутым вдоль большой оси бара, в системе отсчета, вращающейся вместе с баром.



### Решение.

- На изображении видно, что центр Галактики отмечен координатами  $[0, 0]$ , но его положение можно было бы найти как середину симметричной структуры, напоминающей

четыре лепестка (об этой структуре позже). Положение Солнца находится как продолжение «лучей». Это узкие поля обзоров (в частности APOGEE), направленные от Солнца на конкретную область неба. Расстояние до центра Галактики, исходя из изображения, равно примерно 8 кпк.

- В.** Как упоминалось в условии, бар — это структура, состоящая из звезд, которые движутся по вытянутым вдоль большой оси бара орбитам. В таком случае радиальная скорость на орбите должна быть нулевой в точках, находящихся на большой и малой оси бара. В промежутках между ними звезда последовательно увеличивает расстояние от центра (красные области) и уменьшает его (синие области). Отсюда следует, что структура из красных и синих «лепестков» связана с движением звезд по вытянутым вдоль бара орбитам. Следовательно, на изображении линия нулевой скорости (между синей и красной областью) ориентирована вдоль большой оси бара и расположена под углом  $15^\circ < \alpha < 30^\circ$  к оси  $X$ , размер бара можно оценить по положению концов «лепестков» на расстоянии от 4 до 6 кпк от центра Галактики.

Может ли это быть не большой, а малой осью бара? Так как мы смотрим на Галактику с северного полюса, Солнце на изображении должно двигаться по часовой стрелке, в ту же сторону движутся звезды в баре. Если бы выделенная нами структура была малой осью бара, то красные и синие области поменялись бы местами.

- С.** Известно, что на расстоянии 4–5 кпк кривая вращения Галактики начинает выходить на плато с постоянной скоростью вращения  $v \approx 220 - 240$  км/с. Отсюда можно оценить угловую скорость движения звезд по круговым орбитам на конце бара и получить верхнюю оценку на угловую скорость бара  $\Omega = v/R = 36 - 60$  км/с/кпк в зависимости от оценки размера бара и скорости вращения Галактики. Надо отметить, что в современных исследованиях угловая скорость бара в среднем оценивается в пределах от 33 до 40 км/с/кпк, хотя встречаются работы и со значением в 25 км/с/кпк. Большой разброс связан с большой погрешностью данных вблизи центра Галактики и разными подходами научных групп к анализу этих данных.

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Критерии оценивания.</b>   | <b>25</b> |
| <b>К1.</b> Точки и расстояния между ними .....                        | <b>7</b>  |
| • верное обоснованное определение положения центра Галактики .....    | <b>2</b>  |
| • верное обоснованное определение положения Солнца .....              | <b>4</b>  |
| • определение расстояния между двумя точками .....                    | <b>1</b>  |
| При отсутствии объяснений: не более 1 балла за каждый подпункт.       |           |
| <b>К2.</b> Геометрия бара .....                                       | <b>12</b> |
| • верное объяснение наличия границ бара .....                         | <b>2</b>  |
| • верное объяснение смены знака лепестков .....                       | <b>2</b>  |
| • указание на линию между лепестками как на ось бара .....            | <b>2</b>  |
| • значение большой полуоси бара от 4 до 6 кпк .....                   | <b>2</b>  |
| • значение угла от $15^\circ$ до $30^\circ$ .....                     | <b>2</b>  |
| • объяснение типа полуоси .....                                       | <b>2</b>  |
| <b>К3.</b> Кинематика бара .....                                      | <b>6</b>  |
| • верная обоснованная оценка скорости на конце бара .....             | <b>3</b>  |
| • верная формула для угловой скорости бара .....                      | <b>1</b>  |
| • оценка угловой скорости бара в интервале от 30 до 60 км/с/кпк ..... | <b>2</b>  |

## 11.8. Пасхальная задача

*В.В.Григорьев*

Вам дана фотография, сделанная на острове Пасхи. На ней видно то, чем в первую очередь известен этот остров — одна из многочисленных каменных статуй моаи. Также на фотографии видны звезды, экваториальные координаты некоторых из них приведены в таблице ниже. Отметим, что самая нижняя яркая точка является фонарем, а не звездой или отражением чего-либо в воде.



Определите (и обязательно опишите методику определения):

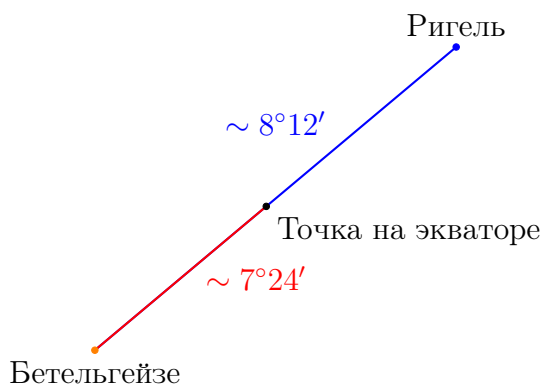
- направление, куда был обращен фотоаппарат во время съемки;
- широту острова;
- звездное время момента съемки;
- дату съемки, в предположении, что фотография сделана точно в местную солнечную полночь;
- расстояние от статуи до фотоаппарата, если известно, что ширина статуи в области груди равна 1.2 м.

| Название    | $\alpha$   | $\delta$        |
|-------------|------------|-----------------|
| Альнилам    | $5^h 36^m$ | $-01^\circ 12'$ |
| Альнитак    | $5^h 41^m$ | $-01^\circ 57'$ |
| Беллатрикс  | $5^h 25^m$ | $+06^\circ 21'$ |
| Бетельгейзе | $5^h 55^m$ | $+07^\circ 24'$ |
| Минтака     | $5^h 32^m$ | $-00^\circ 18'$ |
| Ригель      | $5^h 15^m$ | $-08^\circ 12'$ |
| Саиф        | $5^h 48^m$ | $-09^\circ 40'$ |
| Сириус      | $6^h 45^m$ | $-16^\circ 43'$ |
| М42         | $5^h 35^m$ | $-05^\circ 23'$ |

### Решение.

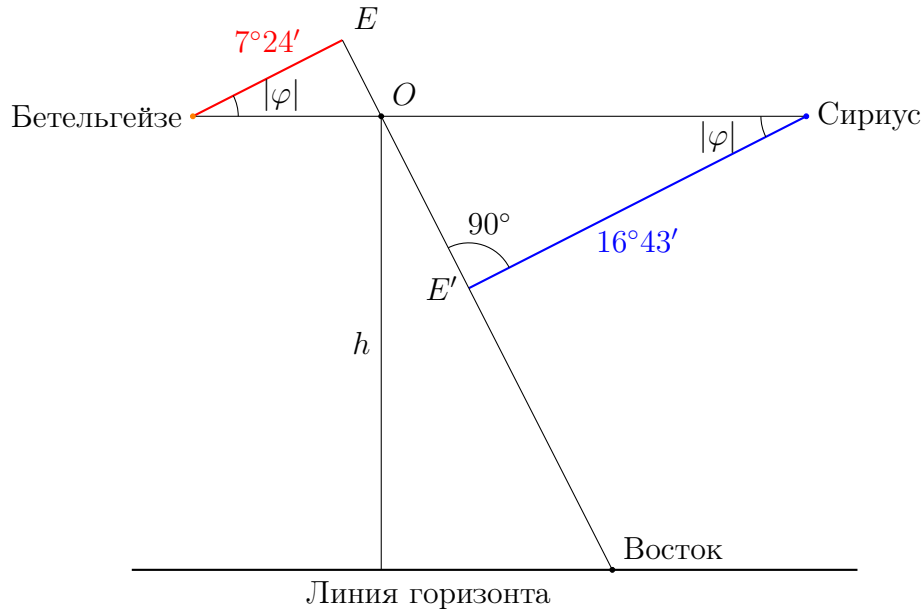
Известно, что остров Пасхи находится в Тихом океане в Южном полушарии. На фотографии виден Орион (причем низко над горизонтом) являющийся экваториальным созвездием, значит, на ней точно присутствует точка востока или запада (пересечение небесного экватора и горизонта). Большая туманность Ориона расположена выше пояса, значит Южное полушарие неба находится справа сверху, то есть мы смотрим на восток, а статуя лицом обращена на юг.

Зная координаты звезд, можно построить небесный экватор и тем самым определить положение точки востока. Первый способ — взять пару звезд из разных полушарий, соединить их отрезком, по известным значениям склонений пропорционально поделить отрезок на два. Точка, которой отрезок делится, и будет лежать на экваторе. Взяв несколько пар звезд (например, Ригель–Беллатрикс, Бетельгейзе–Саиф, Бетельгейзе–Сириус), можно уверенно провести экватор при помощи линейки.



Если отнять от  $90$  градусов угол между небесным экватором и горизонтом (измерив его транспортиром), то мы как раз получим широту.

Другой (несколько более точный) способ нахождения широты — заметить, что Сириус и Бетельгейзе находятся на одной (небольшой) высоте над горизонтом  $h$  (с точностью до «размазывания» их изображений).



Так как меридианы перпендикулярны небесному экватору  $EE'$  (см. схему), можно легко записать плоскую теорему синусов (сферическая большого выигрыша в точности не даст, но дополнительные сложности с вычислениями обеспечит) для треугольников Бетельгейзе– $E$ – $O$  и Сириус– $E'$ – $O$ . Координаты звезд записаны с соответствующими индексами  $B$  и  $S$ . После несложных преобразований получим

$$(|\delta_S| + |\delta_B|) \operatorname{tg} |\varphi| = (\alpha_S - \alpha_B) \quad \Rightarrow \quad |\varphi| = \operatorname{arctg} \frac{0^h 50^m}{24^{\circ} 7'} = 27.4^{\circ}.$$

Теперь найдем прямое восхождение  $\alpha_O$  точки  $O$  из координат Сириуса и Бетельгейзе:

$$\alpha_O = \frac{\alpha_B \cdot |\delta_S| + \alpha_S \cdot |\delta_B|}{|\delta_B| + |\delta_S|} = \frac{6.75^h \cdot 7.4^{\circ} + 5.92^h \cdot 16.72^{\circ}}{7.4^{\circ} + 16.72^{\circ}} = 6.17^h = 6^h 10^m$$

Можно измерить высоту Сириуса линейкой (именно под ним линия горизонта более надежно прорисовывается) или заметить, что она равна угловому расстоянию между М42 и Сириусом. Тогда по известным координатам находим это расстояние:  $h = 20^{\circ} 30'$ .

Из геометрических соображений ясно, что

$$\alpha_E = \alpha_O + h / \cos |\varphi| = 6.17^h + 20.5^{\circ} / (15^{\circ/h} \cos 27.4^{\circ}) = 7.71^h = 7^h 43^m.$$

Отнимая от этой величины  $6^h$  (точка востока отстоит от точки экватора, что сейчас в верхней кульминации на  $90^{\circ}$ ) получаем звездное время  $s = 1^h 43^m$ .

По условию задачи фото сделано в местную солнечную полночь (Солнце — в нижней кульминации под точкой Юга), значит, оно отстоит еще на  $90^\circ$  от точки востока и имеет прямое восхождение  $\alpha_\odot = 13^h43^m$ , что соответствует датам середины октября (в зависимости от способа счета: при равномерном изменении прямого восхождения или «честно»). В эти дни уравнение времени достигает весьма большого значения  $\eta \approx 15^m$ . В итоге допустимый разброс дат 14–20 октября.

Осталось получить расстояние от фотоаппарата до статуи. Можно воспользоваться линейкой и масштабом фотографии, который оказывается равным примерно  $15' = 1^m$  на 1 мм. Но можно заметить, что угловой размер груди примерно равен угловому расстоянию между Ригелем и Саифом, которое составляет около  $8^\circ15'$ . Тогда расстояние  $L = 8$  метров.

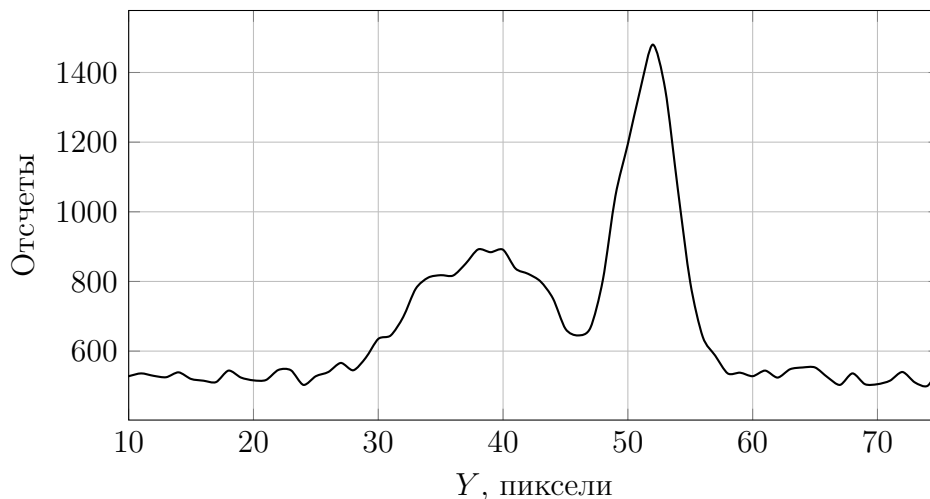
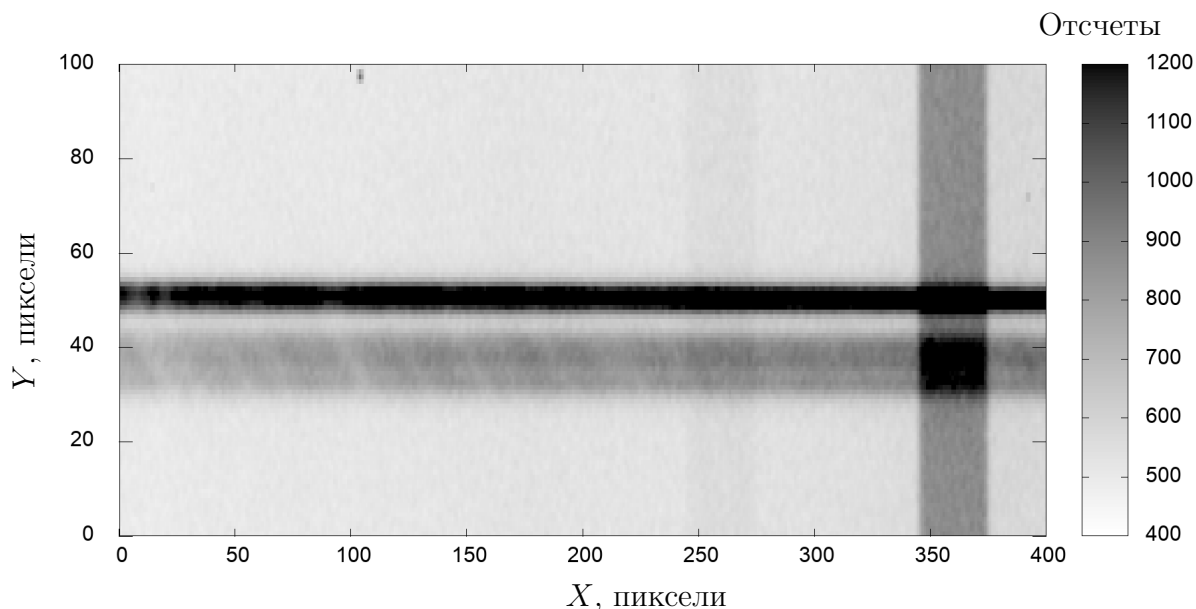
|  |           |
|--|-----------|
| <b>Критерии оценивания.</b>  | <b>25</b> |
| <b>К1.</b> Направление (восток) .....  | <b>4</b>  |
| • Описание методики/рассуждения/чертеж .....   | <b>3</b>  |
| • Итоговый результат .....   | <b>1</b>  |
| <b>К2.</b> Широта ( $27^\circ \pm 5^\circ$ ) .....   | <b>6</b>  |
| • описание метода .....  | <b>3</b>  |
| – по поясу Ориона .....  | <b>2</b>  |
| – по С-Ю звездам .....   | <b>3</b>  |
| – по одинаковой высоте .....   | <b>3</b>  |
| • вычисления/измерения .....   | <b>2</b>  |
| • результат .....  | <b>1</b>  |
| <b>К3.</b> Звездное время ( $s = 1^h43^m \pm 20^m$ ) .....   | <b>5</b>  |
| • описание метода .....  | <b>2</b>  |
| • вычисления .....   | <b>2</b>  |
| • результат .....  | <b>1</b>  |
| <b>К4.</b> Дата ( $17 \pm 3$ октября) .....  | <b>5</b>  |
| • описание метода .....  | <b>2</b>  |
| • верное указание на уравнение времени .....   | <b>1</b>  |
| • результат .....  | <b>2</b>  |
| Если дата или параметры Солнца или что-то еще вступают в противоречие сами с собой или условием: не более 1 балла за критерий. |           |
| <b>К5.</b> Расстояние до статуи ( $8 \pm 2$ м) .....   | <b>5</b>  |
| • описание метода/чертеж .....   | <b>2</b>  |
| • вычисления/измерения .....   | <b>2</b>  |
| • результат .....  | <b>1</b>  |

## 11.9. Бегущий в спектрографе

*А.М.Татарников, С.Г.Желтоухов*

На 2.5-м телескопе КГО ГАИШ МГУ с использованием спектрографа TDS с входной щелью шириной  $10''$  наблюдался небольшой астероид в его «великом» противостоянии. Экспозиция составила 600 секунд, телескоп при этом сопровождал астероид, удерживая его в одном месте фокальной плоскости. На изображении показаны спектры астероида и какой-то звезды поля, а на графике представлен вертикальный разрез этого же спектра в области, свободной от сильных спектральных линий. Известно, что звезда имеет блеск  $14.0^m$ . Оцените звездную величину астероида в момент наблюдения и его характерные размеры, считая, что его альbedo совпадает с альbedo Луны.

Орбитальный период астероида составляет 1100 суток, эксцентриситет орбиты 0.45, наклон орбиты равен  $0^\circ$ . На спектре координата  $X_0 = 360$  соответствует длине волны  $5577 \text{ \AA}$ , 1 пиксель по оси  $X$  соответствует  $1 \text{ \AA}$ . Пиксели на ПЗС-матрице квадратные, изображение растянуто по вертикали для удобства восприятия





**Решение.**

На изображении мы видим один из спектров с сильно наклоненными линиями. В данном случае наклон возникает не из-за быстрого вращения объекта, а из-за того, что попавшая в щель звезда медленно двигалась внутри большой щели спектрографа вследствие слежения телескопа не за звездами, а за двигающимся относительно них астероидом. Верхний узкий спектр и является спектром астероида. Также на изображении видны широкие вертикальные полосы, которые являются линиями излучения неба.

По кадру можно определить, что ширина линии неба составляет примерно 28 пикселей, что соответствует  $10''$  дуги на небе. Ширина же проекции наклонной линии в спектре звезды на ось длин волн составляет примерно 14 пикселей. Это означает, что звезда экспонировалась только в конце или в начале кадра и не успела пройти всю щель за экспозицию (что мы более точно определим в дальнейшем). Полная длина наклонной линии в спектре звезды примерно 20 пикселей или примерно  $7''$ . Для оценки времени, в течение которого экспонировался спектр звезды, найдем угловую скорость астероида, учитывая, что он находится в противостоянии и в перигелии.

Большая полуось орбиты астероида  $a = T^{2/3} = 2.09$  а.е. Соответственно, расстояние до Земли  $r_e = a \cdot (1 - e) - 1 = 0.15$  а.е. Также мы можем найти скорость движения этого астероида, зная орбитальную скорость Земли  $V_e \approx 30$  км/с:

$$V_a = \frac{V_e}{\sqrt{a}} \cdot \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \approx 34 \text{ км/с.}$$

Далее мы находим угловую скорость астероида относительно звезд, разделив относительную скорость на расстояние до Земли. Получаем

$$\omega = \frac{V_a - V_e}{r_e} = 0.035''/\text{с.}$$

Зная, что звезда прошла по щели  $7''$ , находим время экспонирования звезды

$$T_s = \frac{7}{\omega} \approx 200 \text{ с,}$$

что составляет треть от времени экспозиции астероида.

Далее нам необходимо определить отношения сигналов от астероида и звезды в спектре. Для этого обе кривые на графике среза спектра можно примерно аппроксимировать трапециями и найти их площади, не забыв предварительно вычесть фон. Получаем, что от астероида за время  $T_{exp}$  получено 4500 отсчетов, а от звезды за время  $T_s$  — 5300 отсчетов. Таким образом, звездная величина астероида

$$m_a = m_s - 2.5 \lg \left( \frac{5300/T_{exp}}{4500/T_s} \right) \approx 15^m.$$

Получается, что астероид более чем на  $1^m$  слабее попавшей в поле зрения телескопа звезды, несмотря на то, что его спектр выглядит ярче. Теперь оценим линейный размер астероида по его яркости, сравнив этот астероид с Луной в полнолунии. Астероид дальше Луны в  $0.15 \text{ а.е.}/384400 \text{ км}$  раз, и одновременно в  $2.512^{12.7+15}$  раз слабее. Также надо учесть, что

астероид находится чуть дальше от Солнца, чем Луна, хотя, с учетом точности исходных для данного этапа данных, это не строго обязательно.

Отсюда мы получаем, что диаметр астероида составляет примерно  $1/5000$  диаметра Луны, то есть около 700 метров.

Отметим, что в условии задачи представлены реальные наблюдения астероида Eris. Во время наблюдений он находился в более сложной для расчета точке, но двигался с такой же угловой скоростью, как и в задаче. Следует также отметить, что при попытке посчитать скорость вращения «астероида» по наклону линий в спектре звезды, получится скорость более 300 км/с, что совершенно нереалистично.

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Критерии оценивания.</b>   | <b>25</b> |
| <b>К1. Измерения спектра</b> .....                                      | <b>4</b>  |
| • Указание, где звезда, а где астероид .....                            | <b>2</b>  |
| • Измерение ширины спектральной линии/щели в пикселях .....             | <b>1</b>  |
| • Измерение длины трека звезды в пикселях .....                         | <b>1</b>  |
| <b>К2. Движение звезды</b> .....  | <b>6</b>  |
| • Вывод о том, что звезда наблюдалась не всю возможную экспозицию ..... | <b>3</b>  |
| • Расчёт углового перемещения звезды .....                              | <b>3</b>  |
| <b>К3. Угловая скорость астероида</b> .....                             | <b>7</b>  |
| • Большая полуось .....   | <b>1</b>  |
| • Расстояние до Земли .....   | <b>2</b>  |
| • Линейная скорость .....   | <b>2</b>  |
| • Угловая скорость .....  | <b>2</b>  |
| <b>К4. Обработка графика интенсивности спектра</b> .....                | <b>4</b>  |
| • Получение потока от звезды .....                                      | <b>2</b>  |
| • Получение потока от астероида .....                                   | <b>2</b>  |
| • При игнорировании ширины спектра .....                                | <b>-2</b> |
| • При игнорировании величины фона .....                                 | <b>-2</b> |
| • Игнорирование обоих факторов .....                                    | <b>-3</b> |
| <b>К5. Вычисление параметров астероида</b> .....                        | <b>4</b>  |
| • Вычисление звездной величины .....                                    | <b>2</b>  |
| – При игнорировании любого из факторов прошлого критерия .....          | <b>1</b>  |
| • Вычисление размера астероида .....                                    | <b>2</b>  |